

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова  
Кафедра инфокоммуникаций и радиофизики

**Е. И. Кротова**

**Радиотехнические  
цепи и сигналы  
(часть 2)**

*Практикум*

Ярославль  
ЯрГУ  
2018

УДК 621.3(076)  
ББК 3841я73  
К83

*Рекомендовано  
Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного издания. План 2018 года*

Рецензент:  
кафедра инфокоммуникаций и радиофизики  
ЯрГУ им. П. Г. Демидова

**Кротова, Елена Ивановна.**

К83 Радиотехнические цепи и сигналы (часть 2) : практикум / Е. И. Кротова ; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. — Ярославль : ЯрГУ, 2018. — 68 с.

Практикум «Радиотехнические цепи и сигналы» (часть 2) содержит описания к лабораторным работам, охватывающим основные разделы одноименного лекционного курса. Описания лабораторных работ включают основные теоретические сведения по детерминированным и случайным сигналам, линейным и нелинейным цепям, основам оптимальной фильтрации, методы испытаний и обработки экспериментальных данных, требования к отчету. Кроме того, дано подробное техническое описание специализированного лабораторного стенда и компьютерных программ обработки экспериментальных данных на ПЭВМ. Особое внимание уделено сочетанию методов компьютерного и физического моделирования.

В конце описания каждой работы приведены контрольные вопросы для самоподготовки и самодиагностики знаний студентов.

Практикум предназначен для студентов всех специальностей, выполняющих лабораторные работы по дисциплинам радиотехнических направлений подготовки в высших учебных заведениях.

УДК 621.3(076)  
ББК 3841я73

© ЯрГУ, 2018

## Лабораторная работа № 1

### Исследование прохождения радиосигнала с гармонической амплитудной модуляцией через резонансный усилитель

**Цель работы:** изучить прохождение сигнала с амплитудной модуляцией через резонансный усилитель.

**Приборы и оборудование:** специализированный лабораторный макет демодулятора АМ-сигналов, генератор высокочастотный Г4-102, осциллограф GOS-620 (или аналогичный), милливольтметр В3-38 (или аналогичный), измеритель модуляции СКЗ-43.

#### Краткая теория Сигналы с амплитудной модуляцией

Физический процесс управления параметрами несущего колебания является модуляцией. В радиотехнике распространение получили системы модуляции, использующие в качестве несущего колебания простое гармоническое колебание, стабильность частоты которого поддерживается специальными мерами:

$$u_{\text{нес}}(t) = U \cos(\omega t + \varphi), \quad (1)$$

Это колебание имеет три свободных параметра:  $U$ ,  $\omega$  и  $\varphi$ , (амплитуда, частота и фаза).

Изменяя во времени тот или иной параметр, можно получить различные виды модуляции.

#### *Принцип амплитудной модуляции*

Если переменной оказывается амплитуда сигнала  $U(t)$ , а при этом остальные два показателя  $\omega$  и  $\varphi$  неизменны, такая модуляция называется амплитудной. Форма записи амплитудно-модулированного, или АМ-сигнала, представлена формулой:

$$u_{\text{АМ}}(t) = U(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2)$$

Осциллограмма АМ-сигнала представлена на рис.1. График симметричен относительно оси времени. В соответствии с формулой (2) АМ-сигнал — это произведение огибающей  $U(t)$  и гармонического заполнения  $\cos(\omega_0 t + \phi_0)$ . В большинстве случаев огибающая изменяется во времени гораздо медленнее, чем высокочастотное заполнение.

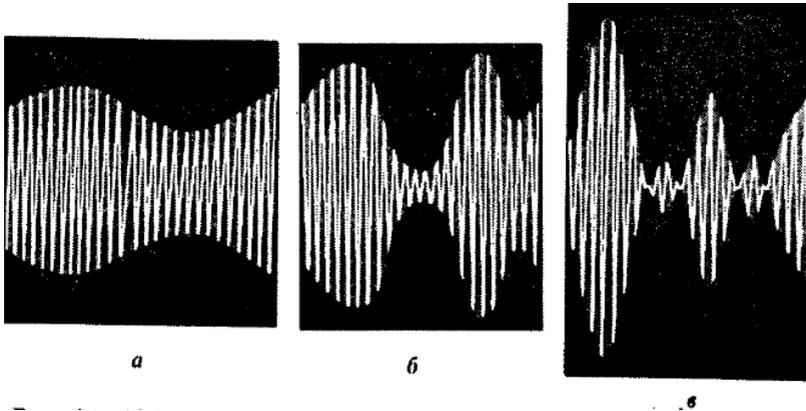


Рис.1. АМ-сигналы при различных глубинах модуляции:  
 а — неглубокая модуляция; б — глубокая модуляция;  
 в — перемодуляция

При амплитудной модуляции связь между огибающей  $U(t)$  и модулирующим полезным сигналом  $s(t)$  принято определять следующим образом:

$$U(t) = U_m [1 + Ms(t)]. \quad (3)$$

Здесь  $U_m$  — постоянный коэффициент, равный амплитуде несущего колебания в отсутствие модуляции;  $M$  — коэффициент амплитудной модуляции.

Величина  $M$  характеризует глубину амплитудной модуляции. Смысл этого термина поясняется осциллограммами АМ-сигналов, изображенными на рис. 1, а—в.

При малой глубине модуляции относительное изменение огибающей невелико, т. е.  $|Ms(t)| < 1$  во все моменты времени независимо от формы сигнала  $s(t)$ .

Если в моменты времени сигнал  $s(t)$  достигает экстремальных значений, имеют место приближенные равенства

$$Ms_{\max}(t) \approx 1 \text{ или } Ms_{\min}(f) \approx -1.$$

Такую модуляцию называют глубокой амплитудной модуляцией. Относительный коэффициент модуляции вверх равен

$$M_{\text{в}} = (U_{\max} - U_m)/U_m$$

и относительный коэффициент модуляции вниз —

$$M_{\text{н}} = (U_m - U_{\min})/U_m.$$

Амплитудно-модулированные сигналы с малой глубиной модуляции применять в радиосистемах нецелесообразно ввиду неполного использования мощности передатчика. В то же время 100-процентная модуляция вверх ( $M_{\text{в}} = 1$ ) в два раза увеличивает амплитуду колебаний при пиковых значениях модулирующего сообщения. При этом возрастают нелинейные искажения. При глубокой амплитудной модуляции вниз форма огибающей перестает повторять форму модулирующего сигнала.

#### *Однотональная амплитудная модуляция*

Простейший АМ-сигнал формируется в случае, когда модулирующим низкочастотным сигналом является гармоническое колебание с частотой  $\Omega$ . Такой сигнал называется *однотональным АМ-сигналом*:

$$u_{\text{АМ}}(t) = U_m [1 + M \cos(\Omega t + \Phi_0)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (4)$$

Применяя формулу произведения косинусов, формулу (4) преобразуем к виду:

$$u_{\text{АМ}}(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{U_m M}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \Phi_0] + \\ + \frac{U_m M}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0 - \Phi_0].$$

Полученное математическое выражение описывает спектральный состав однотонового АМ-сигнала, где

$\omega_0$  — несущая частота,  $\omega_0 + \Omega$  — верхняя боковая частота,  
 $\omega_0 - \Omega$  — нижняя боковая частота.

Спектральная диаграмма однотонового АМ-сигнала содержит нижнее и верхнее боковые колебания с равными амплитудами, которые расположены симметрично относительно несущего колебания.

### Энергетические характеристики АМ-сигнала

Сигнал с однотоновой АМ-модуляцией эквивалентен трем последовательно включенным источникам гармонических колебаний:

$$\begin{aligned} u_{\text{НЕС}}(t) &= U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \\ u_{\text{ВВ}}(t) &= \frac{U_m M}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \Phi_0], \\ u_{\text{НБ}}(t) &= \frac{U_m M}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0 - \Phi_0]. \end{aligned} \quad (5)$$

Мгновенная мощность АМ-сигнала будет численно равна квадрату суммарного напряжения:

$$\begin{aligned} p_{\text{АМ}}(t) = u_{\text{АМ}}^2 &= u_{\text{НЕС}}^2 + u_{\text{ВВ}}^2 + u_{\text{НБ}}^2 + 2u_{\text{НЕС}}u_{\text{ВВ}} + \\ &+ 2u_{\text{НЕС}}u_{\text{НБ}} + 2u_{\text{ВВ}}u_{\text{НБ}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Средняя мощность сигнала определяется усреднением выражения (6), по времени  $T$ :

$$\langle p_{\text{АМ}} \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt.$$

Таким образом, средняя мощность АМ-сигнала равна сумме средних мощностей несущего и боковых колебаний:

$$\langle p_{\text{АМ}} \rangle = \langle p_{\text{НЕС}} \rangle + [\langle p_{\text{ВВ}} \rangle + \langle p_{\text{НБ}} \rangle] = \frac{U_m^2}{2} + \frac{U_m^2 M^2}{4}. \quad (7)$$

Отсюда следует, что даже при 100-процентной модуляции ( $M = 1$ ) доля мощности обоих боковых колебаний составляет всего лишь 50 % от мощности немодулированного несущего колебания. Поэтому использование мощности при передаче АМ- сигнала неэффективно.

### Амплитудно-манипулированные сигналы

Амплитудно-манипулированные сигналы относятся к классу многотональных АМ-сигналов. В простейшем случае это — последовательности радиоимпульсов, отделенных друг от друга паузами. Такие сигналы используются в радиотелеграфии и в системах передачи дискретной информации по радиоканалам. Если  $s(t)$  — функция, в каждый момент времени принимающая значение либо 0, либо 1, то амплитудно-манипулированный сигнал представляется в виде

$$u_{\text{ман}}(t) = U_m s(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (8)$$

Если функция  $s(t)$  отображает периодическую последовательность видеоимпульсов и амплитуда этих импульсов  $A = 1$ , а при  $\varphi_0 = 0$ , то на основании (8) можно записать:

$$u_{\text{ман}}(t) = \frac{U_m}{q} \cos \omega_0 t + \frac{U_m}{q} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{q}}{\frac{n\pi}{q}} \cos(\omega_0 + n\omega_1)t + \\ + \frac{U_m}{q} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{q}}{\frac{n\pi}{q}} \cos(\omega_0 - n\omega_1)t,$$

где  $q$  — скважность последовательности.

### Векторная диаграмма АМ-сигнала

Графическое изображение АМ-сигнала осуществляется с помощью суммы векторов, вращающихся в комплексной плоскости.

Для однотоновой модуляции мгновенное значение несущего колебания

$$u_{\text{нес}}(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (9)$$

является проекцией неподвижного во времени вектора

$$\dot{U}_{\text{нес}} = U_m \exp(j\varphi_0)$$

на ось отсчета углов, которая вращается вокруг начала координат с угловой скоростью  $\omega_0$  в направлении часовой стрелки (рис. 2).

Верхнее боковое колебание отображается на диаграмме вектором  $U_{\text{ВБ}}$  длиной  $U_m M/2$ , причем его фазовый угол при  $t = 0$  и при  $t > 0$  показан на рис. 2

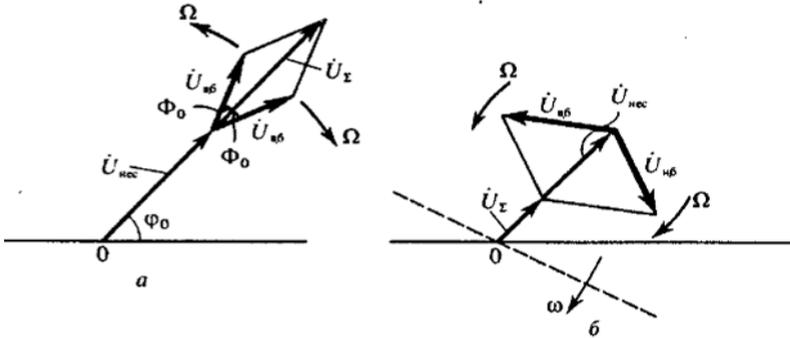


Рис. 2. Векторные диаграммы однотонового АМ-сигнала:  
а — при  $t = 0$ ; б — при  $t > 0$

Верхнее боковое колебание отображается на диаграмме вектором  $U_{\text{ВБ}}$  длиной  $U_m M/2$ , причем его фазовый угол при  $t = 0$  равен сумме начальных фаз несущего и модулирующего сигналов.

Вектор для нижнего бокового колебания отличается знаком в выражении для его фазового угла. Таким образом, на комплексной плоскости необходимо построить сумму трех векторов:

$$\dot{U}_{\text{нес}} = U_m e^{j\varphi_0}; \quad \dot{U}_{\text{ВБ}} = U_m e^{j(\varphi_0 + \Phi_0)}; \quad \dot{U}_{\text{НБ}} = U_m e^{j(\varphi_0 - \Phi_0)}. \quad (10)$$

Эта сумма будет ориентирована вдоль вектора  $U_{\text{нес}}$ . Мгновенное значение АМ-сигнала при  $t = 0$  равно проекции конца результирующего вектора на горизонтальную ось (рис. 2, а).

### Прием амплитудно-модулированных сигналов

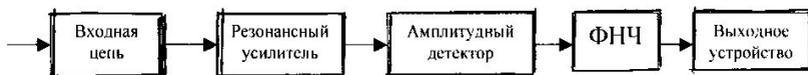


Рис. 3. Упрощенная структурная схема приема амплитудно-модулированного сигнала

На рис. 3 представлена упрощенная структурная схема приемника амплитудно-модулированных сигналов. В качестве одного из основных устройств приемника наряду с амплитудным детектором представлен резонансный усилитель. С помощью резонансного усилителя обеспечивается качественный прием информации, которая используется для модуляции амплитуды несущего колебания.

