

Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

А. Б. Герасимов, А. Н. Кренёв, Е. А. Селянская

Полунатурное моделирование радиотехнических систем

Учебное пособие

Рекомендовано

*Научно-методическим советом университета для студентов,
обучающихся по направлениям Радиоп физика, Радиотехника,
Инфокоммуникационные технологии и системы связи*

Ярославль
ЯрГУ
2014

УДК 621.37(075)
ББК 384я73
Г37

*Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия. План 2014 года*

Рецензенты:

Костров В. В., д-р техн. наук, проф. ;
кафедра физики ВКА имени А. Ф. Можайского

Герасимов, Александр Борисович.

Г37 Полунатурное моделирование радиотехнических систем : учебное пособие / А. Б. Герасимов, А. Н. Кренёв, Е. А. Селянская ; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. – Ярославль : ЯрГУ, 2014. – 128 с.

ISBN 978-5-8397-0985-0

В учебном пособии изложены общие вопросы моделирования радиотехнических систем, представлены методы моделирования радиосигналов, радиотехнических систем и каналов распространения сигналов. Даны общие сведения о современных технических средствах полунатурного моделирования.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлениям 011800.68 Радиофизика, 210400.68 Радиотехника, 210700.68 Инфокоммуникационные технологии и системы связи (дисциплина «Имитационное и полунатурное моделирование», цикл М2), очной формы обучения.

УДК 621.37(075)
ББК 384я73

Учебное пособие подготовлено в рамках выполнения базовой части государственного задания на НИР ЯрГУ при поддержке проекта №1060.

ISBN 978-5-8397-0985-0

© ЯрГУ, 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	5
Раздел 1. Общие вопросы моделирования.....	7
1.1 Понятие моделирования и модели. Классификация моделей.....	7
1.2 Процесс моделирования.....	11
1.3 Системный подход в моделировании.....	15
1.4 Адекватность, устойчивость и чувствительность модели.....	20
1.5 Контрольные вопросы.....	22
Раздел 2. Моделирование сигналов радиотехнических систем.....	24
2.1 Общие вопросы моделирования сигналов.....	24
2.2 Детерминированные сигналы и сигналы, зависящие от случайных параметров.....	28
2.3 Моделирование случайных величин с известными законами распределения.....	29
2.4 Моделирование случайных процессов.....	34
2.4.1 Вычисление весовых коэффициентов скользящего суммирования.....	37
2.4.2 Вычисление параметров разностных уравнений.....	39
2.4.3 Моделирование марковских процессов.....	42
2.5 Преобразование частоты дискретизации сигналов.....	43
2.6 Контрольные вопросы.....	46
Раздел 3. Моделирование радиотехнических систем.....	48
3.1 Введение в моделирование радиотехнических систем.....	48
3.2 Моделирование линейных динамических систем методом свёртки.....	48
3.3 Моделирование линейных динамических систем с помощью разностных уравнений.....	52
3.3.1 Метод инвариантного преобразования импульсной характеристики.....	53
3.3.2 Метод Рагаззини-Бергена.....	55
3.4 Моделирование узкополосных линейных систем.....	56
3.5 Моделирование нелинейных систем.....	58
3.6 Выбор частоты дискретизации для моделирования нелинейных систем.....	62
3.7 Контрольные вопросы.....	64
Раздел 4. Моделирование радиоканалов.....	65
4.1 Статистическое моделирование многолучевых радиоканалов.....	65
4.1.1 Введение в моделирование многолучевых радиоканалов.....	65
4.1.2 Моделирование медленных замираний.....	67
4.1.3 Моделирование быстрых замираний.....	68
4.1.4 Методика имитации каналов с замираниями.....	73

4.1.5 Модели многолучевых каналов для испытания оборудования некоторых радиосистем.....	79
4.2 Детерминированное моделирование многолучевых радиоканалов..	84
4.2.1 Распространение радиоволн над радиофизической сценой.....	85
4.2.2 Математическая модель эхо-сигнала радиофизической сцены..	91
4.2.3 Модель эхо-сигнала, обеспечивающая моделирование сигнала с заданной точностью при меньшем объёме вычислений.....	96
4.2.4 Способ и устройство имитации сигнала, рассеянного радиофизической сценой.....	102
4.3 Контрольные вопросы.....	106
Раздел 5. Современные технические средства полунатурного моделирования.....	108
5.1 Цифровые сигнальные процессоры.....	108
5.2 Программируемые логические интегральные схемы.....	113
5.3 Требования к производительности аппаратных средств при полунатурном моделировании радиоканалов.....	120
5.4 Контрольные вопросы.....	122
Список литературы.....	124

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире радиотехнические системы (РТС) получили широкое распространение. Радиотехническая система – совокупность технических средств обработки радиосигналов, предназначенная для передачи информации и её извлечения. С помощью РТС осуществляется передача информации (речи, изображений, различных видов данных), изучение окружающей среды (обнаружение и определение координат объектов, определение свойств и состояния воздуха, почвы, воды), навигация (определение положения и ориентации в пространстве). Независимо от решаемой задачи пользователю радиотехнической системы требуется, чтобы она качественно и надёжно выполняла свои функции.

Обеспечение высокого качества работы радиотехнических систем является важной задачей для их разработчиков. Её решение требует оптимального выбора структуры и параметров системы, способов реализации и алгоритмов работы её компонентов. Такой выбор может быть выполнен путём экспериментальных исследований различных вариантов реализации РТС. Однако разработка и реализация различных вариантов системы приводит, во-первых, к пропорциональному увеличению длительности, а во-вторых, к увеличению стоимости работ по проектированию РТС. Кроме того, проведение сравнительных испытаний также сопровождается большими временными и финансовыми затратами.

Другим, более эффективным путём поиска оптимальных решений при проектировании РТС является проведение исследований методом моделирования. Использование моделей вместо реальных РТС позволяет легко и быстро изменять конфигурацию и параметры системы. Это даёт возможность без значительных финансовых затрат исследовать работу РТС в различных вариантах реализации. Применение же высокопроизводительных вычислительных машин позволяет провести такие исследования в короткие сроки. Таким образом, моделирование является эффективным инструментом исследования и проектирования РТС, обеспечивающим высокую надёжность и качество работы РТС, а также сокращение сроков и снижение стоимости проектирования и ввода в эксплуатацию.

Изучение методов и овладение приёмами моделирования сложных радиотехнических систем является неотъемлемой составляющей подготовки радиоинженера. В настоящем учебном пособии изложены основные методы моделирования радиотехнических сигналов и систем, а также приведены сведения о современных технических средствах полунатурного моделирования.

В первом разделе изложены общие вопросы моделирования. Дано определение понятий моделирования и модели, приведена классификация моделей по способу их реализации, характеру и закономерности изменения

переменных, параметров и значений. Представлен порядок действий процесса моделирования и их краткие характеристики. Даны основные понятия системного подхода к построению моделей, рассмотрен вопрос определения оптимальной степени детализации модели.

Во втором разделе представлены методы моделирования сигналов. Рассмотрены методы несущей и комплексной огибающей, их взаимосвязь, подходы к моделированию детерминированных сигналов, сигналов, зависящих от случайных параметров и случайных процессов, случайных сигналов. Представлены методы формирования случайных величин с заданными законами распределения, нормальных случайных процессов с заданными корреляционными свойствами, марковских случайных процессов. Представлено описание методов преобразования частоты дискретизации сигналов при моделировании.

В третьем разделе изложены методы моделирования радиотехнических систем. Рассмотрено получение моделей линейных динамических систем с использованием методов свёртки и разностных уравнений. Представлен метод комплексной огибающей для моделирования узкополосных радиотехнических систем. Дана классификация и описаны методы моделирования нелинейных систем. Рассмотрен вопрос выбора частоты дискретизации при моделировании нелинейных систем.

В четвёртом разделе изложены методы моделирования многолучевого распространения радиосигналов в среде между передатчиком и приёмником. Рассмотрены статистические модели медленных и быстрых замираний радиосигнала в многолучевом канале. Представлена функциональная модель многолучевого канала и методы имитации его характеристик. Приведены наиболее распространённые модели многолучевых радиоканалов для систем радиосвязи. Рассмотрена детерминированная модель радиоканала, основанная на фазетном представлении радиофизической сцены. Изложены методы сокращения вычислительной ёмкости данной модели при сохранении заданной степени точности моделирования. Представлен способ и устройство для имитации эхо-сигнала радиофизической сцены в реальном масштабе времени.