### Резонансный усилитель

Резонансный усилитель — это усилитель, в качестве нагрузки которого используется колебательный контур (L и C).

Резонансные усилители, как правило, обладают повышенной избирательностью, то есть способностью пропускать сигналы только вблизи резонансной частоты и не пропускать сигналы, частоты которых существенно отличаются от частоты резонанса.

Резонансные усилители широко используются в приемниках для выделения и усиления сигналов нужной радиостанции и подавления сигналов других радиостанций.

### Воздействие АМ-сигнала на одноконтурный резонансный усилитель

Рассмотрим прохождение однотонального АМ-колебания через одноконтурный резонансный усилитель

$$\tilde{U}_{\text{ex}}(t) = U_0(1 + M \cos \Omega_c t). \quad (11)$$

Будем считать, что резонансная частота и частота несущего колебания совпадают. Считая эту частоту опорной, получим комплексную огибающую входного сигнала.

Формула для НЧ — эквивалента усилителя — имеет вид

$$K_{нч}(j\Omega) = -K_{рез} / (1 + j\Omega\tau_k). \quad (12)$$

Выходную комплексную огибающую можно найти, применив метод комплексных амплитуд, известный из теории электрических цепей:

$$\tilde{U}_{вых}(t) = -K_{рез} U_0 - \frac{K_{рез} U_0 M}{\sqrt{1 + \Omega^2 \tau_k^2}} \cos(\Omega t - \theta_\Omega), \quad (13)$$

где фазовый сдвиг  $\theta_\Omega = \text{arctg} \Omega \tau_k$ .

Постоянная времени контура равна

$$\tau_k = 2Q_{эк} / \omega_{рез}.$$

Сигнал на выходе усилителя имеет вид

$$u_{вых} = -K_{рез} U_0 \left[ 1 + \frac{M}{\sqrt{1 + \xi_\Omega^2}} \cos(\Omega t - \theta_\Omega) \right] \cos \omega_0 t, \quad (14)$$

где  $\xi_\Omega = 2Q_{эк} \Omega / \omega_{рез}$

$\xi_\Omega$  — обобщенная расстройка колебательного контура на верхней боковой частоте амплитудно-модулированного сигнала.

Следовательно, на выходе резонансного усилителя существует напряжение, которое, будучи усиленным по амплитуде, по-прежнему является однотоновым АМ-сигналом. При этом коэффициент модуляции на выходе меньше, чем на входе.

## Порядок выполнения работы

### 1. Собрать лабораторную установку.

1.1. Сформируйте амплитудно-модулированный сигнал. Для этого подайте сигнал со звукового генератора Г3-112 с частотой в диапазоне 20–10000 Гц и амплитудой 200–800 мВ на вход внешней АМ-модуляции генератора Г4-102. С помощью осциллографа GOS-620 проконтролируйте наличие АМ-сигнала с выхода генератора Г4-102.

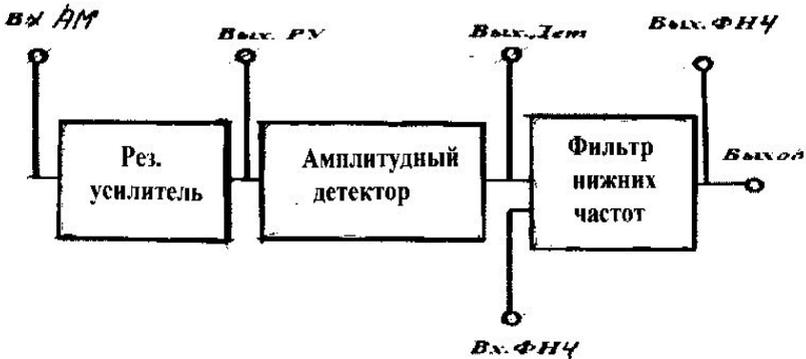


Рис. 4. Функциональная схема лабораторной установки

### 2. Включить специализированный лабораторный макет (рис. 4).

2.1. Получить эпюры напряжений в контрольных точках (Вх.АМ, Вых.РЧ);

2.2. Снять амплитудно-частотную характеристику резонансного усилителя.

Для этого на гнездо «Вх.АМ» лабораторного макета подать синусоидальный сигнал без модуляции с генератора Г4-102 напряжением  $U_{\text{эф}} = 30\text{ мВ}$ , предварительно выключив звуковой генератор Г3-112.

Изменяя частоту сигнала с 400 кГц до 600 кГц, провести измерение напряжения с выхода резонансного усилителя (Вых.РЧ).

Построить АЧХ РЧ. Определить эффективную полосу частот усилителя.

### ***3. Исследовать прохождение АМ-сигнала через резонансный усилитель.***

3.1. Для этого включить звуковой генератор Г3-112, установить несущую частоту амплитудно-модулированного сигнала с генератора Г4-102, равную 500 кГц, выходное напряжение – 0,8 В;

3.2. Установить частоту модулирующего сигнала с генератора Г3-112 частотой 100 Гц;

3.3. Подключить осциллограф (GOS-620) к выходу РУ макета;

3.4. С помощью органов управления осциллографа определить по масштабной сетке экрана осциллографа и расчетной формуле индекс амплитудной модуляции на частоте 500 кГц (с генератора Г4-102) на входе и на выходе резонансного усилителя;

3.5. Изменить частоту сигнала с генератора Г4-102 до 450 кГц. Повторить измерение п. 3.4;

3.6. Изменить частоту сигнала с генератора Г4-102 до 600 кГц. Повторить измерение п. 3.4;

3.7. Результаты эксперимента занести в таблицу.

### ***4. Определить изменения индекса амплитудной модуляции.***

4.1. По данным таблицы определить, на сколько изменился индекс амплитудной модуляции сигнала на частотах 500, 450 и 600 кГц на выходе резонансного усилителя (РУ) по сравнению с сигналом на его входе;

4.2. Провести измерение индекса АМ для тех же значений несущей частоты с помощью прибора измерителя модуляции СКЗ-43, предварительно ознакомившись с его техническим описанием.

Примечание: уровень неискаженного продетектированного АМ- сигнала контролировать на выходе ФНЧ макета АМ модулятора. (Если продетектированный сигнал будет искаженным, следует уменьшить уровень АМ- сигнала с генератора Г4-102.);

4.3. По результатам выполнения лабораторной работы составить отчет, в котором отразить:

- название, цель работы, приборы и принадлежности;
- краткие сведения из теории;
- функциональную схему макета;
- экспериментальные и теоретические зависимости;
- выводы, по работе.

### *Контрольные вопросы*

1. Перечислите виды радиотехнических сигналов.
2. Какую форму имеет амплитудно-модулированный сигнал ?
3. Каким образом формируется сигнал с амплитудной модуляцией?
4. Опишите основные виды помех, возникающих при приеме АМ-сигнала.
5. Как определяется полоса частот приемника АМ-сигналов?
6. Перечислите энергетические характеристики АМ- сигнала.
7. Описать принцип односторонней амплитудной модуляции.
8. Что такое индекс модуляции? Формула для его расчета.
9. Что такое резонансный усилитель? Принцип работы.
10. Достоинства и недостатки АМ-сигналов.
11. Применение АМ-сигналов.

## Лабораторная работа № 2

### Исследование законов распределения случайных процессов

**Цель работы:** исследовать законы распределения детерминированного и случайного процессов и их аддитивной смеси.

**Приборы и оборудование:** специализированный лабораторный стенд, электронный осциллограф, персональный компьютер.

#### Краткая теория

Интерес к изучению случайных процессов продиктован прежде всего тем, что сигналы с различных преобразователей информации: звуковой, оптической, телеметрической — часто удобно описывать с помощью статистической теории.

В отличие от детерминированных процессов, течение которых определено однозначно, случайный процесс — это изменение во времени физической величины (тока, напряжения и др.), значение которой невозможно предсказать заранее с вероятностью, равной единице.

Статистические свойства случайного процесса  $X(t)$  можно определить, анализируя совокупность случайных функций времени  $\{X_k(t)\}$ , называемая ансамблем реализаций. Здесь  $k$  — номер реализации.

Мгновенные значения случайного процесса в фиксированный момент времени являются случайными величинами. Статистические свойства случайного процесса характеризуются законами распределения, аналитическими выражениями которых являются функции распределения.

Именно с ее помощью удобно аппроксимировать гистограммы, с помощью которых ведется статистическая обработка реальных результатов измерения физических величин.

Одномерная интегральная функция распределения вероятностей случайного процесса имеет вид:

$$F_1(x, t_1) = P\{X(t_1) \leq x\}. \quad (15)$$

Здесь  $P\{X(t_i) \leq x\}$  — вероятность того, что мгновенное значение случайного процесса в момент времени  $t_i$  примет значение, меньшее или равное  $x$ .

Одномерная дифференциальная функция распределения случайного процесса или плотность вероятности определяется равенством

$$p_1(x, t_1) = \partial F_1(x, t_1) / \partial x. \quad (16)$$

Аналогично определяются многомерные функции распределения для моментов времени  $t_1, t_2, \dots, t_n$ . Одномерная плотность вероятности мгновенных значений суммы взаимно независимых случайных процессов  $Z(t) = Y(t) + X(t)$  определяется формулой

$$p_{1z}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{1x}(\xi) p_{1y}(z - \xi) d\xi, \quad (17)$$

где  $p_{1x}(x)$ ,  $p_{1y}(y)$ ,  $p_{1z}(z)$  — плотности вероятности процессов  $X(t), Y(t), Z(t)$ .

Наиболее распространенными моментными функциями случайного процесса, определяемыми по одномерной плотности, являются:

среднее значение (первый начальный момент):

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} x p_1(x, t) dx \quad (18)$$

и дисперсия (второй центральный момент):

$$\sigma_x^2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 p_1(x, t) dx. \quad (19)$$

Для стационарных случайных процессов выполняются условия

$$\begin{cases} p_1(x, t_1) = p_1(x) \\ F_1(x, t_1) = F_1(x) \\ m_x = const \\ \sigma_x^2 = const \end{cases}. \quad (20)$$

Статистические характеристики стационарных случайных процессов, имеющих эргодические свойства, можно найти

усреднением не только по ансамблю реализаций, но и по времени одной реализации  $X_k(t)$  продолжительностью  $T$ :

среднее значение:

$$m_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt; \quad (21)$$

дисперсия:

$$\sigma_x^2(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [X_k(t) - m_x]^2 dt; \quad (22)$$

интегральная функция распределения:

$$F_1(x) = P\{X(t) \leq x\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\sum \Delta t_i}{T}, \quad (23)$$

где  $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\sum \Delta t_i}{T}$  — относительное время пребывания реализации  $X_k(t)$  ниже уровня  $x$ ; плотность вероятности —

$$p_1(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{P\{x < X(t) \leq x + \Delta x\}}{\Delta x} = \lim_{\substack{T \rightarrow \infty \\ \Delta x \rightarrow 0}} \frac{\sum \Delta \tau_i}{T \Delta x}, \quad (24)$$

где  $\lim_{\substack{T \rightarrow \infty \\ \Delta x \rightarrow 0}} \frac{\sum \Delta \tau_i}{T \Delta x}$  — относительное время пребывания реализации  $X_k(t)$  в интервале  $[x, x + \Delta x]$ .

Нетрудно показать, что периодический сигнал со случайной фазой, равномерно распределенной в интервале от  $-\pi$  до  $\pi$ , является стационарным эргодическим случайным процессом. Для гармонического сигнала с амплитудой  $A_0$  и случайной начальной фазой  $\varphi$ , равномерно распределенной в интервале от  $-\pi$  до  $\pi$ ,

$$x(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi); \quad (25)$$

плотность вероятности мгновенных значений:

$$p_1(x) = \frac{1}{\pi} \sqrt{A_0^2 - x^2}, \quad -A_0 \leq x \leq A_0; \quad (26)$$

интегральная функция распределения вероятностей:

$$F_1(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{A_0}{x}\right); \quad (27)$$

дисперсия:  $\sigma_x^2 = \frac{A_0^2}{2}$ ; математическое ожидание:  $m_x = 0$ .

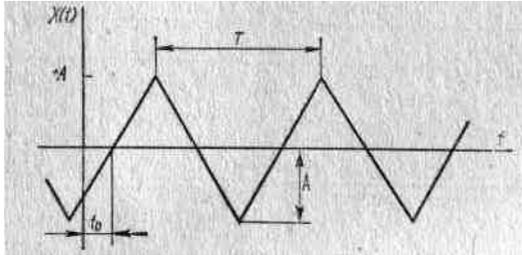


Рис. 5. Реализация треугольного сигнала со случайной равновероятной фазой

Для треугольного сигнала (рис. 5), имеющего максимальное значение  $A$ , частоту повторения  $\omega_1 = 2\pi/T$  и случайную начальную фазу  $\varphi = \omega_1 t_0$ , равномерно распределённую в интервале от  $-\pi$  до  $\pi$ ,

$$x(t) = \begin{cases} 4A(t-t_0+kT)/T \\ -4A(t-t_0-T/2+kT)/T \end{cases} = \begin{cases} 2A(\omega_1 t - \varphi + k2\pi)/\pi, & -\frac{T}{4} + t_0 \leq t \leq \frac{T}{4} + t_0 \\ -2A(\omega_1 t - \varphi - \pi + k2\pi)/\pi, & \frac{T}{4} + t_0 \leq t \leq \frac{3}{4}T + t_0 \end{cases}; \quad (14)$$

имеет плотность вероятности мгновенных значений

$$p_1(x) = \frac{1}{2A} \text{ при } -A \leq x \leq A; \quad (15)$$

интегральную функцию распределения вероятностей

$$F_1(x) = 0.5(1 + x/A); \quad (16)$$

дисперсию  $\sigma_x^2 = A^2/3$ ; математическое ожидание  $m_x = 0$ .