В пятом разделе приведены общие сведения о современных аппаратных средствах для реализации полунатурных моделей радиотехнических систем. Даны сведения об архитектуре цифровых сигнальных процессоров и программируемых логических интегральных схем. Рассмотрены особенности данных технических средств. Представлены сведения о производительности ЦСП и ПЛИС основных производителей. Приведены рекомендации по выбору устройств для реализации имитаторов радиоканалов, работающих в реальном масштабе времени.

РАЗДЕЛ 1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

1.1 Понятие моделирования и модели. Классификация моделей

Моделирование – метод исследования какого-либо объекта или явления с помощью модели, обеспечивающей близкое к оригиналу поведение в рамках некоторых допущений и приемлемых погрешностей. В общем виде моделирование представляет процесс разработки модели реального объекта или явления и изучение его свойств путём исследования модели. Разумеется, моделирование оправдано в том случае, когда оно проще создания самого оригинала или когда последний по каким-то причинам лучше вообще не создавать.

Под моделью понимается физический или абстрактный объект, свойства которого в определенном смысле сходны со свойствами исследуемого объекта. При этом требования к модели определяются решаемой задачей и имеющимися средствами.

Понятие схожести с исследуемым объектом предполагает соответствие модели ряду основных требований [1]. Хорошая модель должна быть:

- адекватной – обеспечивать достаточно точное отображение свойств исследуемого объекта;
- полной – предоставлять получателю всю необходимую информацию об исследуемом объекте;
- гибкой – предоставлять возможность воспроизведения различных ситуаций во всем диапазоне изменения условий и параметров.

В зависимости от способа реализации модели принято разделять на физические, математические и полунатурные.

Физические модели представляют реальные физические объекты или явления, которые воспроизводят характеристики и свойства исследуемого объекта за счёт сохранения либо использования аналогичной физической природы – подобию модели.

Физические модели РТС в целом представляют собой макеты, реализующие основные принципы и алгоритмы работы системы. Физические модели широко применяются для моделирования среды распространения радиосигналов, которая является неотъемлемой компонентой РТС. Например, известна модель, в которых распространение радиоволн заменяется распространением акустических волн радиочастоты в воде. Колебания массы воды в данной модели обеспечивают воспроизведение неоднородности среды распространения, приводящей к возникновению эффектов многолучевого распространения. Занимательно, что для обеспечения случайной природы колебаний воды используются живые рыбы, которые также являются элементами неоднородности среды [2].

Математические модели представляют формальное описание объекта или явления при помощи функциональных или логических операторных соотношений, алгоритмов, алгебраических, интегродифференциальных или других уравнений, которые могут быть представлены как в незамкнутой (неразрешённой), так и в замкнутой (разрешённой) форме [4].

Математическое моделирование получило широкое распространение при моделировании РТС, причём как отдельных их составляющих, так и систем в целом. Это обстоятельство объясняется следующими особенностями радиотехнических систем. Во-первых, работа РТС основана на использовании радиосигналов, которые хорошо описываются функциональными зависимостями одной (обычно времени) или нескольких переменных. Во-вторых, РТС можно рассматривать как специализированные вычислительные машины, точно или приближённо реализующие заранее предписанные алгоритмы работы. При этом входящие в алгоритм работы вычислительные операции, такие как модуляция, фильтрация, усиление, преобразование частоты, детектирование, ограничение, накопление, слежение и др., имеют сравнительно простую математическую формулировку: функциональная зависимость, линейное или нелинейное дифференциальное уравнение с постоянными или переменными коэффициентами. Таким образом, РТС легко поддаются математическому описанию. В свою очередь, математические модели делятся на аналитические и имитационные.

Аналитическими называются модели, в которых исследуемая система описывается системами математических уравнений различного вида. Аналитическое моделирование осуществляется методами символьных или численных решений математических уравнений человеком или ЭВМ.

Выполнение математического моделирования символьным методом позволяет получить общие теоретические зависимости поведения исследуемой системы. Так, например, решение дифференциального уравнения, описывающего последовательный колебательный контур, позволяет получить общее описание переходной характеристики колебательного контура, определить функциональную зависимость времени переходных процессов от параметров контура.

Применение символьных методов оказывается возможным только для моделирования сравнительно простых систем, к которым относятся линейные системы I и II порядка. Для систем более высокого порядка и нелинейных систем часто возникают большие трудности, для преодоления которых при моделировании методом символьных вычислений идут на существенное упрощение первоначальной модели, например кусочно-линейное представление нелинейных характеристик. Исследование на упрощённой модели методом символьных вычислений позволяет получить лишь ориентировочные результаты. Тем не менее символьное моделирование

сложных систем позволяет в первом приближении оценить эффективность технических решений, применяемых при проектировании РТС, чтобы принять решение о продолжении исследований в выбранном направлении.

В случае аналитического моделирования сложных систем для получения достоверных результатов пользуются численными методами решения математических уравнений, который заключается в получении необходимых количественных данных о поведении систем или устройств при определённых начальных условиях. Численные методы позволяют эффективно осуществлять аналитическое моделирование более широкого класса РТС, чем символьные вычисления. Применение численных методов является общепринятым при моделировании нелинейных систем и систем, описываемых дифференциальными уравнениями высокого порядка.

Аналитические модели математически верно отражают связь между входными и выходными переменными и параметрами системы, но не отражают внутреннюю структуру исследуемой системы. Модели с такими свойствами принято называть функциональными.

Реальные РТС представляют собой структуры из различных блоков, объединённых логическими и функциональными связями. При этом задача проектирования РТС, как правило, заключается в определении состава блоков и их функциональных свойств, которые обеспечат качественную и надёжную работу РТС. Воспроизведение не только функций, но и структуры моделируемой системы обеспечивается имитационными моделями.

Имитационной моделью называется логико-математическое описание, которое отражает внутреннюю структуру системы, функции её отдельных элементов и наиболее существенные взаимосвязи между ними [1].

При имитационном моделировании модель воспроизводит алгоритм функционирования системы во времени: имитируются элементарные явления с сохранением их логической структуры и последовательности протекания. За счёт этого имитационные модели позволяют достичь высокой степени соответствия при описании функционирования реальной системы. Важной особенностью имитационного моделирования является возможность управления скоростью течения времени: замедлять в случае с быстропротекающими процессами и ускорять для моделирования систем с медленной изменчивостью. Это свойство имеет большое значение при моделировании РТС, поскольку радиосигналы являются быстроменяющимися во времени процессами и их наблюдение при естественном течении времени вызывает ряд затруднений.

В случае сложных систем создание их математической модели и экспериментирование с ней может вызывать большие трудности – сама модель получается чрезвычайно сложной или экспериментирование с моделью требует больших временных затрат. Кроме того, при создании модели учитываются только наиболее существенные свойства элементов

системы и функциональные связи между ними. Для снижения трудоёмкости моделирования и повышения степени адекватности получаемых результатов при создании модели используют компоненты реальной системы. Получаемые модели называются полунатурными или физико-математическими.

Полунатурная модель – модель, в состав которой входят элементы реальной аппаратуры исследуемой системы. Включение реальной аппаратуры в контур моделирования сложных процессов позволяет уменьшить априорную неопределенность математического описания системы [1].

Использование реальной аппаратуры в составе модели приводит к необходимости аппаратной реализации других элементов модели с помощью специализированных устройств – имитаторов. Полунатурное моделирование, как правило, проводится на специальных стендах, на которых элементы реальной системы и устройства-имитаторы объединяются в замкнутый контур, образуя полную модель системы.

С помощью полунатурного моделирования исследования выполняются с учётом малых постоянных времени, присущих реальной аппаратуре. Данная особенность накладывает значительные ограничения на скорость работы моделей-имитаторов. Скорость работы имитаторов не должна нарушать логическую последовательность работы реальной аппаратуры. Иными словами, работа имитаторов должна осуществляться в реальном времени.