Плотность вероятности стационарного нормального шума с дисперсией  $\sigma_x^2$  и математическим ожиданием  $m_x = 0$

$$p_1(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2\sigma_x^2}. \quad (17)$$

## Виды стационарных случайных процессов, используемые в модели

Рассмотрим некоторые типичные, часто встречающиеся распределения и их реализацию по методу обратного преобразования. При этом будем считать, что средние значения равны нулю.

1. Арксинусное распределение (рис. 6):

$$p_A(x) = \begin{cases} 1/\pi\sqrt{A^2 - x^2}, & |x| \leq A, \\ 0, & |x| > A. \end{cases} \quad (18)$$

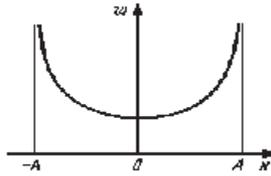


Рис. 6. Арксинусное распределение плотности вероятности случайной величины

Арксинусное распределение имеет синусоидальный сигнал. К такой функции можно перейти, рассматривая синусоиду как случайный стационарный процесс с равномерно распределенной начальной фазой.

Реальные сигналы могут иметь распределение, существенно отличающееся от арксинусного, например нормальное. Поэтому искажения этих сигналов будут существенно отличаться от искажений синусоиды.

2. Нормальное распределение (рис. 7):

$$p_H(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-x^2/2\sigma^2}, \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad (19)$$

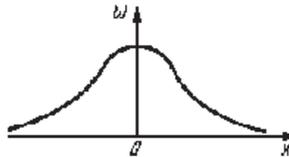


Рис. 7. Нормальное распределение плотности вероятности случайной величины

Нормальное распределение имеют многие шумоподобные сигналы, обусловленные совместным действием большого числа независимых факторов. Сравнивая (1 и 2), видим, что нормальное распределение в некотором смысле является противоположным арксинусному. Первое распределение отлично от нуля на всей области определения и имеет единственный максимум, второе — финитно и имеет единственный минимум.

3. Лапласовское распределение (рис. 8):

$$p_{\text{л}} = \frac{\lambda}{2} \exp(-\lambda|x|), \quad -\infty \leq x \leq \infty, \lambda > 0. \quad (20)$$

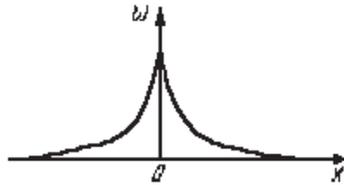


Рис. 8. Лапласовское распределение плотности вероятности случайной величины

Лапласовское распределение имеют импульсные помехи.

4. Равномерное распределение (рис. 9):

$$p_p(x) = \begin{cases} 1/b, & |x| \leq b/2, \\ 0 & |x| > b/2. \end{cases} \quad (21)$$

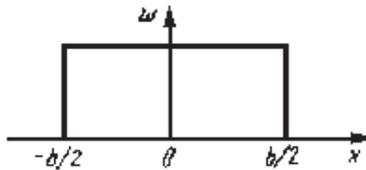


Рис. 9. Равномерное распределение плотности вероятности случайной величины

Распределение, близкое к равномерному, могут иметь, например, сигналы, передающие телеметрическую информацию, особенно если в ней отсутствует избыточность, поскольку равномерное распределение обладает максимальной неопределённостью.

5. Экспоненциальное распределение (рис. 10):

$$p_{\text{Э}}(x) = \begin{cases} \frac{1}{m} e^{-\frac{x+m}{m}} & x \geq -m, \\ 0, & x < -m. \end{cases} \quad (22)$$



Рис. 10. Экспоненциальное распределение плотности вероятности случайной величины

Экспоненциальному распределению подчиняется, например, квадрат огибающей нормального случайного процесса, т. е. сигнал на выходе квадратичного амплитудного детектора.

6. Релеевское распределение (рис. 11):

$$p_{\text{Р}}(x) = \begin{cases} \frac{x + \rho\sqrt{\pi/2}}{\rho^2} \exp\left[-\frac{(x + \rho\sqrt{\pi/2})^2}{2\rho^2}\right], & x \geq -\rho\sqrt{\frac{\pi}{2}} \\ 0, & x < -\rho\sqrt{\frac{\pi}{2}}. \end{cases} \quad (23)$$

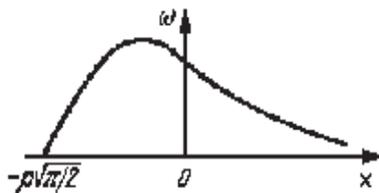


Рис. 11. Релеевское распределение плотности вероятности случайной величины

Такое распределение имеют сигналы на выходе линейных амплитудных детекторов при действии на их входе нормального процесса. Ближе к нему — распределение телевизионного видеосигнала.

## Порядок выполнения работы

### *Экспериментальное определение плотностей вероятности мгновенных значений случайных процессов*

Лабораторная работа выполняется на специализированном лабораторном стенде.

С техническим описанием стенда и компьютерной программой, с помощью которой обрабатываются экспериментальные данные, нужно ознакомиться в Приложении 1 и Приложении 2 данного практикума.

Для проведения лабораторной работы не требуются сменные блоки стенда, достаточно использовать внутренние источники сигналов:

- гармонические сигналы с частотой 1 кГц в качестве сигнала со случайной начальной фазой;
- «белый» шум с выхода генератора шума;
- аддитивная смесь этих сигналов при различном соотношении  $a/\sigma$ .

Измерение плотностей вероятности мгновенных значений сигналов производится с помощью ПК, работающего в режиме «ГИСТОГРАММА». В результате получают графики плотности вероятности и вычисляются параметры случайного процесса ( $m$  и  $\sigma$ ). Для контроля параметров входных сигналов используются встроенный вольтметр и осциллограф. Получение аддитивной смеси сигналов обеспечиваются сумматором ( $\Sigma$ ) стенда.

#### **1. Гармонический сигнал со случайной начальной фазой**

1.1. Провести калибровку осциллографа. Для этого соединить вход вольтметра, работающего в режиме измерения переменного напряжения, с гнездом «1 кГц» в блоке «ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ». Ручкой регулятора выхода генератора установить напряжение 0,707 В.

Измерительные приборы покажут действующее значение гармонического сигнала:  $U_m = U\sqrt{2} = 0,707\sqrt{2} = 1,0$  В.

Не меняя регулировки выходного напряжения, заменить вольтметр осциллографом. Отрегулировать масштаб усиления

осциллографа так, чтобы размах сигнала по вертикали составлял 2 клетки, т. е. амплитуда  $a = 1$  (одной клетке).

На этом калибровка закончена, и в дальнейшем ее менять не следует. Одна клетка на экране осциллографа соответствует 1,0 В.

1.2. Зафиксировать реализацию исследуемого сигнала. В случаях когда исследуется непериодический сигнал, сделать это по осциллографу затруднительно. Тогда исследуемый сигнал подать на гнездо «А» входа ПК на стенде, а затем вызвать программу «ОСЦИЛЛОГРАФ» из пакета компьютерной обработки экспериментальных данных, которая позволит «остановить» картинку и при необходимости изменить ее масштаб.

1.3. Соединить вход «А» ПК с гнездом генератора «1 кГц». Уровень сигнала не меняем;  $U_m = 1,0$  В.

Переводим ПК в режим «ГИСТОГРАММА».

1.4. В отчете зафиксируем:

- графики плотности вероятности
- $m$  и  $\sigma$
- реализацию
- условия эксперимента.

1.5. Пользуясь вольтметром или осциллографом, уменьшим сигнал с выхода генератора «1кГц» в 2 раза, т. е. теперь  $U_m$  будет 0,5 В.

1.6. Повторим п. 1.4

## 2. «Белый» шум

2.1. Соединить гнездо ГШ со входом осциллографа, установить напряжение шума таким, чтобы максимальная ширина шумовой «дорожки» на экране не превышала 6 клеток, т. е. в соответствии с калибровкой  $\sigma = 1,0$  В.

Соединить вход ПК («А») с гнездом выхода ГШ.

2.2. Повторить п. 1.4.

2.3. Контролируя напряжение шума по экрану осциллографа, уменьшить напряжение шума в 2 раза. При этом  $\sigma$  будет соответствовать половине клетки, т. е. 0,5 В.

2.4. Повторить п. 1.4.

### 3. Аддитивная смесь гармонического сигнала и «белого» шума

*Она получается с помощью сумматора стэнда ( $\Sigma$ ), расположенного в правой нижней его части*

3.1. Подключить осциллограф к выходу сумматора. Подать на один из входов гармонический сигнал. Отрегулировать напряжение до получения амплитуды  $a = 0,5$  клетки ручкой выхода генератора «1 кГц». Затем, отключив сигнал от входа сумматора, на второй его вход подать шум. Ширина шумовой «дорожки» на экране осциллографа должна быть 3 клетки. При необходимости отрегулировать выходное напряжение ГШ.

Восстановить схему, подключив источник «1 кГц» ко входу сумматора. При этом выставлено соотношение сигнал/шум  $a/\sigma = 1$ .

3.2. Повторить п. 1.4.

3.3. Отключить шум, увеличить сигнал в 2 раза (размах 2 клетки), а напряжение шума сохранить прежним. Восстановить схему, подключив источник шума к сумматору.

3.4. Установить  $a/\sigma = 2$ . Повторить п. 1.4.

3.5. Установить отношение  $a/\sigma = 3$ .

3.6. Повторить п. 1.4.

3.7. Оформить отчет по трем пунктам методики.

#### *Контрольные вопросы*

1. Какие основные статистические характеристики случайных процессов вам известны?

2. Дайте определение стационарного случайного процесса.

3. Определите эргодическое свойство стационарного случайного процесса.

4. Перечислите основные свойства интегральной функции распределения вероятностей.

5. Какие статистические свойства процесса характеризует одномерная (многомерная) плотность вероятности?

6. Какие свойства имеет дифференциальная функция распределения?

7. Как определяют среднее значение и дисперсию случайного процесса усреднением по ансамблю реализаций и усреднением по времени?

8. Какой закон распределения имеет плотность вероятности мгновенных значений гармонического сигнала со случайной фазой?

9. Дайте определение аддитивного «белого» гауссова шума и запишите его аналитическое выражение.

## Лабораторная работа № 3

### Преобразование случайных процессов в линейных цепях

**Цель работы:** исследовать процессы преобразования случайных процессов в линейных электрических цепях.

**Приборы и оборудование:** специализированный лабораторный стенд, электронный осциллограф, персональный компьютер.

#### Краткая теория

##### Виды случайных процессов

Случайный процесс называется стационарным, если его вероятностные характеристики не зависят от времени. В противном случае случайный процесс называется нестационарным.

Случайный процесс стационарен в узком смысле, если любая его  $n$ -мерная плотность вероятности инвариантна относительно временного сдвига  $\tau$ :

$$p(x_1, \dots, x_n, t_1, \dots, t_n) = p(x_1, \dots, x_n, t_1 + \tau, \dots, t_n + \tau). \quad (24)$$

Если математическое ожидание  $m$  и дисперсия  $\sigma^2$  процесса не зависят от времени, а функция корреляции зависит от разности  $\tau = |t_2 - t_1|$ ,  $R(t_1, t_2) = R(\tau)$ , то случайный процесс стационарен в широком смысле.

Стационарный случайный процесс называется эргодическим, если при определении любых статистических характеристик усреднение по множеству реализаций эквивалентно усреднению по времени одной бесконечно длинной реализации:

$$m_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \quad (25)$$

$$K_x(\tau) = \lim_{1/T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) x(t + \tau) dt \quad (26)$$

### Статистические характеристики

Математическое ожидание – среднее значение случайного процесса  $X(t)$  определяется с помощью формулы

$$m_x(t) = M\{X(t)\} = \overline{x(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x; t) dx. \quad (27)$$

Дисперсия – отклонение от среднего значения случайного процесса (мат. ожидания):

$$D_x(t) = M\{[X(t) - m_x(t)]^2\} = M\{X^2(t)\} - m_x^2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) - m_x(t)]^2 p(x; t) dx. \quad (28)$$

Среднеквадратичным отклонением является корень из дисперсии:

$$\sigma_x = \sqrt{D_x(t)}. \quad (29)$$

Плотность вероятности называется гауссовской, если плотность вероятности совпадает с функцией Гаусса:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (30)$$

график данной функции представляет собой колоколообразную кривую с единственным максимумом в точке  $x = m$ .

Параметры гауссова распределения : матожидание  $x = m$ ; дисперсия  $\sigma_x^2 = \sigma^2$ .

Функция распределения гауссовой случайной величины (31):

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (31)$$

при замене переменных дает формулу:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt. \quad (32)$$

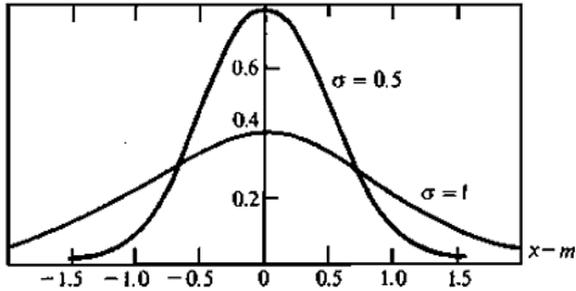


Рис. 12. График гауссовой плотности вероятности при различных значениях параметра  $\sigma$

С помощью статистических методов описываются помехи, возникающие при передаче и приеме радиосигналов. Известно, что радиотехнические устройства содержат линейные и нелинейные устройства. Поэтому исследование воздействия случайных процессов на линейные цепи является актуальным.