В процессе проектирования РТС, как правило, совмещается использование аналитических, имитационных и полунатурных моделей. На начальных этапах проектирования на аналитических упрощённых моделях проводится сравнительное исследование возможных вариантов построения системы на предмет соответствия предъявляемым требованиям. Далее характеристики оставшихся после предварительного отбора вариантов систем уточняются методом имитационного моделирования. По результатам этих исследований выбирается оптимальный вариант системы, который и будет реализовываться. При этом изготовление системы начинают с наиболее критичных с точки зрения требований к системе узлов. По результатам исследований характеристик критических узлов производится уточнение имитационной модели системы и повторяется оценка свойств системы в целом. В случае положительных результатов повторных исследований изготавливаются менее критичные элементы системы и процесс моделирования повторяется после уточнения моделей этих элементов. При завершении работы с отдельными функционально независимыми блоками или с системой в целом проводится полунатурное моделирование для выявления окончательных характеристик. Кроме того, полунатурным моделированием может быть заменена значительная часть натурных испытаний по сдаче системы [2, 6].

Помимо классификации по способу реализации, модели могут быть классифицированы по характеру изменения времени, а также по характеру изменения значений переменных и параметров.

Значения переменных и параметров системы могут быть определены в фиксированные моменты времени, множество которых дискретно либо непрерывно. В соответствии с этим различают модели с дискретным временем и модели с непрерывным временем. При этом характер изменения времени в модели не связан с изменением времени в моделируемой системе. Так, в настоящее время в связи со значительным прогрессом в области средств цифровой вычислительной техники широко применяются цифровые модели (с дискретным изменением времени) аналоговых систем (с непрерывным изменением времени). Аналоговые модели систем ввиду громоздкости аналоговых вычислительных машин применяются лишь при повышенных требованиях к точности описания аналоговых систем.

Значения переменных могут изменяться по строго заданному закону либо случайным образом (может быть указана только вероятность возникновения конкретного значения). В соответствии с этим выделяют детерминированные модели и статистические модели. Характер модели определяет методику проведения исследований. Детерминированные модели при одинаковых начальных условиях обеспечивают точное повторение результата, поэтому для заданных условий достаточно выполнить моделирование всего один раз. При использовании статистических моделей вследствие случайного изменения переменных и параметров результаты разных итераций моделирования отличаются друг от друга. Поэтому с целью определения характеристик систем с помощью их статистических моделей осуществляют усреднение результатов серии экспериментов либо моделируют поведение системы на достаточно большом интервале времени.

1.2 Процесс моделирования

Основным продуктом моделирования является новая информация об изучаемом объекте или явлении, которая позволяет расширить и углубить их описание. Моделирование можно считать завершенным, если полученная информация достаточна для принятия определенного решения. Процесс моделирования может быть разделён на следующие этапы:

- 1) постановка задачи;
- 2) определение системы;
- 3) решение о необходимости моделирования;
- 4) формулирование модели;
- 5) трансляция модели;
- 6) проверка модели;

- 7) планирование исследования;
- 8) экспериментирование;
- 9) интерпретация результатов;
- 10) реализация и документирование.

Процесс моделирования схематически представлен на рис. 1.1.

Постановка задачи – определение перечня вопросов, на которые требуется ответить, совокупности новых сведений о системе, которые необходимо получить.

Определение системы – установление границ между системой, подлежащей изучению, и окружающей средой, то есть разделение – что является составляющей системы, а что нет. Отделение системы от внешнего мира, в свою очередь, определяет совокупность ограничений и допущений, при которых будет разрабатываться модель системы. В рамках установленных границ системы определяются показатели эффективности, по которым будет проводиться численная оценка качества системы, её соответствия поставленным задачам.

Постановка задачи и определение системы завершаются ответом на вопрос, является ли необходимым продолжение разработки модели. В ряде случаев чёткая постановка и анализ проблемной ситуации сами по себе приводят к определению слабых мест исследуемой системы и путей преодоления проблемной ситуации. В таком случае продолжение моделирования оказывается нецелесообразным. Если же получить необходимые сведения в процессе постановки задачи не удаётся, то работа по созданию модели должна быть продолжена.

Формулирование модели – переход от реальной системы к некоторой логической схеме. Данный этап обычно включает составление описаний объекта моделирования. При формулировании модели разработчик должен руководствоваться требованием, что модель должна обладать сходством с реальной исследуемой системой. Высокая степень сходства обеспечивается, во-первых, при существовании однозначного соответствия между составными элементами модели и исследуемой системы, а во-вторых, при сохранении в модели соотношений и взаимодействий между элементами системы. В связи с этим построение модели, как правило, начинается с анализа исследуемой системы – выделения отдельных составных частей. В процессе анализа определяется структурный состав исследуемой системы, взаимодействия компонентов системы друг с другом и внешней средой.

Проведение анализа исследуемой системы, как правило, сопровождается применением упрощений и абстракций. Упрощение состоит в том, что несущественные для задач моделирования элементы системы и их взаимосвязи исключаются из рассмотрения с целью снижения общей сложности модели. Процесс абстрагирования состоит в

определении существенных качеств элементов системы, которые должны воспроизводиться элементами модели системы. При этом не обеспечивается сохранение формы или способа представления этих качеств в реальной системе.

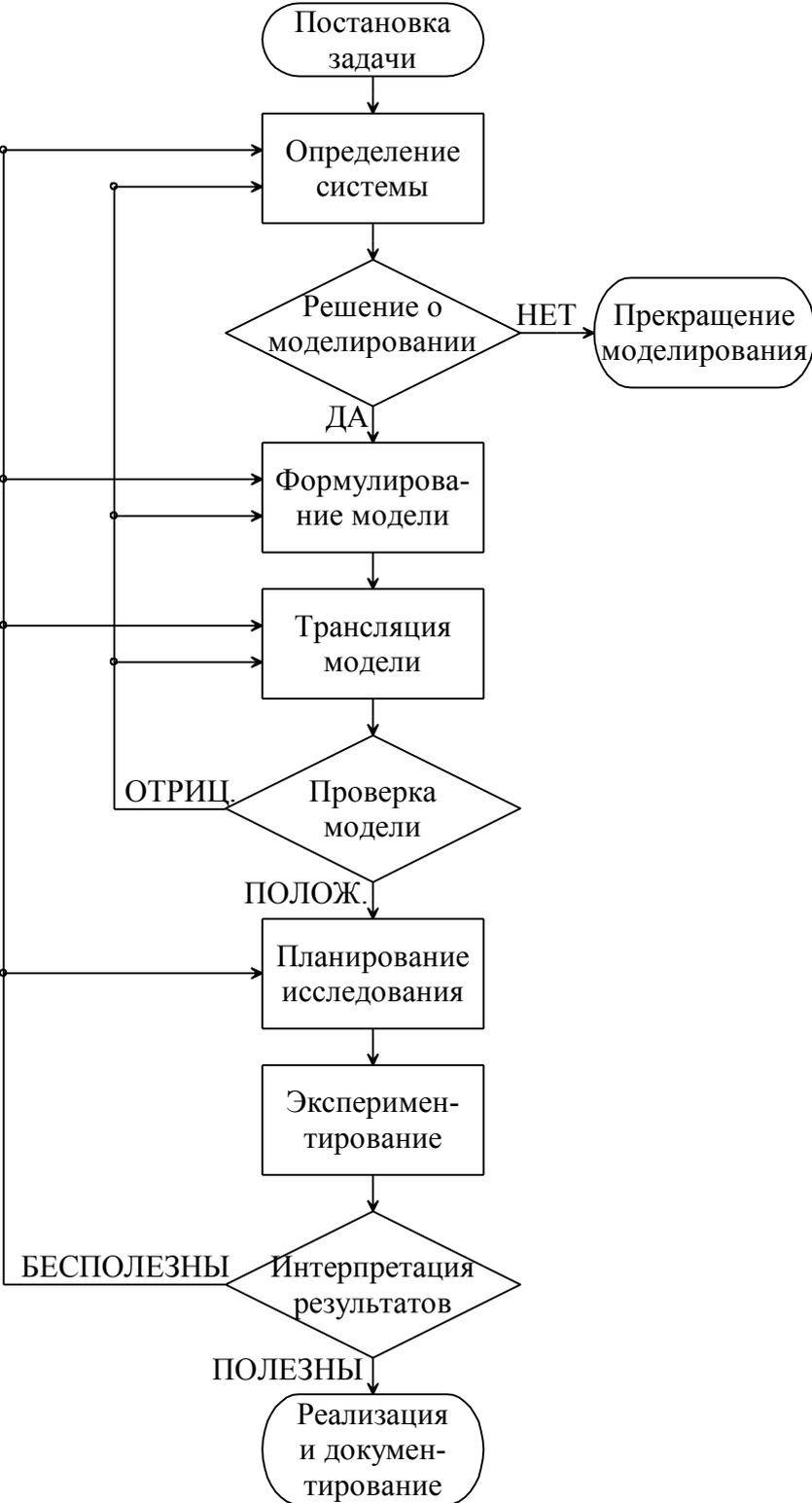


Рис. 1.1. Схема процесса моделирования

После завершения анализа системы и построения моделей её элементов осуществляется процесс синтеза модели системы в целом. Из моделей отдельных элементов с определённой степенью точности воссоздаётся структура исследуемой системы и взаимосвязи между её элементами.

Трансляция модели – описание модели на языке вычислительной машины, на которой будет реализовываться модель. На этом этапе выбирается тип вычислительной машины (аналоговая или цифровая, общего назначения или специализированная) для решения задачи, отбираются наиболее подходящие алгоритмы реализации моделей элементов объекта, а также алгоритм решения задачи в целом и проводится программирование модели для выбранной вычислительной машины.

Проверка модели – проверка правильности трансляции модели на язык вычислительной машины (верификация) и проверка соответствия разработанной модели исследуемой системе (оценка адекватности или валидация). В ходе верификации устанавливается, что транслированная модель работает так, как было задумано. Верификация работы модели осуществляется путём тестов, в ходе которых модель должна продемонстрировать определённые реакции на задаваемые входные воздействия.

Оценка адекватности модели оригиналу позволяет довести до приемлемого уровня степень уверенности, с которой можно судить по результатам моделирования, насколько корректны выводы о функционировании реального объекта. Адекватность модели в целом определяется тем, насколько адекватно построены модели структурных элементов системы и модели входных переменных, а также насколько соответствует структура модели структуре системы. Если оценка адекватности модели неудовлетворительна, то модель необходимо доработать, уточнив определение системы или пересмотрев формулировку и трансляцию модели.

Планирование исследования – планирование эксперимента, который должен дать необходимую информацию, определение способа проведения каждой серии испытаний. Планирование исследования позволяет организовать моделирование таким образом, чтобы за минимальное время получить всю необходимую информацию для принятия правильного решения.

Экспериментирование – процесс осуществления экспериментов с моделью с целью получения желаемых данных об исследуемой системе.

Интерпретация результатов – это построение выводов о функционировании объекта по данным, полученным в результате моделирования. Если результаты моделирования полезны, то их можно использовать для принятия решения. Если результаты бесполезны, то необходимо провести ревизию всех предыдущих этапов моделирования. Если результаты моделирования полезны, но полученная информация недостаточна для принятия решения, то необходимо продолжить моделирование.

Реализация и документирование – практическое использование модели и результатов моделирования и документирование процесса создания и использования модели.

1.3 Системный подход в моделировании

В основе моделирования сложных систем лежит системный подход. Он представляет собой методологию решения сложных задач, в основе которой лежит рассмотрение объекта как системы, функционирующей в некоторой среде. Системный подход предполагает раскрытие целостности объекта, выявление и изучение его внутренней структуры, а также связей с внешней средой. При этом объект представляется как часть реального мира, которая выделяется и исследуется в связи с решаемой задачей построения модели [1, 4].

Исследование системы с использованием системного подхода включает её расчленение на подсистемы и последующее изучение их во взаимосвязи с точки зрения функционирования системы в целом. Такое представление сложной системы можно получить путём рассечения несущественных динамических, информационных, конструктивных и других связей [4]. В результате такого рассечения формируется структурная схема системы. Отдельные подсистемы должны удовлетворять следующим требованиям.

1. Подсистема является функционально независимой частью. Она связана с другими подсистемами, обменивается с ними информацией и энергией.

2. Для каждой подсистемы могут быть определены функции или свойства, не совпадающие со свойствами всей системы.

3. Каждая из подсистем может быть подвергнута дальнейшему делению до уровня элементов.

В данном случае под элементом понимается подсистема нижнего уровня, дальнейшее деление которой нецелесообразно с позиций решаемой задачи.

С учётом предъявляемых требований структура системы может быть представлена в виде дерева, в котором каждая последующая ветвь соответствует уровню более детального описания системы. Общий вид подобной иерархической структуры системы приведён на рис. 1.2.

Радиосистема – совокупность технических средств, предназначенных для выполнения определённого круга задач, в которой при обмене информацией между отдельными частями системы используются радиосигналы, способные переносить информационные процессы.

Радиоканал – совокупность средств, обеспечивающих в пределах радиосистемы решение определённой задачи по передаче и извлечению информации с помощью радиосигналов.

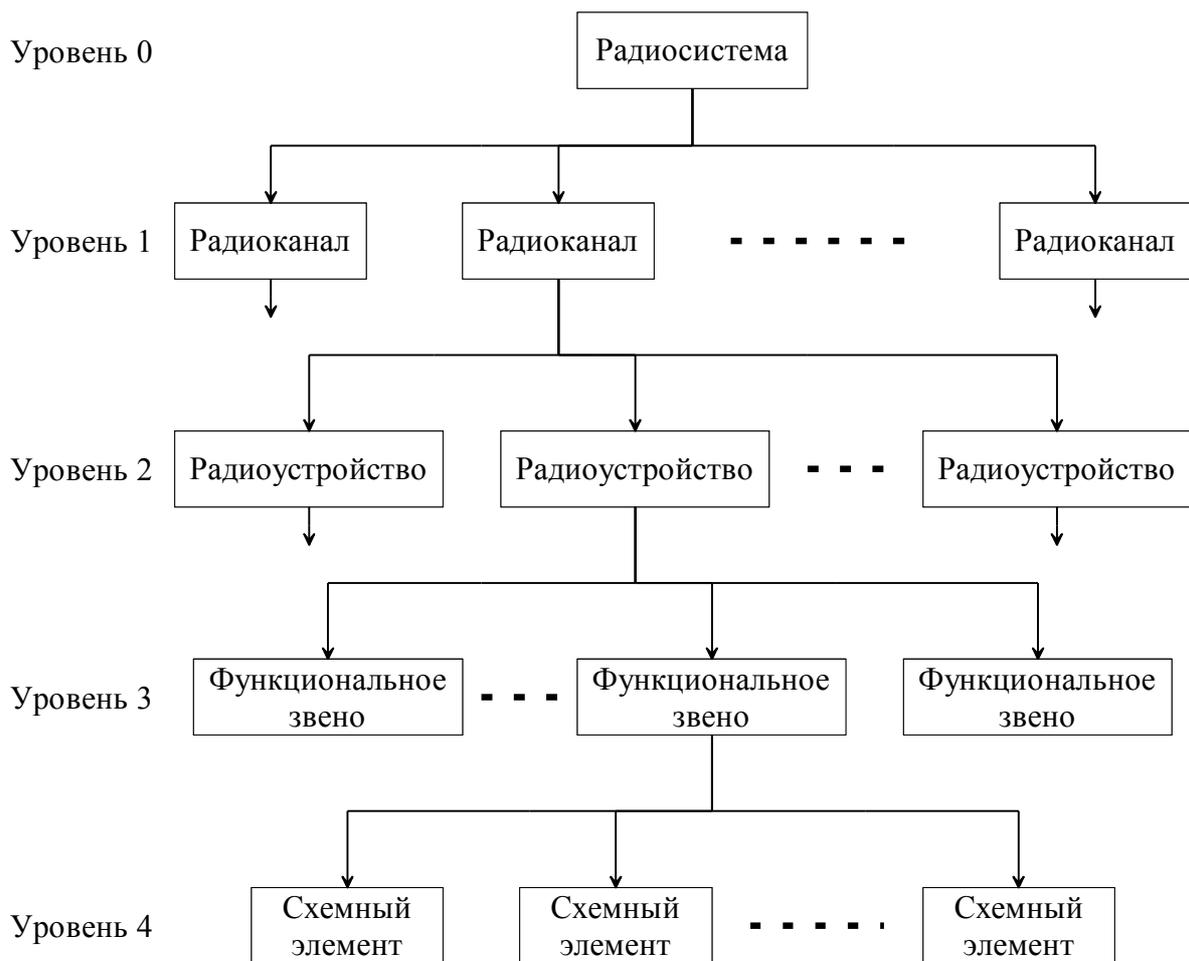


Рис. 1.2. Иерархическая структура РТС

Радиоустройство – совокупность средств в рамках радиоканала, обеспечивающих формирование и обработку радиосигналов, полей, информационных потоков.