### Линейная RC цепь

Линейной называется цепь, описываемая линейным алгебраическим или дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами. Для линейной цепи справедлив закон Ома и принцип суперпозиции. К простейшим линейным цепям относятся RC –цепи, состоящие из резистора и конденсатора. В зависимости от их расположения цепь пропускает или верхние, или нижние частоты.

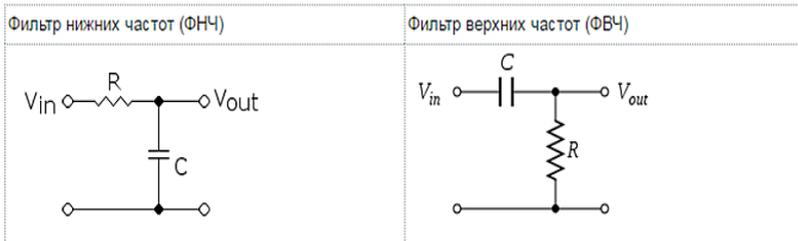


Рис. 13. Схематичное изображение RC-ФНЧ и RC-ФВЧ

На рис. 14 представлены АЧХ для линейных RC-цепей, исследуемых в лабораторном стенде.

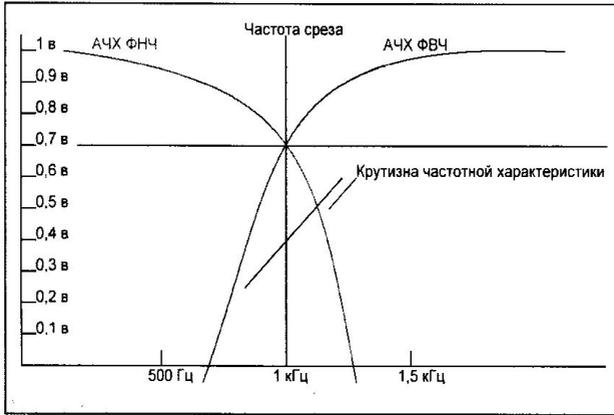


Рис. 14. Примеры АЧХ для RC-ФНЧ и RC-ФВЧ

ФНЧ – устройство, подавляющее частоты сигнала выше частоты среза данного фильтра;

ФВЧ – устройство, подавляющее частоты сигнала ниже частоты среза данного фильтра.

Полосовый фильтр – линейное устройство, которое может быть представлено в виде последовательно соединенных двух фильтров: фильтра нижних частот и фильтра верхних частот.

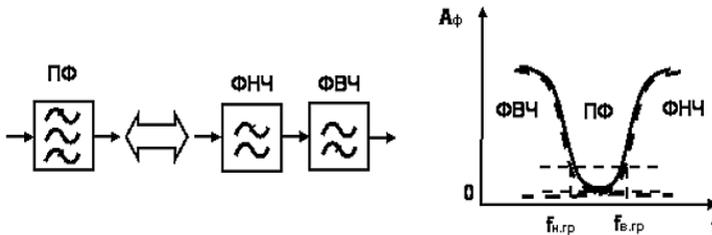


Рис. 15. Эквивалентная схема и АЧХ полосового фильтра

Стационарный режим работы RC -цепи описывается коэффициентом передачи, амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристиками, переходный — переходной характеристикой.

Для интегрирующей цепи коэффициент передачи и фазо-частотная характеристика имеют вид:

$$K_u(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau}, \quad \varphi_k(f) = -\arctg f/f_{гр}. \quad (33)$$

Для дифференцирующей цепи коэффициент передачи и фазо-частотная характеристика имеют вид:

$$K_u(j\omega) = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}, \quad \varphi_k(f) = -\arctg f/f_{gp}. \quad (34)$$

Граничная частота пропускания  $\omega_{гр}$  RC-цепи для гармонического сигнала и постоянная времени  $\tau$  цепи вычисляется по формулам: (35)

$$\omega_{гр} = \frac{1}{RC}, \quad \tau = \frac{1}{2\pi f_{gp}}. \quad (35)$$

## Методика проведения экспериментального исследования

1.1. Прохождение случайного сигнала с нормальным законом распределения через линейные цепи.

Лабораторная работа выполняется на специализированном лабораторном стенде.

С техническим описанием стенда и компьютерной программой, с помощью которой обрабатываются экспериментальные данные, нужно ознакомиться в Приложении 1 и Приложении 2 настоящего практикума.

1.2. Пользуясь генератором «1 кГц» в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ и встроенным мультиметром, откалибровать осциллограф так, чтобы при «вх - 0,25 В» размах синусоиды на его экране составлял  $\pm 1$  деление. Затем, заменив генератор «1 кГц» на генератор шума (ГШ), ручкой регулятора выхода ГШ установить ширину шумовой «дорожки» на экране  $\pm 3$  деления, что соответствует  $\pm 3\sigma$  (согласно «правилу трех сигма» для нормального случайного процесса). Следовательно,  $\sigma$  шума соответствует 0,5 В. При последующем исследовании трех цепей (пп. 1.3–1.5) не менять ни уровня шума, ни усиления осциллографа.

1.3. Подключив ГШ ко входу «А» ПК, работающего в режиме «ГИСТОГРАММА» (см. инструкцию в приложении 2), с помощью ручки регулировки входного сигнала ПК, расположенной рядом с гнездом «А», установить на мониторе требуемый размах сигнала. Зафиксировать общую для всех цепей реализацию сигнала на входе, график плотности вероятности и его параметры —  $m$  и  $\sigma^2$ .

1.4. Подключив выход ГШ ко входу первой линейной цепи, а ПК — к ее выходу, зафиксировать выходную реализацию, плотность вероятности выходного сигнала  $W_{\text{вых}}(x)$  и его параметры  $\tau_{\text{вых}}$  и  $a_{\text{вых}}$ .

1.5. Повторить п. 1.3 для остальных двух линейных цепей.

1.6. Результаты измерения занести в отчет по лабораторной работе.

### *Контрольные вопросы*

1. Какие виды случайных процессов вы знаете?
2. Какой случайный процесс называется стационарным?
3. В чем состоит свойство эргодичности случайного процесса?
4. Перечислите основные характеристики случайных процессов.
5. Как связаны функции распределения и плотности вероятности?
6. Какой случайный процесс называется нормальным?
7. В чем состоит правило трех сигм?
8. Какая цепь называется линейной?
9. Приведите примеры линейных цепей?
10. Перечислите основные параметры линейных цепей?
11. Как изменяются характеристики случайного процесса при прохождении через линейную цепь?

## Лабораторная работа № 4

### Преобразование случайных процессов в нелинейных цепях

**Цель работы:** исследовать процессы преобразования случайных процессов в нелинейных электрических цепях.

**Приборы и оборудование:** специализированный лабораторный стенд, электронный осциллограф, персональный компьютер.

#### Краткая теория

Случайный процесс в теории вероятности – семейство случайных величин, индексированных некоторым параметром, чаще всего играющим роль времени или координаты.

Случайный процесс  $X(t)$  — это особого вида функция, характеризующаяся тем, что в любой момент времени  $t$  принимаемые ею значения являются случайными величинами.

#### Статистические характеристики

Математическое ожидание — среднее значение случайного процесса  $X(t)$  — определяется с помощью формулы:

$$m_x(t) = M\{X(t)\} = \overline{x(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x; t) dx. \quad (36)$$

Дисперсия – отклонение от среднего значение случайного процесса (мат. ожидания):

$$D_x(t) = M\{[X(t)-m_x(t)]^2\} = M\{X^2(t)\} - m_x^2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [x(t)-m_x(t)]^2 p(x; t) dx. \quad (37)$$

Среднеквадратичным отклонением является корень из дисперсии:

$$\sigma_x = \sqrt{D_x(t)}. \quad (38)$$

## Гауссовское (нормальное) распределение

Случайная величина  $X$  имеет нормальное (гауссовское) распределение, если ее плотность распределения определяется зависимостью: при  $m = 0$ ,  $p = 1$ .

В теории случайных сигналов гауссова плотность вероятности используется для описания шумовых процессов:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (39)$$

Функция распределения содержит два числовых параметра  $m$  и  $\sigma$ . График данной функции представляет собой колоколообразную кривую с максимумом в точке  $x = m$ .

Функция распределения гауссовской случайной величины:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (40)$$

она имеет вид (рис. 16):

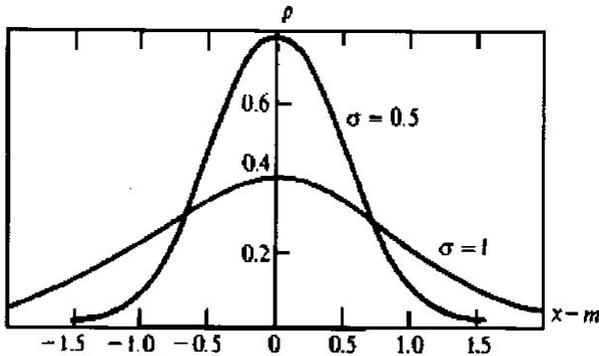


Рис. 16. График гауссовской плотности вероятности при различных значениях параметра  $\sigma$

### 1. Типовые нелинейные звенья

Нелинейные характеристики могут быть разделены на однозначные (рис. 17) и неоднозначные (рис. 18).

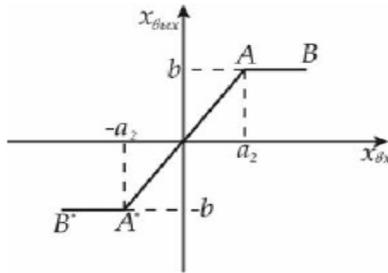


Рис. 17. Нелинейная характеристика с однозначной зависимостью

Имеет линейную зону (A\* A) и участок насыщения (AB и B\*A\*).

Уравнение такой статической характеристики имеет вид:

$$\begin{aligned} x_{\text{ВЫХ}} &= k \times x_{\text{ВХ}} \text{ при } |x_{\text{ВХ}}| \leq a_2, \\ x_{\text{ВЫХ}} &= b \times \text{sign}(x_{\text{ВХ}}) \text{ при } |x_{\text{ВХ}}| > a_2. \end{aligned} \quad (41)$$

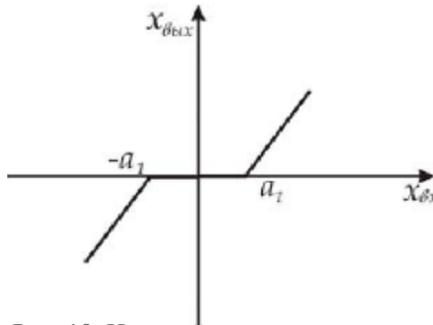


Рис. 18. Нелинейная характеристика с однозначной зависимостью

При зоне нечувствительности при  $|x_{\text{вх}}| \leq a$  уравнение статической характеристики имеет вид:

$$\begin{aligned} x_{\text{ВЫХ}} &= 0 \text{ при } |x_{\text{ВХ}}| \leq a_1, \\ x_{\text{ВЫХ}} &= k(x_{\text{ВХ}} - a_1) \text{ при } x_{\text{ВХ}} > a_1, \\ x_{\text{ВЫХ}} &= k(x_{\text{ВХ}} + a_1) \text{ при } x_{\text{ВХ}} < -a_1. \end{aligned} \quad (42)$$

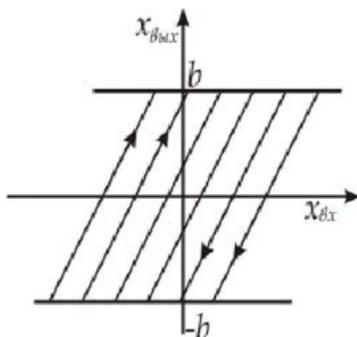


Рис. 19. Нелинейная характеристика с неоднозначной зависимостью: ограничение типа «упор» в зависимости от направления движения входного сигнала

Уравнение такой характеристики имеет вид:

$$\begin{aligned} x_{\text{вых}} &= b \text{ при } x'_{\text{вх}} > 0, \\ x_{\text{вых}} &= -b \text{ при } x'_{\text{вх}} < 0. \end{aligned} \quad (43)$$

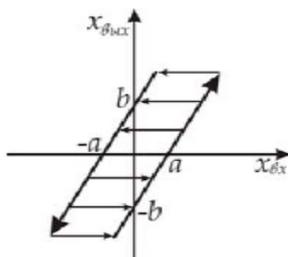


Рис. 20. Нелинейная характеристика с неоднозначной зависимостью с зоной неоднозначности и участком насыщения  $x_{\text{вых}} = |b|$ .

Уравнение такой статической характеристики имеет вид:

$$\begin{aligned} x_{\text{вых}} &= k(x_{\text{вх}} - a) \text{ при } x_{\text{вх}} > 0, \\ x_{\text{вых}} &= k(x_{\text{вх}} + a) \text{ при } x_{\text{вх}} < 0 \\ x_{\text{вых}} &= b \times \text{sign}(x_{\text{вх}}) \text{ при } |x_{\text{вх}}| = 0. \end{aligned} \quad (44)$$

## 2. Преобразования сигналов в нелинейных радиотехнических цепях

Исследование нелинейной цепи в общем случае — задача весьма сложная в том отношении, что при математическом описании функционирования такой системы мы сталкиваемся с проблемой решения нелинейных дифференциальных уравнений. Известно, что здесь неприменимы большинство приемов и методов, которые позволяют относительно легко решать линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Тем не менее в ряде случаев исследование нелинейных систем удается довести до конца простыми способами. Для этого достаточно потребовать, чтобы нелинейная зависимость вида не содержала явно времени. Физически такое требование означает безынерционность нелинейного элемента, т. е. мгновенное установление выходной реакции вслед за изменением внешнего входного воздействия.

Простейшее нелинейное преобразование — это такое преобразование, при котором значение выходной функции  $\eta(t)$  в любой момент времени определяется значением входной функции  $\xi(t)$  в тот же момент времени:

$$\eta(t) = g(\xi(t)), \quad (45)$$

где  $g(\xi)$  — некоторая нелинейная функция (рис. 21).

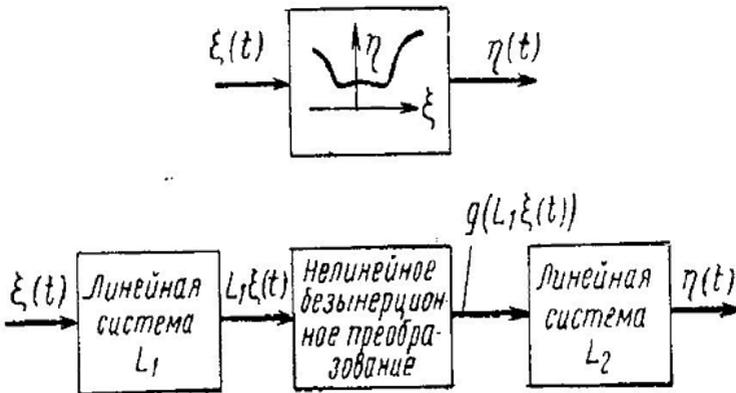


Рис. 21. Нелинейные безынерционные преобразования



## Характеристики безынерционных нелинейных элементов

Функциональную зависимость (рис. 22) можно рассматривать как простейшую модель нелинейного элемента. Особенность ее состоит в том, что здесь не фигурируют процессы, происходящие внутри элемента. Принято говорить об использовании внешней характеристики системы.

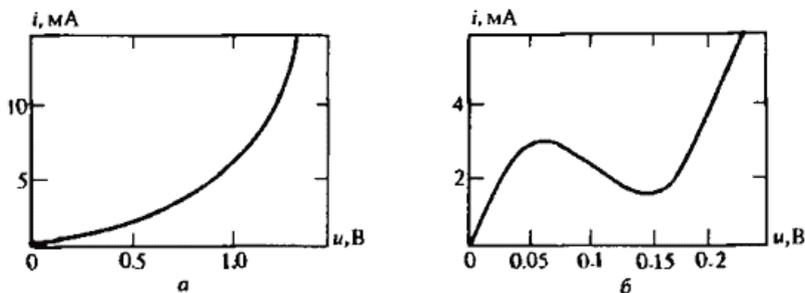


Рис. 22. Типичные вольтамперные характеристики нелинейных двухполюсников: а — однозначная характеристика полупроводникового диода; б — характеристика туннельного диода с тремя значениями напряжения

Ниже для конкретности будут рассматриваться внешние характеристики нелинейных двухполюсников, когда входным сигналом служит напряжение  $u$ , а выходным — ток  $i$  в двухполюснике. Зависимость обычно принято называть вольт-амперной характеристикой (ВАХ) нелинейного элемента. Все методы и результаты можно перенести и на случай нелинейного четырехполюсника, например транзистора, работающего в нелинейном режиме при больших амплитудах входного сигнала. Здесь выходная цепь представляется источником, управляемым входным напряжением; связь между мгновенными значениями напряжения и тока оказывается существенно нелинейной.

## Методика проведения экспериментальных исследований

1. Провести компьютерное моделирование с помощью программы «Идентификатор», результаты исследований занести в отчет для арксинусного и гауссовского распределений.

Прохождение сигнала с гауссовским законом распределения через цепи (рис. 17, 18).

2. Провести экспериментальное исследование с помощью лабораторного стенда.

2.1. Пользуясь генератором «1 кГц» в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ и встроенным мультиметром, откалибровать осциллограф так, чтобы при «вх – 0,25 В» размах синусоиды на его экране составлял  $\pm 1$  деление. Затем, заменив генератор «1 кГц» на генератор шума (ГШ), ручкой регулятора выхода ГШ установить ширину шумовой «дорожки» на экране  $\pm 3$  деления, что соответствует  $\pm 3\sigma$  (согласно «правилу трех сигм» для нормального случайного процесса). Следовательно,  $\sigma$  шума соответствует 0,5 В. При последующем исследовании шести цепей не менять ни уровня шума, ни усиления осциллографа.

2.2. Подключив ГШ ко входу «А» ПК, работающего в режиме «ГИСТОГРАММА» (см. инструкцию в приложении), с помощью ручки регулировки входного сигнала ПК, расположенной рядом с гнездом «А», установить на мониторе требуемый размах сигнала. Зафиксировать общую для всех цепей реализацию сигнала на входе, график плотности вероятности и его параметры –  $m$  и  $a$ .

2.3. Подключив выход ГШ ко входу первой цепи, а ПК — к ее выходу, зафиксировать выходную реализацию, плотность вероятности выходного сигнала  $W_{вых}(x)$  и его параметры  $m_{вых}$  и  $a_{вых}$ .

2.4. Повторить п. 2.1 для остальных двух цепей.

### *Контрольные вопросы и задания*

1. Дайте определение плотности вероятности случайной величины.
2. Связь функции распределения и плотности вероятности.
3. Дайте определение случайного процесса с нормальным законом распределения.
4. В чем заключается правило трех сигм?
5. Меняется ли вид закона распределения при прохождении случайного процесса через нелинейную безынерционную цепь?
6. Приведите примеры нелинейных цепей.
7. Запишите формулу для закона распределения Рэлея.
8. Нормированный или ненормированный закон распределения получается в ходе экспериментальных исследований на лабораторном стенде?
9. Объясните принцип работы лабораторного стенда.

## *Лабораторная работа № 5*

### **Исследование согласованного фильтра при воздействии прямоугольного видео- и радиоимпульса**

**Цель работы:** исследование статистических характеристик согласованного фильтра для прямоугольных видео- и радиоимпульсов.

**Оборудование:** персональный компьютер ПК.

#### **Краткая теория**

В радиосвязи, радиолокации и других системах передачи информации сигнал, предназначенный для передачи полезных сообщений, в процессе передачи маскируется помехами и подвергается искажениям.

Предположим, что в отсутствие помех и искажений сигнала на выходе приемника точно воспроизводится переданное сообщение. Тогда при наличии помех и искажений сигнала сообщение на выходе того же приемника будет воспроизводиться не точно, а с искажениями. Приемник, для которого искажения сообщения в определенном смысле минимальны, называется оптимальным, или идеальным (наилучшим) в этом смысле.

Этот минимальный уровень искажений часто называют потенциальной помехоустойчивостью.

При заданных условиях радиоприема потенциальная помехоустойчивость не может быть превзойдена реальным радиоприемником; можно лишь стремиться к ее достижению.

В зависимости от целевого назначения разные системы передачи информации работают в различных условиях и к ним предъявляются разные требования. Исходя из этих требований, а также из методических соображений, для типовых систем условно можно сформулировать шесть частных задач, рассматриваемых в теории. Основные задачи теории оптимальных методов радиоприема:

1. Обнаружение сигнала
2. Различение сигналов
3. Оценка параметров сигнала
4. Фильтрация сообщения
5. Разрешение сигналов
6. Распознавание образов.

Собственный шум радиоприемника и тепловые шумы окружающего пространства складываются линейно с полезным сигналом на входе приемника. Помехи, которые складываются (суммируются) с сигналом линейно, называются аддитивными помехами.

Для простоты будем считать шум «белым». Это предположение существенно упрощает математические вычисления.

В дальнейшем будем предполагать, что полезный сигнал  $s(t, \lambda)$  принимается на фоне аддитивного «белого» шума  $n(t)$  с нулевым математическим ожиданием, т. е. колебание  $\xi(t)$ , принятое на конечном интервале времени  $T$ , представляет собой случайный процесс:

$$\xi(t) = s(t, \lambda) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (50)$$

Здесь «белый» шум  $n(t)$  имеет следующие основные характеристики:

$$M\{n(t)\} = 0, \quad R_n\{n(t_1) n(t_2)\} = N/2 \delta(t_2 - t_1), \quad (51)$$

где  $N$  — односторонняя спектральная плотность шума;  $\delta(x)$  — дельта функция.

### **Оптимальный линейный фильтр**

В отличие от линейных фильтров, предназначенных для оптимальной фильтрации случайных сигналов по критерию минимума среднего квадрата ошибки, оптимальные и согласованные линейные фильтры применяются при обнаружении и различении детерминированных сигналов, причем критерием оптимальности применения таких фильтров является получение на выходе фильтра максимально возможного отношения пикового значения сигнала к среднеквадратическому значению помехи.

Получим выражения комплексной частотной и импульсной характеристик оптимального фильтра.

Пусть на вход искомого линейного фильтра с комплексной частотной характеристикой  $K(j\omega)$  воздействуют сумма полностью известного сигнала  $s(t)$  и помехи  $n(t)$ , представляющей собой стационарный в широком смысле случайный процесс с известной спектральной плотностью  $S_n(j\omega)$ .

Обозначим полезный сигнал на выходе фильтра через  $s_b(t)$  и помеху на выходе через  $n_b(t)$ . Известно, что если на вход линейной системы с комплексной частотной характеристикой  $K(j\omega)$  воздействует сигнал  $s(t)$ , имеющий комплексный спектр

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j\omega t} dt, \quad (52)$$

то комплексный спектр сигнала на выходе фильтра определяется произведением  $S(j\omega)|K(j\omega)|^2$ , а сам выходной сигнал — выражением

$$s_s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega)|K(j\omega)|^2 e^{j\omega t} d\omega. \quad (53)$$

Спектральная плотность помехи на выходе фильтра определяет выражением  $S_n(j\omega)|K(j\omega)|^2$ . Поэтому дисперсия помехи на выходе фильтра равна

$$D_s = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_n(j\omega)|K(j\omega)|^2 d\omega. \quad (54)$$

На основании (53) и (54) получаем выражение для отношения сигнал-помеха по мощности на выходе фильтра в некоторый момент времени  $t_n$ :

$$Q = \frac{|s_s(t_n)|^2}{D_s} = \frac{1}{2\pi} \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega)K(j\omega)e^{j\omega t_n} d\omega \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} S_n(j\omega)|K(j\omega)|^2 d\omega}. \quad (55)$$

Задача заключается в том, чтобы найти такую функцию  $K(j\omega)$ , при которой отношение (55) в некоторый момент времени  $t_0$  достигает максимума. Эта задача может быть решена с помощью неравенства Шварца–Буняковского. Неравенство

Шварца–Буняковского гласит, что если имеются две произвольные, в общем случае комплексные функции  $f(x)$  и  $g(x)$ , то выполняется соотношение

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} f^{*}(x)g(x)dx \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx \int_{-\infty}^{\infty} |g(x)|^2 dx, \quad (56)$$

причем знак равенства имеет место в том и только в том случае, когда

$$g(x) = c_0 f(x), \quad (57)$$

где  $c_0$  — некоторая постоянная;  $f^{*}(x)$  — функция, комплексно сопряженная  $f(x)$ .

Запишем неравенство (56) в виде следующего отношения:

$$\frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} f^{*}(\omega)g(\omega)d\omega \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |g(\omega)|^2 d\omega} \leq \int_{-\infty}^{\infty} |f(\omega)|^2 d\omega. \quad (58)$$

Полагая здесь

$$f^{*}(\omega)S(j\omega)e^{j\omega t_0} / \sqrt{2\pi S_n(\omega)}g(\omega) = K(j\omega)\sqrt{S_n(\omega)}, \quad (59)$$

имеем

$$Q = \frac{1}{2\pi} \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega)K(j\omega)e^{j\omega t_0} d\omega \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} S_n(j\omega)|K(j\omega)|^2 d\omega} \leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(j\omega)|^2}{S_n(\omega)} d\omega. \quad (60)$$

Отсюда следует, что максимально возможное значение отношения сигнал-помеха определяется правой частью этого соотношения, т. е. величиной

$$Q = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(j\omega)|^2}{S_n(\omega)} d\omega. \quad (61)$$

Согласно (57) это значение достигается лишь при выполнении условия

$$K(j\omega)\sqrt{S_n(j\omega)} = c_0 S^{*}(j\omega)e^{-j\omega t_0} / \sqrt{2\pi S_n(\omega)}$$

или

$$K(j\omega) = c \frac{S^*(j\omega)}{S_n(\omega)} e^{-j\omega t_0}, \quad (62)$$

где  $c$  — некоторая постоянная;  $t_0$  — момент времени, соответствующий наибольшему отношению пикового значения сигнала к среднеквадратичному значению помехи. Зная комплексную частотную характеристику оптимального фильтра (62), по известной формуле можно найти импульсную характеристику.

Таким образом, комплексная частотная характеристика оптимального линейного фильтра определяется формулой (62), а наибольшее отношение сигнал-помеха — формулой (61).

### Согласованный линейный фильтр

Согласованный фильтр — линейный фильтр, на выходе которого получается максимально возможное пиковое отношение сигнал-шум при приеме полностью известного сигнала на фоне гауссовского «белого» шума.

Применим полученные формулы из предыдущей главы к данному случаю. Для этого нужно положить  $S_n(\omega) = N/2 = \text{const}$ .

Тогда, например, формулы (61) и (62) примут соответственно вид:

$$Q_0 = 2E/N, \quad (63)$$

где  $N$  — мощность шума;  $E$  — энергия сигнала.