Функциональное звено – составная часть радиоустройства, обеспечивающая выполнение отдельной функции по формированию или преобразованию полей сигналов, потоков.

Схемный элемент – составная часть функциональных звеньев, обеспечивающая реализацию функций на физическом уровне.

В качестве примера рассмотрим демонстрацию цифровой системы радиосвязи (рис. 1.3). В предлагаемом примере цифровая система радиосвязи на 1-м уровне иерархической структуры подразделяется на три радиоканала: канал кодирования информации, канал передачи сигнала, канал декодирования информации.

Канал кодирования информации включает совокупность радиоустройств, реализующих преобразование информации в радиосигнал в соответствии с выбранной сигнально-кодовой конструкцией. На 2-м уровне иерархии данный канал разделяется на следующие устройства:

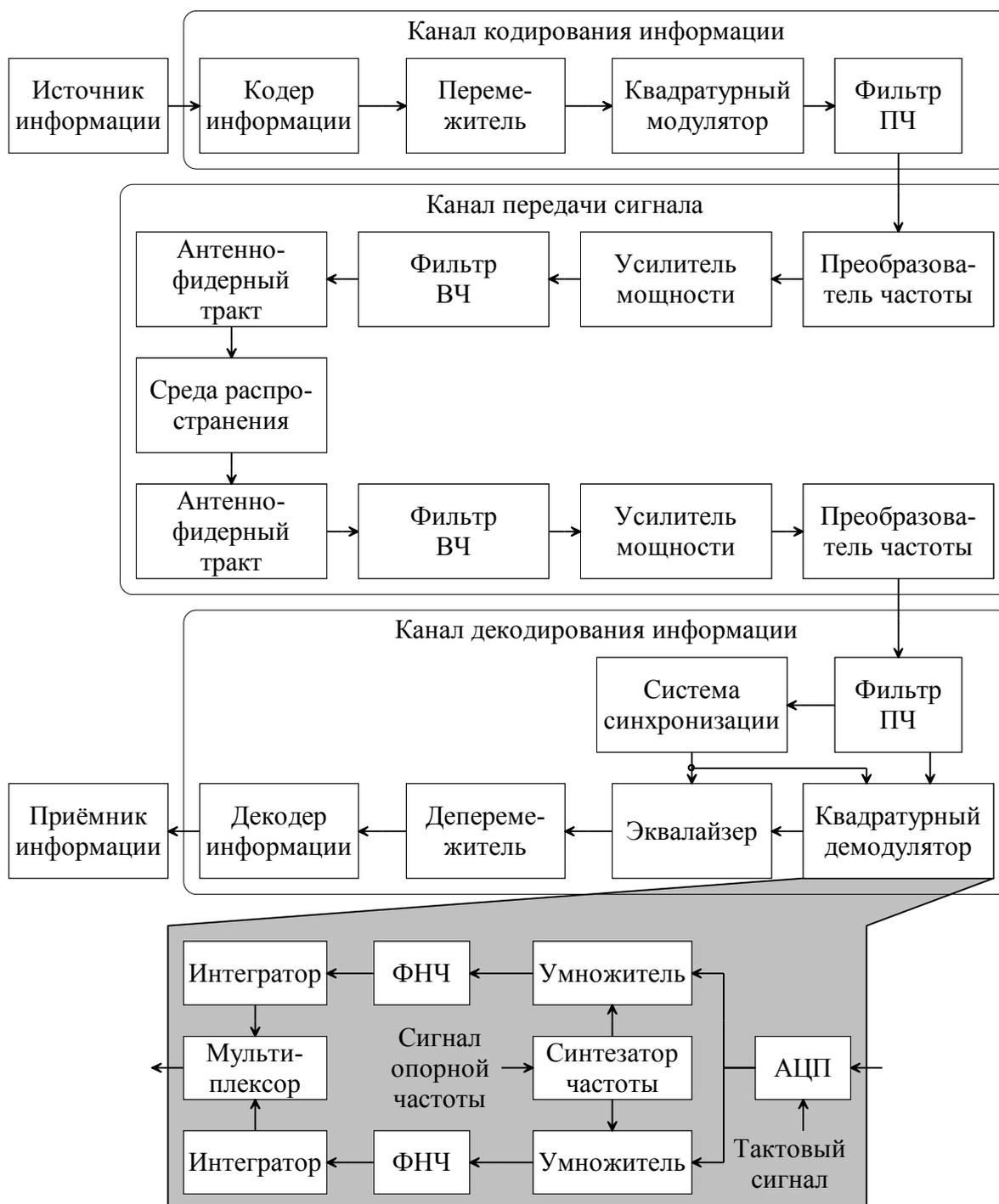


Рис. 1.3. Структурная схема цифровой системы радиосвязи

- кодер информации, который осуществляет помехоустойчивое кодирование передаваемых данных;
- перемежитель, который обеспечивает рандомизацию передаваемого кодированного сообщения за счёт псевдослучайной перестановки отдельных бит данных;
- квадратурный модулятор, который осуществляет преобразование двоичной информации в радиосигнал;

- фильтр ПЧ (полосовой фильтр сигнала на промежуточной частоте), который обеспечивает подавление побочных спектральных составляющих радиосигнала на выходе модулятора.

Канал передачи сигнала включает совокупность радиоустройств, обеспечивающих передачу сигнала между пространственно разнесёнными компонентами системы радиосвязи. На 2-м уровне иерархии данный канал разделяется на следующие устройства:

- преобразователь частоты передатчика, который обеспечивает перенос спектра модулированного сигнала на несущую частоту;
- усилитель мощности передатчика, который усиливает радиосигнал до необходимого уровня;
- фильтр ВЧ (полосовой фильтр сигнала на высокой частоте) передатчика, который обеспечивает подавление побочных спектральных составляющих преобразователя;
- антенно-фидерный тракт передатчика, который обеспечивает передачу сигнала на антенну и излучение радиоволн;
- среду распространения радиоволн;
- антенно-фидерный тракт приёмника, который обеспечивает преобразование радиоволны в радиосигнал и его передачу на вход приёмной аппаратуры;
- фильтр ВЧ приёмника, который обеспечивает выделение из спектра полосы частот, обрабатываемых приёмником;
- усилитель мощности приёмника, который усиливает принятый радиосигнал до необходимого уровня;
- преобразователь частоты приёмника, который обеспечивает перенос спектра радиосигнала на промежуточную частоту.

Канал декодирования информации включает совокупность радиоустройств, реализующих восстановление информации из принимаемого радиосигнала в соответствии с выбранной сигнально-кодовой конструкцией. На 2-м уровне иерархии данный канал разделяется на следующие устройства:

- фильтр ПЧ приёмника, который обеспечивает выделение обрабатываемой полосы частот;
- систему синхронизации, которая обеспечивает синхронизацию тактовой и опорной частот приёмника с передатчиком;
- квадратурный демодулятор, который преобразует радиосигнал в поток информационных данных;
- эквалайзер, который выравнивает форму спектра принимаемого сигнала (предназначен для борьбы с частотно-селективными замираниями);
- деперемежитель, который восстанавливает порядок бит кодированного сообщения;

– декодер информации, который восстанавливает информацию из кодированного сообщения.

В качестве примера на рис. 1.3 показано разделение квадратурного демодулятора на функциональные звенья на 3-м уровне иерархии.

Повышение степени декомпозиции исследуемой системы приводит к приближению структуры модели к реальной системе. С другой стороны, моделирование каждой составной части системы и её связей с другими частями требует привлечения определённого количества ресурсов (временных, вычислительных и др.). Очевидно, что с повышением иерархического уровня, на котором осуществляется моделирование подсистемы, будет увеличиваться количество составных частей модели системы и, следовательно, будет расти общая трудоёмкость моделирования системы в целом. Таким образом, следует соблюдать определённый баланс между детализацией модели системы и объёмом затрат на моделирование [6].