Частотная характеристика фильтра имеет вид:

$$K_0(j\omega) = k S^*(j\omega) e^{-j\omega t_0}. \quad (64)$$

Запишем спектр входного сигнала и комплексную частотную характеристику фильтра в виде

$$S(j\omega) = |S(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}, \quad K_0(j\omega) = |K_0(j\omega)| e^{j\varphi_0(\omega)}. \quad (65)$$

Для согласованного фильтра из (64) получим

$$K_0(j\omega) = k |S(j\omega)|, \quad \varphi_0(\omega) = -(\varphi_s(\omega) + \omega t_0). \quad (66)$$

Видно, что амплитудно-частотная характеристика согласованного фильтра пропорциональна амплитудно-частотному спектру входного сигнала (амплитудно-частотная характеристика согласована со спектром сигнала), а фазочастотная — равна

сумме фазочастотного спектра сигнала, взятого с обратным знаком, и фазового спектра задержки  $(-\omega t_0)$ .

Подставив в (53) частотную характеристику (64), получаем выражение сигнала на выходе согласованного фильтра:

$$s_B(t) = \frac{k}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 e^{j\omega(t-t_0)} d\omega = \frac{k}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 \cos \omega(t-t_0) d\omega. \quad (67)$$

Отсюда видно, что сигнал на выходе согласованного фильтра определяется только амплитудно-частотным спектром входного сигнала и не зависит от его фазочастотного спектра. Последнее объясняется тем, что взаимные фазовые сдвиги спектральных составляющих входного сигнала компенсируются фазочастотной характеристикой фильтра. Поэтому все гармонические составляющие одновременно достигают амплитудных значений в момент времени  $t = t_0$  и, складываясь, дают пик выходного сигнала:

$$s_{B\max}(t_0) = \frac{k}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 d\omega = kE. \quad (68)$$

Импульсная характеристика согласованного фильтра (64) находится по формуле:

$$\begin{aligned} h_0(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_0(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{k}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S^*(j\omega) e^{j\omega(t-t_0)} d\omega = \\ &= \frac{k}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S^*(-j\omega) e^{j\omega(t-t_0)} d\omega = \frac{k}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) e^{j\omega(t-t_0)} d\omega. \end{aligned} \quad (69)$$

Учитывая выражение для входного сигнала

$$\begin{aligned} s(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)| e^{j\omega t} d\omega, \text{ получим} \\ h_0(t) &= ks(t_0 - t). \end{aligned} \quad (70)$$

Следовательно, импульсная характеристика согласованного фильтра целиком определяется формой сигнала (согласована с сигналом). Чтобы представить себе функцию  $h_0(t)$ , обратимся к рисунку 23, на котором изображен импульсный сигнал  $s(t)$  длительностью  $t_1$ , появившийся в момент времени  $t = t_0$ . Очевидно, что функция  $s(t_0 + t)$  появляется на время  $t_0$  раньше, чем сигнал  $s(t)$ .

Функция же  $s(t_0-t)$  является зеркальным отображением функции  $ks(t_0+t)$  относительно оси ординат.

Умножив функцию  $s(t_0-t)$  на коэффициент  $k$ , получаем импульсную характеристику согласованного фильтра (70).

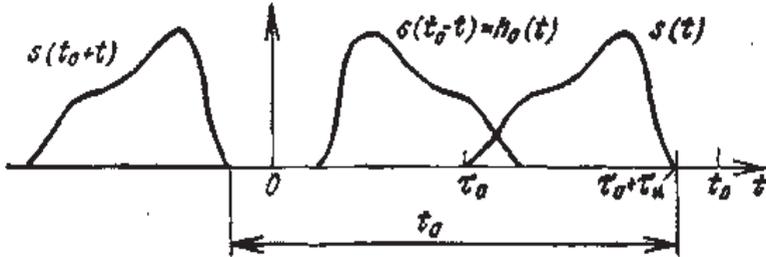


Рис. 23. Импульсная характеристика согласованного фильтра

Если на вход согласованного фильтра (70) воздействует принятое колебание

$$\xi(t) = s(t, \lambda) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T,$$

то напряжение на выходе согласованного фильтра можно представить в виде

$$\eta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_0(t-\tau) \xi(\tau) d\tau = k \int_{-\infty}^{\infty} s(t_0-t+\tau, \lambda) \xi(\tau) d\tau = k(N/2) [q_{0s}(t, \lambda) + q_{0n}(t, \lambda)] \quad (71)$$

где  $q_{0s}(t, \lambda)$  и  $q_{0n}(t, \lambda)$  — сигнальная и шумовая функции:

$$q_{0s}(t, \lambda) = 2/N \int_{-\infty}^{\infty} s(t_0-t+\tau, \lambda) s(\tau, \lambda_0) d\tau, \quad (72)$$

$$q_{0n}(t, \lambda) = 2/N \int_{-\infty}^{\infty} s(t_0-t+\tau, \lambda) n(\tau) d\tau$$

Из (71) видно, что выходное напряжение согласованного фильтра представляет собой взаимокорреляционную функцию между принятым колебанием  $\xi(t)$  и входным полезным сигналом  $s(t, \lambda)$ .

Из (71) и (72) следует, что сигнал  $s_0(t) = (kN/2)q_{0s}(t, \lambda)$  на выходе согласованного фильтра с точностью до постоянного множи-

теля представляет собой «корреляционную функцию» входного полезного сигнала, причем наибольшее значение выходного сигнала имеет место в точке  $\lambda = \lambda_0$ ,  $t = t_0$  и равно

$$s_{\max}(t_0) = kE. \quad (73)$$

Корреляционная функция выходного шума  $n_B(t) = (kK/2)q_{0s}(t, \lambda)$  находится по формуле:

$$R(t_1 - t_2) = M\{n_B(t_1)n_s(t_2)\} = k^2 \frac{N}{2} \int_{-\infty}^{\infty} s(t_0 - t_1 + u, \lambda)s(t_0 - t_2 + u, \lambda)du = \\ k^2 \frac{N}{2} \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau, \lambda)s(\tau + t_1 - t_2 + u, \lambda)d\tau. \quad (74)$$

Эта формула показывает, что корреляционная функция выходного шума имеет вид «корреляционной функции» входного сигнала. Отсюда при  $t_1 = t_2$  дисперсия выходного шума:

$$D_B = k^2 NE/2. \quad (75)$$

Из формул (73) и (75) находим отношение наибольшего значения выходного сигнала к среднеквадратическому значению выходного шума:

$$\overline{s_{\max}(t_0)}/\sqrt{D_B} = \sqrt{2E/N}. \quad (76)$$

Отношение сигнал-шум на выходе согласованного фильтра можно пересчитать к его входу. Пусть  $\Delta f$  — эффективная полоса пропускания согласованного фильтра (74), равная эффективной ширине спектра сигнала. Мощность шума на входе в эффективной полосе пропускания согласованного фильтра равна  $P_n = N\Delta f$ , а мощность сигнала на входе фильтра равна  $P_s = E/\tau_u$ , где  $\tau_u$  — эффективная длительность сигнала.

Подставив отдельные величины в формулу (76), получим

$$\overline{s_{\max}(t_0)}/\sqrt{D_B} = \sqrt{2 \Delta f \tau_u P_s / P_n}. \quad (77)$$

Произведение  $\Delta f \tau_u$  часто называют базой сигнала. При заданной энергии сигнала  $E$  и равномерной спектральной плотности шума  $N$  увеличение  $\tau_u$  или  $\Delta f$  порознь не оказывает непосредственного влияния на отношение сигнал-шум на выходе

согласованного фильтра; это отношение можно увеличить за счет увеличения базы сигнала.

Иногда для аппроксимации реальных импульсных сигналов используют бесконечно длинные импульсы (гауссовский, экспоненциальный и другие).

Согласованные фильтры решают задачу обеспечения получения на выходе максимально возможного пикового отношения сигнал-шум. Однако схемная реализация согласованной фильтрации оказывается различной.

В практических приложениях выбор согласованной фильтрации в основном определяется простотой реализации.

Согласованные фильтры являются оптимальными, когда прием осуществляется на фоне гауссовского «белого» шума и полезный сигнал полностью известен. Конечно, в практических ситуациях эти условия не выполняются. Из-за причин различной природы параметры радиосигнала, как правило, являются случайными величинами или процессами. Однако эти отклонения не исключают использование согласованных фильтров в качестве важных элементов в устройствах оптимального обнаружения и различения сигналов, а также в измерителях параметров сигналов.

### **Согласованный фильтр для прямоугольного видеоимпульса**

Пусть импульс появляется в момент времени  $t = 0$ , имеет амплитуду  $A$  и длительность  $\tau_u$  (рис. 24), то есть

$$\begin{aligned} s(t) &= A \text{ при } 0 \leq t \leq \tau_u, \\ s(t) &= 0 \text{ при } t < 0, t > \tau_u. \end{aligned}$$

Спектр такого сигнала равен

$$S(j\omega) = A \int_0^{\tau_u} e^{-j\omega t} dt = \frac{A}{j\omega} (1 - e^{-j\omega\tau_u}).$$

Полагая по формуле (64), находим комплексную частотную характеристику согласованного фильтра:

$$K_0(j\omega) = \frac{kA}{j\omega} (1 - e^{-j\omega\tau_u}).$$

Одна из возможных функциональных схем согласованного фильтра представлена на рис. 25. Он состоит из идеального видеоусилителя с коэффициентом усиления  $kA$ , интегратора, линии задержки на время  $\tau_u$  и вычитающего устройства. Напряжение с выхода интегратора подается на вычитающее устройство по двум каналам: непосредственно и через линию задержки. На рис. 26 показан характер напряжений на выходе отдельных элементов схемы. На выходе вычитающего устройства получается треугольный импульс высотой  $kA$  и длительностью  $\tau_u$ :

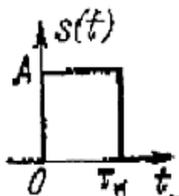


Рис. 24. Прямоугольный видеоимпульс

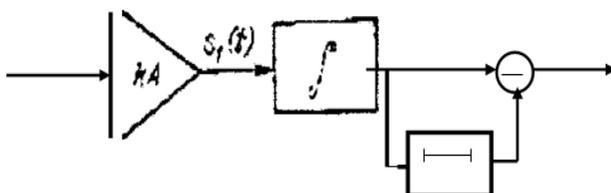


Рис. 25. Согласованный фильтр для прямоугольного видеоимпульса

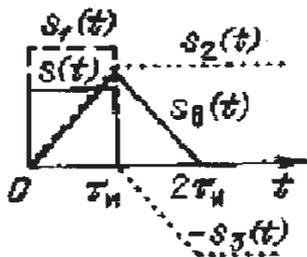


Рис. 26. Напряжения на выходе отдельных элементов схемы согласованного фильтра

## Согласованный фильтр для прямоугольного радиоимпульса

Теперь рассмотрим случай, когда на вход согласованного фильтра будет подаваться прямоугольный радиоимпульс. Пусть прямоугольный радиоимпульс имеет вид:

$$s(t) = A \cos \omega_0 t$$

при  $0 \leq t \leq \tau_u$ .

Он изображен на рис. 27. Находим его спектр:

$$S(j\omega) = \frac{A}{2} \left[ \frac{e^{-j\omega_0 \tau_u} - 1}{j(\omega_0 - \omega)} - \frac{e^{-j(\omega_0 + \omega) \tau_u} - 1}{j(\omega_0 + \omega)} \right].$$

По формуле (64) при  $t_0 = \tau_u$  находим передаточную функцию согласованного фильтра:

$$K_0(j\omega) = \kappa \frac{A}{2} \left[ \frac{e^{-j\omega \tau_u} - e^{-j\omega_0 \tau_u}}{j(\omega_0 - \omega)} - \frac{e^{-j\omega \tau_u} - e^{-j\omega_0 \tau_u}}{j(\omega_0 + \omega)} \right].$$

Предположим, что  $\omega_0 \tau_u = 2\mu\pi$ , где  $\mu$  — целое число. Тогда

$$K_0(j\omega) = \kappa A (1 - e^{-j\omega \tau_u}) \frac{j\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Такую передаточную функцию можно получить при помощи функциональной схемы рис. 25. Первый множитель реализуется линией задержки на  $\tau_u$  и вычитающим устройством, а второй множитель  $j\omega/(\omega_0^2 - \omega^2)$  соответствует передаточной функции идеального колебательного контура (с очень малым затуханием), которая равна  $j\omega/C(\omega_0^2 - \omega^2)$ , где  $\omega_0^2 = 1/LC$  — резонансная частота колебательного контура. На рис. 27 изображен характер сигнала на выходе согласованного фильтра.

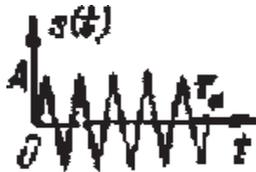


Рис. 27. Прямоугольный радиоимпульс

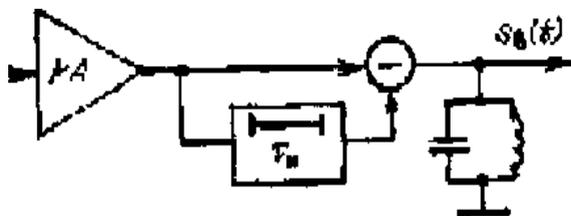


Рис. 28. Согласованный фильтр для прямоугольного радиоимпульса

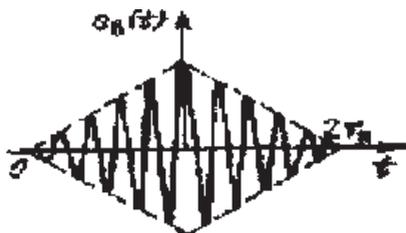


Рис. 29. Сигнал на выходе согласованного фильтра

### Порядок выполнения работы

1. Изучить теоретические основы описания согласованного фильтра.
2. Научиться строить структурные схемы согласованного фильтра в зависимости от входного сигнала.
3. Исследовать согласованный фильтр при воздействии видео-и радиоимпульсов.
4. Запустить программу на выполнение. Задать параметры сигнала и СКО шума, вид распределения шума на входе.
5. Построить зависимость шумовой функции от СКО шума на входе.
6. Исследовать влияние изменения отношения сигнал-шум на сигнальную функции при различных распределениях шума.
7. Исследовать влияние изменения отношения сигнал-шум на шумовую функции при различных распределениях шума.
8. Оформить отчет о выполненной работе.