Следует также отметить, что декомпозиция системы до уровня элементов не гарантирует абсолютной адекватности модели. Причина состоит в том, что модели элементов соответствуют реальным элементам системы лишь в определённой степени. Общепринято осуществлять декомпозицию системы до такого иерархического уровня, на котором обеспечивается достаточная степень адекватности модели. Достаточность адекватности модели более высокого иерархического уровня (уровня с меньшей детализацией) следует понимать таким образом, что реализуемое в модели правило связи входного и выходного сигналов хорошо аппроксимирует правило связи сигналов, которое имеет место при рассмотрении системы на низшем иерархическом уровне. Формирование моделей высокого уровня осуществляется путём абстрагирования моделей подсистем, реализованных на более низком уровне иерархии.

Проиллюстрировать данный принцип можно на примере линейного фильтра. На уровне схемных элементов его модель задаётся электрической принципиальной схемой. Применение правил Кирхгофа позволяет определить взаимосвязь напряжений и токов на входе и выходе фильтра. Та же взаимосвязь входных и выходных параметров определяется коэффициентами передачи по напряжению и по току, входным и выходным сопротивлением. Эти характеристики, которые получаются в результате решения уравнений Кирхгофа для электрической схемы, составляют модель фильтра на более высоком уровне иерархии.

На выбранном уровне иерархии достаточная степень адекватности модели обеспечивается при условии, что структура модели оказывается максимально приближена к структуре реальной системы. Тем не менее существует ряд приёмов, которые позволяют упростить структуру модели без существенного снижения её адекватности [6].

Первый приём состоит в объединении нескольких составных частей, следующих друг за другом, в один блок структурной схемы. Например, каскад линейных устройств с передаточными функциями $H_i(p)$ ($i=[1, N]$), может быть заменён одним линейным звеном с передаточной функцией $H(p) = \prod_{i=1}^N H_i(p)$.

Второй приём заключается в исключении структурных блоков, влиянием которых можно пренебречь в контексте рассматриваемой задачи. Например, если фидерные тракты, которыми антенны РТС соединяются с приём-передающей аппаратурой, в полосе частот сигнала имеют частотную зависимость коэффициента передачи, близкую к равномерной, то их влиянием на форму сигнала можно пренебречь. В этом случае фидерный тракт можно исключить из структуры системы, а ослабление сигнала в фидере учитывать за счёт поправок в коэффициенте усиления передатчика или приёмника системы.

Третий приём заключается в том, что воздействие нескольких структурных блоков на разных участках системы заменяется приведённым воздействием на одном участке. Например, при модуляции сигнала и переносе спектра сигнала по частоте в систему вносятся шумы фазы генераторов. Так, в рассмотренном примере цифровой системы радиосвязи фазовые шумы вносятся квадратурным модулятором, преобразователями частот передатчика и приёмника, квадратурным демодулятором. Воздействие этих источников фазового шума может быть приведено к воздействию эквивалентного источника шумов только в квадратурном демодуляторе. При этом генераторы частоты на остальных участках системы можно приближённо считать идеальными, не вносящими фазовых шумов.

1.4 Адекватность, устойчивость и чувствительность модели

Как отмечалось ранее, моделирование направлено на изучение какого-либо объекта или явления путём исследования его модели. Результаты исследования модели должны позволять делать достоверные выводы о самом объекте изучения. Эта достоверность обеспечивается такими важными свойствами модели, как адекватность, устойчивость и чувствительность.

В общем случае под адекватностью понимают степень соответствия модели тому реальному явлению или объекту, для описания которого она строится. Вместе с тем создаваемая модель ориентирована, как правило, на исследование определенного подмножества свойств этого объекта. Поэтому можно считать, что адекватность модели определяется степенью её соответствия не столько реальному объекту, сколько целям исследования. В наибольшей степени это утверждение справедливо

относительно моделей проектируемых систем (то есть в ситуациях, когда реальная система ещё не существует) [1].

Оценка адекватности реальной системы осуществляется следующим образом. Соответствующие структурные блоки реальной системы и её модели, как правило, обладают схожими наборами параметров. На реальной системе производятся измерения значений параметров, которые затем устанавливаются в модели системы. Таким образом, реальная система и её модель помещаются в близкие условия, в которых должны наблюдаться схожие результаты их работы. В заданных условиях производятся эксперименты с реальной системой и с моделью и по выбранному критерию оценивается схожесть полученных результатов. Оценка соответствия может осуществляться по осциллограммам или спектрограммам сигналов, различным функциональным зависимостям, например по характеристике помехоустойчивости (зависимости вероятности ошибки от отношения «сигнал/шум»).

Важным аспектом в описанном методе оценки адекватности является выбор критерия соответствия, учитывающий наличие погрешности измерений. Во-первых, значения параметров, используемые в модели, измеряются с некоторой погрешностью. В результате аргументы измеряемых зависимостей имеют некоторую неопределённость. Во-вторых, погрешности содержатся в результатах измерений на реальной системе, что приводит к неопределённостям значений измеряемых зависимостей. Наличие погрешностей результатов измерений требует применения методов математической статистики при оценке адекватности модели [6].

Оценка адекватности проектируемой системы подобным образом, естественно, не представляется возможной. В данной ситуации полноценная оценка адекватности может быть выполнена только апостериорно, после того как система будет изготовлена. Предварительная оценка адекватности выполняется путём проведения экспериментов с моделью в таких условиях, в которых результат работы системы заранее известен.

При проверке адекватности модели как существующей, так и проектируемой системы реально может быть использовано лишь ограниченное подмножество всех возможных значений входных параметров (рабочей нагрузки и внешней среды). В связи с этим для обоснования достоверности получаемых результатов моделирования большое значение имеет проверка устойчивости модели [7]. В теории моделирования это понятие трактуется следующим образом. Устойчивость модели – это её способность сохранять адекватность при исследовании эффективности системы во всём возможном диапазоне рабочей нагрузки, а также при внесении изменений в конфигурацию системы. Каким образом может быть оценена устойчивость модели? Универсальной процедуры проверки устойчивости модели не существует. Разработчик вынужден прибегать к

методам «для данного случая», частичным тестам и здравому смыслу. Часто полезна апостериорная проверка. Она состоит в сравнении результатов моделирования и результатов измерений на системе после внесения в неё изменений. Если результаты моделирования приемлемы, уверенность в устойчивости модели возрастает. В общем случае можно утверждать, что чем ближе структура модели структуре системы и чем выше степень детализации, тем устойчивее модель. Устойчивость результатов моделирования может быть также оценена методами математической статистики. Здесь уместно вспомнить основную задачу математической статистики, которая заключается в том, чтобы проверить гипотезу относительно свойств некоторого множества элементов, называемого генеральной совокупностью, оценивая свойства какого-либо подмножества генеральной совокупности (то есть выборки). В генеральной совокупности исследователя обычно интересует некоторый признак, который обусловлен случайностью и может иметь качественный или количественный характер.

В данном случае именно устойчивость результатов моделирования можно рассматривать как признак, подлежащий оценке. Для проверки гипотезы об устойчивости результатов может быть использован критерий Уилкоксона, который служит для проверки того, относятся ли две выборки к одной и той же генеральной совокупности (то есть обладают ли они одним и тем же статистическим признаком) [9, 10]. При статистической оценке устойчивости модели соответствующая гипотеза может быть сформулирована следующим образом: при изменении входной (рабочей) нагрузки или структуры модели закон распределения результатов моделирования остается неизменным.

Очевидно, что устойчивость является положительным свойством модели. Однако если изменение входных воздействий или параметров модели (в некотором заданном диапазоне) не отражается на значениях выходных параметров, то польза от такой модели невелика. В связи с этим возникает задача оценивания чувствительности модели к изменению параметров рабочей нагрузки и внутренних параметров самой системы [7].

Такую оценку проводят по каждому параметру модели в отдельности. Основана она на том, что обычно диапазон возможных изменений параметра известен. Данные, полученные при оценке чувствительности модели, могут быть использованы, в частности, при планировании экспериментов: большее внимание должно уделяться тем параметрам, по которым модель является более чувствительной.

1.5 Контрольные вопросы

1. Приведите определение понятий моделирование и модель.
2. Какие требования предъявляются к моделям?
3. Приведите классификацию моделей по способу их реализации.