### *Контрольные вопросы*

1. Что такое потенциальная помехоустойчивость?
2. Основные задачи оптимального радиоприема, их характеристика.
3. Понятие априорной вероятности.
4. Понятие апостериорной вероятности.
5. Сигнальная функция и ее свойства.
6. Шумовая функция и ее свойства.
7. Почему согласованный фильтр является оптимальным приемником?
8. От каких параметров зависит частотная характеристика согласованного фильтра?
9. Чем определяется импульсная характеристика согласованного фильтра?
10. Свойства согласованных фильтров.
11. Условия их физической возможности и реализуемости.
12. Структурная схема согласованного фильтра для случая прямоугольного видеоимпульса.
13. Структурная схема согласованного фильтра для случая прямоугольного радиоимпульса.
14. Чему равно максимальное отношение сигнал-шум на выходе согласованного фильтра?
15. Что называется базой сигнала?
16. Какие параметры влияют на отношение сигнал-шум на выходе согласованного фильтра?
17. Основные допущения, которые используются при построении моделей фильтров.
18. Для чего нужны согласованные фильтры?

## Литература

1. Баскаков, С. И. Радиотехнические цепи и сигналы / С. И. Баскаков. — М. : Высшая школа, 2000. — 536 с.
2. Тихонов, В. И. Статистическая радиотехника / В. И. Тихонов. — М. : Радио и связь, 1982. — 624 с.
3. Зюко, А. Г. Теория передачи сигналов / А. Г. Зюко. — М. : Связь, 1980. — 288 с.
4. Левин, Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б. Р. Левин. — М. : Сов. радио, 1974. — 350 с.
5. Каганов, В. И. Радиотехнические цепи и сигналы / В. И. Каганов. — М.: Горячая линия-Телеком, 2004. — 154 с.
6. Борисенко, А. В. Теория электрической связи / А. В. Борисенко. — СПб. : СПбГУТ, 2004. — 376 с.
7. Тихонов, В. И. Оптимальный прием сигналов / В. И. Тихонов. — М. : Радио и связь, 1983. — 320 с.
8. Финк, Л. М. Сигналы, помехи, ошибки / Л. М. Финк. — М. : Радио и связь, 1984. — 256 с.
9. Хьюлсмай, Л. Теория и расчет активных РС-цепей : пер. с англ. / Л. Хьюлсмай ; под ред. А. Е. Знаменского, И. Н. Теплюка. — М. : Связь, 1973. — 284 с.
10. Шахтарин, Б. И. Случайные процессы в радиотехнике: цикл лекций / Б. И. Шахтарин. — М. : Радио и связь, 1983. — 584 с.
11. Кротова, Е. И. Теория электрической связи : Лабораторные работы : метод. указания / Е. И. Кротова. — Ярославль : ЯрГУ, 2008. — 44 с.

## Описание экспериментальной установки

Лабораторный стенд представляет собой прямоугольный блок с габаритами (1200x370x280мм), установленный на полке рабочего стола.

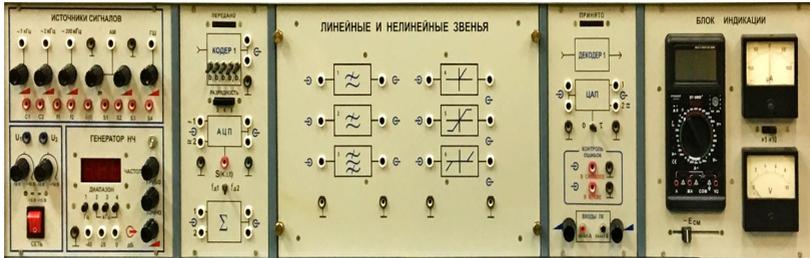


Рис. 1. Внешний вид экспериментальной установки

Стенд содержит ряд функциональных узлов, моделирующих функциональную схему систем связи, а также все необходимые источники сигналов и измерительные приборы, а именно (слева направо):

- источники сигналов;
- блоки КОДЕР-1, АЦП и сумматор;
- сменные блоки (в середине стенда), содержащие исследуемые функциональные узлы, гнезда контрольных точек, необходимые органы управления и индикации;
- светодиодные табло переданного и принятого сообщения, ЦАП и блок контроля ошибок;
- блок индикации, в котором расположены измерительные приборы постоянного и переменного напряжения, а также движковый потенциометр напряжения смещения.

В блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ представлены:

- гармонические сигналы с частотами 1кГц, 2кГц и 110кГц с регуляторами выхода (0+1,5);

- амплитудный модулятор с несущей частотой 110кГц и частотой модуляции 1кГц. Уровень несущей и глубина модуляции ( $\tau$ ) регулируются в пределах 0+1,5В и 0+1В соответственно;

- генератор шума (ГШ) с регулировкой выходного сигнала (квазибелый шум в полосе не менее 10Гц–100кГц).

- импульсные сигналы тактовой (С1) и цикловой (С2) синхронизации. Для С1 период  $T = 450$  мкс (тактовый интервал). Период С2  $T_{\text{ц}} = 17 T$ . Сигналы используются для внешней синхронизации осциллографа;

- гармонические сигналы  $f_1$  и  $f_2$ , используемые для получения дискретных видов модуляции;  $f_1 = 27$  кГц;  $f_2 = 18$  кГц.

- $\delta(t)$ -сигнал “ $\delta$ -функции” – прямоугольной формы с длительностью  $t_{\text{д}} = 5$  мкс и периодом 17 Т; амплитуда не менее 5В;

- S1–S3 — сигналы сложной формы, состоящие из двух гармоник (основная частота 2кГц);

S4 — сигнал, состоящий из суммы первой и третьей гармоник с частотами 23 и 69 Гц (для исследования АЦП);

- U1 и U2 — регулируемые источники постоянных напряжений (в пределах  $-10 - +10$  В);

- диапазонный низкочастотный генератор; имеет плавную и ступенчатую регулировку выходного сигнала (0+5 В эфф). Установка частоты (в пределах 20 Гц + 160 кГц) производится по встроенному частотомеру с цифровой индикацией.

Сигналы всех источников стенда (кроме ГШ и генератора НЧ) получены от одного кварцевого генератора путем деления частоты и фильтрации. Это существенно упрощает наблюдение изучаемых сигналов на осциллографе.

В блоке КОДЕР-1 производится ручное формирование любой пятисимвольной комбинации с помощью микротумблеров. Набранная комбинация индицируется на светодиодном табло с надписью ПЕРЕДАНО. (Такое же табло, но с надписью ПРИНЯТО, расположено над обозначением ДЕКОДЕР-1).

Блок АЦП является КОДЕРОМ-1 для аналоговых сигналов. На вход 1 блока АЦП подается входной аналоговый сигнал, вход 2 (“открытый вход”) служит для снятия статической характеристики А-Ц преобразования. Нижнее гнездо S служит

для наблюдения за отсчетами преобразуемого сигнала, причем могут быть использованы две частоты дискретизации:  $f_{\delta 1} = 125$  Гц или  $f_{\delta 2} = 2,3$  кГц, переключаемые тумблером. Кнопочный переключатель РАЗРЯДНОСТЬ позволяет получить число разрядов АЦП 3, 4 и 5.

При отжатых кнопках происходит восьмиразрядное кодирование.

Блок ЦАП имеет один вход и два выхода. На выходе 1 формируется ступенчатый сигнал в соответствии с выбранной в АЦП разрядностью и частотой дискретизации. На выходе 2 формируется выходной сигнал после сглаживающего фильтра. Тумблер “0 v т», расположенный ниже ЦАП, служит для компенсации задержки на Т, вносимой демодулятором. При непосредственном соединении блоков АЦП и ЦАП тумблер должен быть в положении “0”, а при включении между ними модулятора и демодулятора — в положении “т”.

Блок контроля ошибок предназначен для фиксации ошибок в “системе связи”. Сигналы ошибок с выхода этого блока подсчитываются на ПК за определенное время наблюдения и рассчитывается оценка вероятности ошибки. Сигналы ошибок в символе — положительные импульсы прямоугольной формы длительностью около 200 мкс формируются только для первых пяти символов последовательности (информационных).

Длительность сигнала ошибки в «букве», то есть в пятисимвольной информационной посылке, определяется положением первого ошибочно принятого символа и моментом окончания 5 символа.

Ниже блока контроля ошибок расположены гнезда входов ПК с потенциометрами, регулирующими уровень сигналов, подаваемых на ПК. Связь стенда с ПК осуществляется через экранированный кабель, заканчивающийся разъёмом, который должен быть включён на вход звуковой платы ПК.

В настоящее время стенд комплектуется пятью сменными блоками:

• **ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИГНАЛОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ.** Блок содержит полевой транзистор с нагрузкой в цепи стока в виде резистора или колебательного LC контура. Частота резонанса контура около 15 кГц. Блок позволяет подробно изучать такие преобразования в радиотехнике, как изменение формы и спектра сигналов нелинейной безынерционной цепью, нелинейное резонансное усиление, умножение частоты, преобразование частоты, амплитудную модуляцию и детектирование АМ сигналов.

• **ЧАСТОТНЫЙ МОДЕМ.**

Блок содержит частотный модулятор на RC генераторе с полевыми транзисторами в фазобалансной цепи и частотный детектор (ЧД) с симметрично расстроенными контурами. Модулятор ЧМ обеспечивает практически линейное изменение частоты в пределах 7+18 кГц. Характеристика детектирования ЧД имеет линейный участок не уже  $\pm 2$  кГц относительно несущей частоты 14 кГц. Измерение частоты модулятора при снятии статической модуляционной характеристики (СМХ) и наблюдение спектров модулированных колебаний производится по анализатору спектра, реализованному программным методом на ПК.

Блок позволяет снять СМХ и характеристику детектирования, выбрать оптимальные режимы модулятора и детектора, наблюдать осциллограммы и спектры ЧМ сигналов, прохождение сигналов через частотный модем.

• **ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ ВО ВРЕМЕНИ (ТЕОРЕМА КОТЕЛЬНИКОВА).**

Блок содержит дискретизатор, переключатель фиксированных частот дискретизации (3, 6, 12, 16, 24 и 48кГц) и три ФНЧ четвертого порядка на операционных усилителях. Особенностью блока является выбор как частот сигнала, так и частот дискретизации, полученных от одного кварцевого генератора, что облегчает наблюдение на осциллографе дискретизированных сигналов.

#### • АВТОГЕНЕРАТОРЫ.

Блок содержит LC и RC автогенераторы с общей схемой прерывателя цепей обратной связи для изучения переходных процессов.

LC генератор собран на полевом транзисторе с трансформаторной обратной связью. Имеется возможность изменить знак обратной связи или вообще отключить ее. Частота генерации фиксированная, около 25 кГц. Работает в режимах автоматического либо регулируемого смещения.

RC генератор собран на двухкаскадном резистивном усилителе с фазобалансной цепью. Предусмотрена возможность отключения цепи обратной связи, а также превращения схемы в мультивибратор. Частота генерации регулируется двояким потенциометром в пределах сотен герц – единиц килогерц. Имеется ручная и автоматическая регулировка усиления (АРУ) К-цепи. Схема АРУ, включаемая отдельным тумблером, позволяет сохранить практически синусоидальную форму колебаний даже при попытке вручную изменить коэффициент усиления К-цепи.

Блок «АВТОГЕНЕРАТОРЫ» позволяет выполнять три лабораторные работы.

#### • МОДУЛЯТОР-ДЕМОДУЛЯТОР.

Блок содержит цифровой манипулятор, работающий в режимах АМ, ЧМ, ФМ и ОФМ; “канал связи”, представленный в виде сумматора с полосовым фильтром (ПФ) для подачи шума от ГШ; демодулятор, собранный по схеме корреляционного приемника. Полосовой фильтр предназначен для ограничения полосы шума полосой частот, занимаемой спектром модулированных сигналов (10–К35 кГц). Коэффициент передачи сумматора для сигнала – 0,5, для шума – 5.

На сменном блоке подробно раскрыта схема демодулятора: выведены на контрольные точки (гнезда) напряжения опорных сигналов, выходы перемножителей, интеграторов, пороговые напряжения. Переключение видов модуляции осуществляется кнопкой, расположенной около обозначения модулятора, и индицируется светодиодными индикаторами.

В блоке имеется также переключатель начальной фазы опорного колебания (ФМ и ОФМ), ручная установка порога (АМ), а также индикатор ошибки.

Блок позволяет изучать виды дискретной модуляции, наблюдать смесь сигнала и шума при определенном их соотношении, изучать принцип действия демодулятора при разных видах модуляции, измерять помехоустойчивость системы.

Сменные блоки крепятся к стенду четырьмя фасонными винтами; электрическое соединение осуществляется ленточными многожильными кабелями с разъёмами. Разъёмы имеют буквенную маркировку, состоящую из первых букв названия сменного блока. Замену сменных блоков следует производить только при отключенном питании стенда.

Для выполнения лабораторных работ, кроме стенда, предполагается использование двухлучевого (двухканального) осциллографа и персонального компьютера, к которому поставляется оригинальное программное обеспечение для выполнения ряда специальных измерительных и демонстрационных функций (двухканальный анализатор спектра, построение гистограмм, функций корреляции, вычисление оценки вероятности ошибок).

В соответствии с правилами техники безопасности корпуса стенда, осциллографа и компьютера должны быть соединены общим проводом.