4. В чем состоит отличие аналитических и имитационных моделей?
5. Укажите другие возможные признаки классификации моделей.
6. Приведите алгоритм моделирования.
7. Какие виды проверки модели осуществляются в процессе моделирования? Чем они различаются?
8. Раскройте принципы системного подхода к построению моделей.
9. Каким требованиям должны удовлетворять отдельные подсистемы?
10. Перечислите уровни иерархии структуры системы, приведите их краткие характеристики.
11. Предложите варианты декомпозиции цифровой системы радиосвязи на 1-м уровне иерархии, отличные от представленного в пособии.
12. Каким принципом определяется степень детализации структурной схемы модели системы?
13. Приведите критерий достаточности адекватности моделей подсистем на высоких уровнях иерархии.
14. Какие приёмы применяются для упрощения структурной схемы модели системы без существенного снижения адекватности?
15. В чём состоит свойство адекватности модели?
16. Каким образом осуществляется оценка адекватности моделей реально существующих систем?
17. Каким образом осуществляется оценка адекватности моделей проектируемых систем?
18. В чём состоит свойство устойчивости модели?
19. В чём состоит свойство чувствительности модели?

РАЗДЕЛ 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

2.1 Общие вопросы моделирования сигналов

Проведение исследований радиотехнических систем методом моделирования обуславливает необходимость создания моделей сигналов, которые формируются и обрабатываются РТС.

Математическими моделями радиосигналов являются функции времени, которые в общем виде можно представить следующим образом:

$$u(t) = F(s_1(t, x_1, x_2, \dots), s_2(t, y_1, y_2, \dots), \dots, \xi_1(t), \xi_2(t), \dots), \quad (2.1.1)$$

где t – время; $s_1(t, x_1, x_2, \dots), s_2(t, y_1, y_2, \dots), \dots$ – функции со случайными параметрами $x_1, x_2, \dots, y_1, y_2, \dots$, статистические характеристики которых известны; $\xi_1(t), \xi_2(t), \dots$ – случайные процессы (шумы) с заданными свойствами; F – некоторое преобразование, зависящее, в общем случае, от времени. Такое представление сигналов называется временной формой [1, 5].

Наряду с временной формой радиосигналы могут быть заданы в форме частотного спектра:

$$U(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (2.1.2)$$

где $U(\omega)$ – спектральная плотность, являющаяся комплексной функцией циклической частоты ω .

Между временной и частотной формами представления сигналов существует однозначная связь, описываемая выражением:

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (2.1.3)$$

Выражения (2.1.2) и (2.1.3) называются соответственно прямым и обратным преобразованием Фурье [11].

В зависимости от характера изменения времени и значения сигналы могут быть соответственно разделены на непрерывные и дискретные, аналоговые и цифровые. Основным инструментом математического моделирования в настоящее время являются цифровые вычислительные машины (ЦВМ), для которых характерно дискретное изменение времени и цифровое представление значений. Очевидно, что на ЦВМ точные модели могут быть реализованы только для дискретных цифровых сигналов (называемых просто цифровыми). Остальные три группы сигналов в ЦВМ представляются с погрешностями.

Погрешность представления аналоговых сигналов связана с квантованием значений и определяется разрядностью чисел в ЦВМ.

Современные ЦВМ имеют большую разрядность, позволяющую представлять числа с точностью до 15 дробных десятичных разрядов в диапазоне абсолютных значений до 10^{308} . В связи с этим погрешностью представления аналоговых сигналов в ЦВМ общего назначения обычно пренебрегают, и ключевой проблемой является моделирование непрерывных сигналов. Проблема конечной разрядности остаётся актуальной при моделировании (как правило, полунатурном) с использованием специализированных ЦВМ, которые не поддерживают большую разрядность представления данных. Тем не менее проблема конечной разрядности представления чисел не рассматривается в данном учебном пособии.

Обычным методом получения дискретного представления непрерывного сигнала служит периодическая, или равномерная, дискретизация, когда последовательность отсчётов $u[n]$ получается по непрерывному сигналу $u(t)$ согласно формуле:

$$u[n]=u(nT), \quad (2.1.4)$$

где величина T называется интервалом или периодом дискретизации [12].

Требования к периоду дискретизации сигнала, при котором дискретная последовательность $u[n]$ будет соответствовать непрерывному сигналу $u(t)$, определяются теоремой Котельникова: если наивысшая частота в спектре сигнала $u(t)$ меньше, чем ω_m , то функция $u(t)$ полностью определяется последовательностью своих значений $u[n]$ в моменты времени, отстоящие друг от друга не более чем на π/ω_m секунд [13].

Требование теоремы Котельникова обусловлено тем обстоятельством, что спектр дискретизированного сигнала $U_T(\omega)$ представляет собой последовательность спектров исходного сигнала $U(\omega)$, сдвинутых один относительно другого на частоту $\omega_0=2\pi/T$, называемую циклической частотой дискретизации [12, 13].

При несоблюдении требований теоремы Котельникова соседние копии спектра непрерывного сигнала будут накладываться друг на друга и результирующий спектр дискретизированного сигнала будет отличаться от спектра непрерывного сигнала в полосе частот от $-\omega_0/2$ до $\omega_0/2$, что приведёт к нарушению соответствия дискретной последовательности $u[n]$ и непрерывного сигнала $u(t)$ (см. рис. 2.1).

В отличие от условий теоремы Котельникова, реальные сигналы обладают неограниченным спектром, хотя значения спектральной плотности за пределами некоторой полосы частот оказываются невелики. Поэтому полностью избежать погрешностей дискретизации непрерывных сигналов не удаётся, и для их уменьшения период дискретизации выбирают в 2–3 раза меньше, чем это предусмотрено теоремой Котельникова.