### Описание работы с программным пакетом

Программный пакет содержит программную реализацию ряда измерительных приборов: спектроанализатора, коррелятора, гистограммы (оценка плотности вероятности мгновенных значений сигнала) и подсчета числа ошибок с последующей оценкой их вероятности. Для работы программы требуется процессор не менее Celeron 300 МГц, 32МБ оперативной памяти, звуковая карта, Windows XP.

### Порядок работы с компонентами пакета

После загрузки программы появляется окно, изображенное на рис. 1.

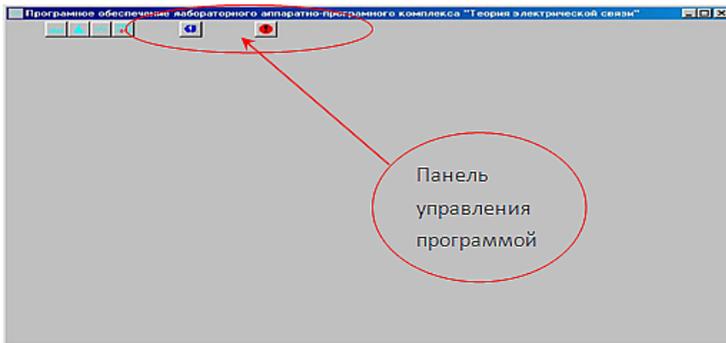


Рис. 1. Окно после загрузки пакета

Вызов компонентов осуществляется с помощью клавиш на панели управления (рис.1). Исследуемые сигналы следует подавать на входы А и Б лабораторного стенда. Уровень сигналов можно менять с помощью потенциометров, расположенных около соответствующих входов.

#### 1. Спектральный анализатор

Режим «Спектральный анализатор» вызывается нажатием на кнопку 4 (рис. 2).

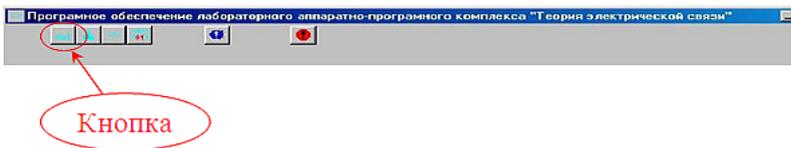


Рис. 2. Вызов компонента спектраллизатора

После нажатия на клавишу появляется окно, изображенное на рис. 3.

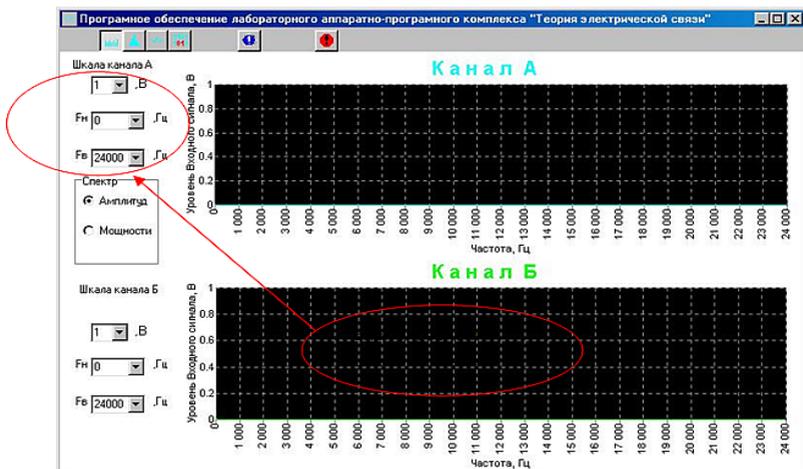


Рис. 3. Управление шкалами спектраллизатора

В блоке управления шкалой А(Б) можно изменять масштаб, в котором будет изображен спектр сигнала. Первый предел — напряжения в Вольтах;  $F_n$  и  $F_v$  соответственно нижняя и верхняя граница по частоте (для канала Б все то же самое). Сигналы для анализа подаются на соответствующие входы (А или Б), причем их амплитуду можно изменять с помощью потенциометров этих входов (Эта регулировка может потребоваться в случаях, когда исследуемый сигнал превышает 0.7В и появляется перегрузка на входе.)

## 2. Гистограмма (диаграмма уровней)

Режим «Гистограмма» вызывается нажатием на кнопку 3 (рис. 3).

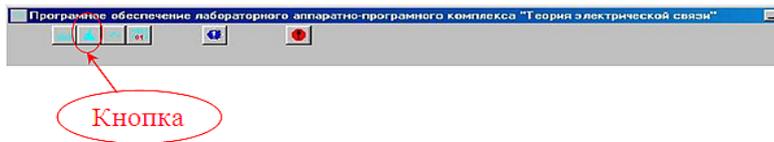


Рис. 3. Вызов режима «Гистограмма»

После нажатия на клавишу появляется окно, изображенное на рис. 4.

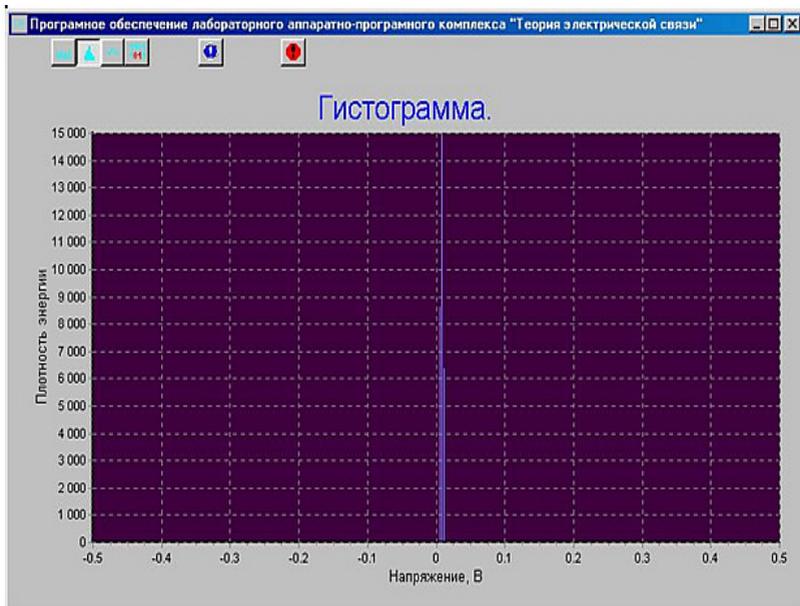


Рис. 4. Окно анализа закона распределения (гистограммы) сигнала.

Сигнал для анализа следует подать на один из входов макета (А или Б). Так как используется режим «МОНО», не имеет значения на какой именно вход подавать сигнал. Однако не следует подавать сигнал на оба входа одновременно, так как в резуль-

тате получится их алгебраическая сумма. График, полученный в этом режиме, представляет собой оценку плотности вероятности мгновенных значений исследуемого сигнала.

### 3. Коррелятор

Коррелятор вызывается нажатием на кнопку 1 (рис. 5).

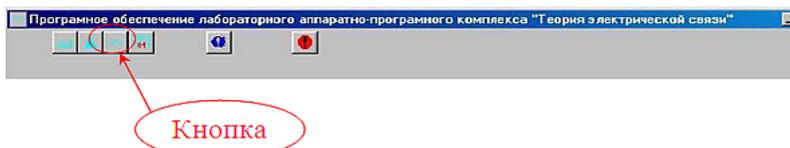


Рис. 5. Окно вызова режима коррелятора

После нажатия на клавишу появляется окно, изображенное на рис. 6.

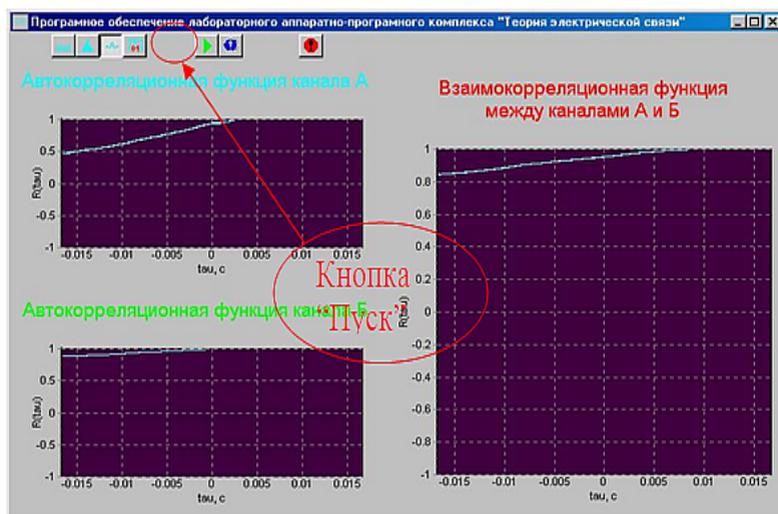


Рис. 6. Окно результатов корреляционных функций сигнала

При нажатии на зеленую кнопку «Пуск» происходит снятие отсчетов со звуковой карты и последующая обработка (автокорреляция, взаимокорреляция). Результаты появляются

на трех графиках соответственно. Графики АКФ и ВКФ строятся в диапазоне значений  $-20 \text{ мс} \leq \tau \leq 20 \text{ мс}$ .

**ВНИМАНИЕ!!!** Осмысленные результаты программа выдает только после хотя бы однократного нажатия на кнопку «Пуск». Сигналы следует подавать соответственно на входы А и Б, причем уровень сигнала влияет только на нелинейные искажения.

#### 4. Подсчет ошибок

Режим «Подсчет ошибок» вызывается нажатием на кнопку 2 (рис. 7).



Рис. 7. Запуск режима подсчета ошибок

При нажатии на кнопку 2 появляется картинка, изображенная на рис. 8.

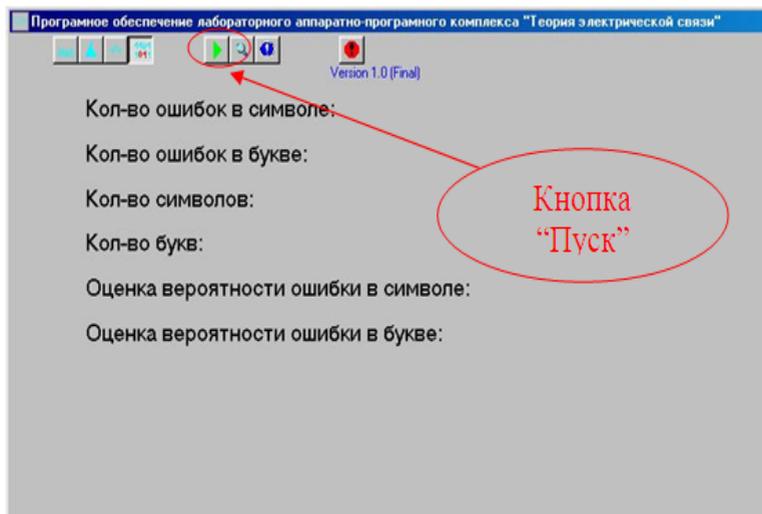


Рис. 8. Запуск операции подсчета ошибок в сигнале

Подсчет производится нажатием на зеленый треугольник (кнопка «Пуск»). Длительность анализа зависит от заданных настроек. Окно диалога настройки изображено на рис. 9.

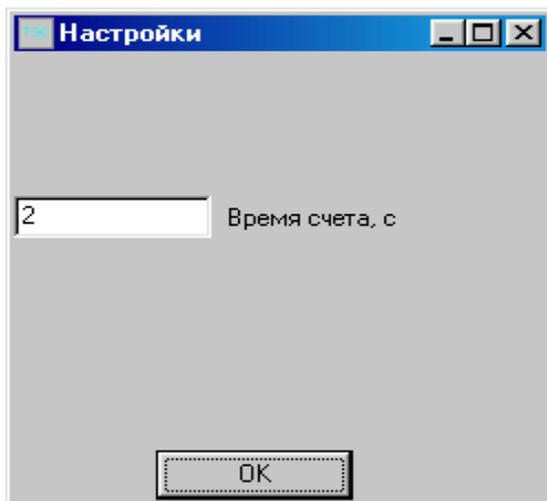


Рис. 9. Окно установки времени счета

Время счета в секундах задает интервал времени, за который производится подсчет ошибок. Для работы необходимо подать на входы А и Б соответственно сигналы ошибок в букве и символе. Длительность символа и число символов в букве указана в описании лабораторного стенда.

## Оглавление

<i>Лабораторная работа № 1. Исследование прохождения радиосигнала с гармонической амплитудной модуляцией через резонансный усилитель.....</i>	<i>3</i>
<i>Лабораторная работа № 2. Исследование законов распределения случайных процессов.....</i>	<i>14</i>
<i>Лабораторная работа № 3. Преобразование случайных процессов в линейных цепях.....</i>	<i>25</i>
<i>Лабораторная работа № 4. Преобразование случайных процессов в нелинейных цепях.....</i>	<i>31</i>
<i>Лабораторная работа № 5. Исследование согласованного фильтра при воздействии прямоугольного видео- и радиоимпульса.....</i>	<i>40</i>
<i>Литература.....</i>	<i>53</i>
<i>Приложение 1.....</i>	<i>54</i>
<i>Приложение 2.....</i>	<i>60</i>

Учебное издание

**Кротова Елена Ивановна**

**Радиотехнические  
цепи и сигналы  
(часть 2)**

Практикум

Редактор, корректор Л. Н. Селиванова  
Компьютерная верстка Е. Б. Половкова

Подписано в печать 14.05.18. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Усл.- печ. л. 3,95. Уч.-изд. л. 3,6 .  
Тираж 2 экз. Заказ .

Оригинал-макет подготовлен  
в редакционно-издательском отделе  
Ярославского государственного университета

Ярославский государственный университет  
им. П. Г. Демидова.  
150003, Ярославль, ул. Советская, 14.