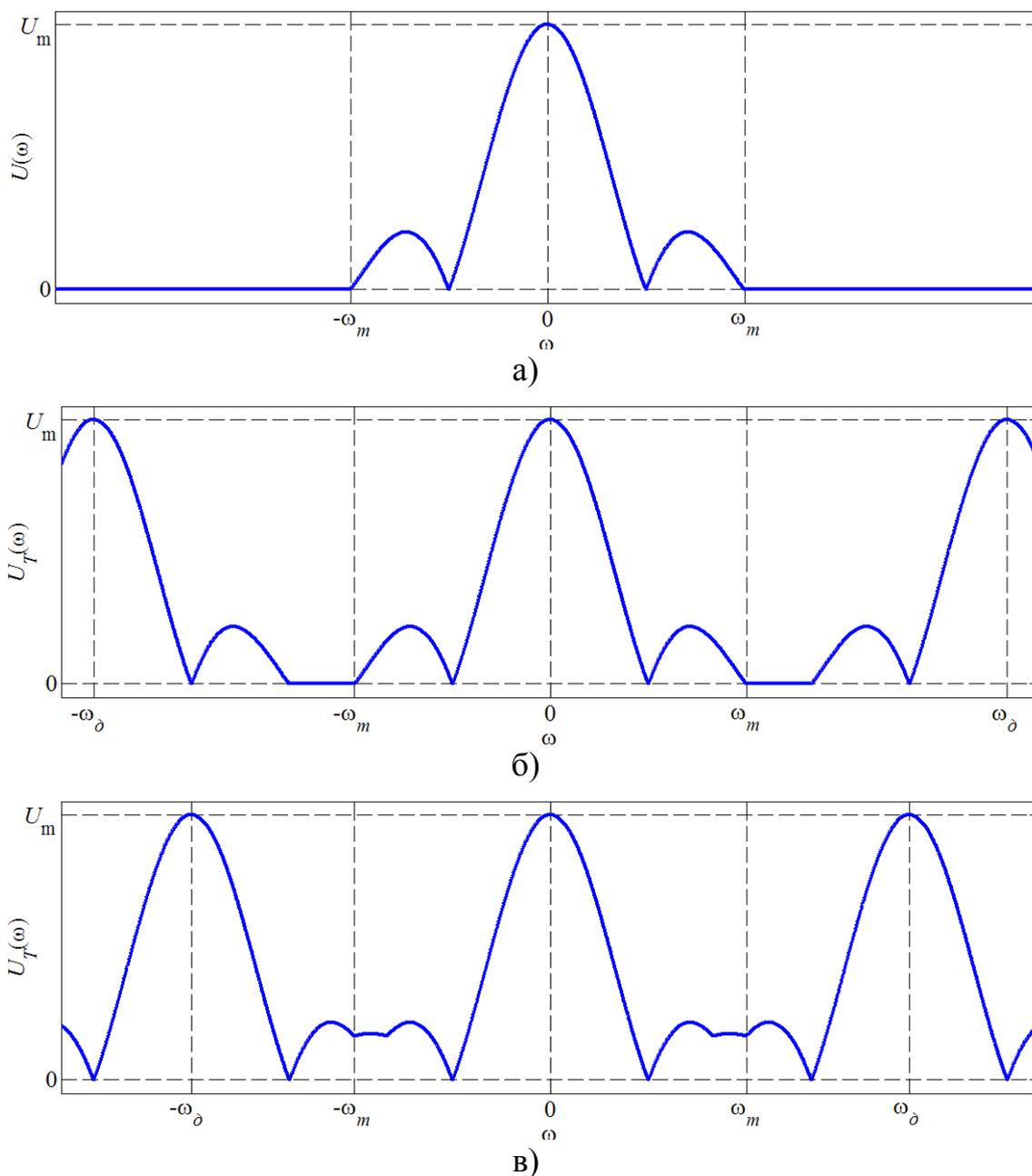


Рис. 2.1. Спектры непрерывного и дискретизированного сигнала:
 а) спектр непрерывного сигнала; б) спектр дискретизированного сигнала $\omega_d > 2\omega_m$; в) спектр дискретизированного сигнала $\omega_d < 2\omega_m$

Сигналы радиотехнических систем часто представляют собой узкополосные модулированные сигналы с несущей частотой от десятков килогерц до сотен гигагерц. Если спектр сигнала занимает область частот $\omega_0 - \Delta\omega/2 \leq \omega \leq \omega_0 + \Delta\omega/2$, где ω_0 – несущая частота сигнала, а $\Delta\omega$ – полоса частот сигнала, то в соответствии с теоремой Котельникова частота дискретизации должна быть $\omega_d \geq 2\omega_0 + \Delta\omega$. Высокая частота дискретизации создаёт трудности для моделирования сигналов, связанные с большим объёмом вычислений и необходимостью выделения большого

объёма памяти ЦВМ. Избежать данных трудностей позволяет метод комплексной огибающей, суть которого состоит в переходе от высокочастотного сигнала к его низкочастотному эквиваленту [3, 6].

Узкополосный модулированный сигнал может быть представлен в виде:

$$u(t) = p(t) \cos(\omega_0 t) - q(t) \sin(\omega_0 t), \quad (2.1.5)$$

где ω_0 – несущая частота сигнала; $p(t)$ и $q(t)$ – действительные низкочастотные сигналы, которые называются соответственно синфазной и квадратурной составляющими сигнала $u(t)$.

Спектр сигнала $u(t)$ имеет вид:

$$U(\omega) = \frac{1}{2} [P(\omega - \omega_0) + jQ(\omega - \omega_0) + P(\omega + \omega_0) - jQ(\omega + \omega_0)], \quad (2.1.6)$$

где $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ – спектры синфазной и квадратурной составляющих сигнала соответственно, спектр которых ограничен частотой $\Delta\omega/2$.

Спектр $U(\omega)$ имеет ненулевые составляющие в области положительных и отрицательных частот. Удобно ввести сигнал, спектр которого совпадает по форме со спектром $U(\omega)$ в области положительных частот и равен нулю в области отрицательных частот [6]:

$$\tilde{Z}(\omega) = \begin{cases} 2U(\omega) & \omega \geq 0 \\ 0 & \omega < 0 \end{cases}. \quad (2.1.7)$$

Такой сигнал называется аналитическим и имеет вид:

$$\tilde{z}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{Z}(\omega) e^{j\omega t} d\omega = u(t) + j\hat{u}(t), \quad (2.1.8)$$

где $\hat{u}(t)$ – сигнал, сопряжённый с $u(t)$ по Гильберту:

$$\hat{u}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (2.1.9)$$

Ввиду узкополосности сигналов $p(t)$ и $q(t)$ с учётом свойств преобразования Гильберта (2.1.9) аналитический сигнал имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{z}(t) &= [p(t) \cos(\omega_0 t) - q(t) \sin(\omega_0 t)] + \\ &+ j[p(t) \sin(\omega_0 t) + q(t) \cos(\omega_0 t)] = \\ &= [p(t) + jq(t)] e^{j\omega_0 t} = \tilde{U}(t) e^{j\omega_0 t} \end{aligned}, \quad (2.1.10)$$

где комплексный сигнал $\tilde{U}(t) = p(t) + jq(t)$ называется комплексной огибающей сигнала $u(t)$.

Спектр комплексной огибающей в силу свойств преобразования Фурье представляет собой спектр аналитического сигнала, перенесённый на нулевую частоту:

$$\tilde{U}(\omega) = \tilde{Z}(\omega + \omega_0) = P(\omega) + jQ(\omega). \quad (2.1.11)$$

В свою очередь спектр аналитического сигнала взаимосвязан со спектром исходного радиосигнала, поэтому комплексную огибающую

можно рассматривать как низкочастотный эквивалент сигнал $u(t)$. Спектр комплексной огибающей занимает полосу частот $\Delta\omega \ll \omega_0$, поэтому при моделировании сигнала методом комплексной огибающей частота дискретизации может быть задана значительно ниже, чем при моделировании мгновенных значений сигнала.

2.2 Детерминированные сигналы и сигналы, зависящие от случайных параметров

С точки зрения подходов к моделированию сигналы принято разделять на три группы: детерминированные сигналы; сигналы, зависящие от случайных параметров и случайных процессов; случайные сигналы и помехи.

Детерминированные сигналы – сигналы, значения которых описываются детерминированными функциями времени с постоянными или меняющимися по заданному закону параметрами. Наиболее часто детерминированные сигналы представляют в следующем виде:

$$u(t) = A(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)], \quad (2.2.1)$$

где $A(t)$ – закон амплитудной модуляции сигнала; $\varphi(t)$ – закон фазовой модуляции сигнала.

Форма представления (2.2.1) связана с представлением (2.1.5) следующим образом:

$$\begin{aligned} p(t) &= A(t) \cos \varphi(t) = \operatorname{Re}(\tilde{U}(t)), \\ q(t) &= A(t) \sin \varphi(t) = \operatorname{Im}(\tilde{U}(t)), \\ A(t) &= \sqrt{p^2(t) + q^2(t)} = |\tilde{U}(t)|, \\ \varphi(t) &= \operatorname{Arctg}(q(t)/p(t)) = \operatorname{Arg}(\tilde{U}(t)). \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

Алгоритм формирования последовательности $u[n]$ зависит от того, каким образом задан сигнал $u(t)$. Если сигнал $u(t)$ задан в виде аналитического выражения, например, в виде (2.2.1) или (2.1.5), то последовательность $u[n]$ вырабатывается в соответствии с этим выражением. Если сигнал задан таблицей, то он либо аппроксимируется каким-нибудь аналитическим выражением и последовательность $u[n]$ формируется описанным выше способом, либо в памяти ЦВМ хранятся его табличные значения и при формировании $u[n]$ производится выборка из таблиц. В последнем случае необязательно совпадение шага дискретизации сигнала $u(t)$ по времени и табличного шага, так как выборка последовательности $u[n]$ из таблицы может быть построена с использованием интерполяции [5].

Выборку из таблиц целесообразно производить также при моделировании периодических сигналов, формирование значений которых требует громоздких вычислений, например гармонического сигнала. При этом в памяти ЦВМ хранятся заранее вычисленные значения сигнала для

дискретных моментов времени в пределах только одного периода. В процессе моделирования производится периодическая выборка из таблиц в соответствии с периодическим изменением сигнала. Использование такого приёма вместо вычисления значений может сократить время моделирования приблизительно на порядок. В целях экономии вычислений при моделировании экспоненциальных и тригонометрических функций также могут применяться рекуррентные алгоритмы [5].

Сигналы, зависящие от случайных параметров и случайных процессов, – сигналы, значения которых описываются детерминированными функциями времени со случайными или меняющимися по случайному закону параметрами. По своим свойствам эти сигналы достаточно близки к детерминированным сигналам. Например, в выражении (2.2.1) начальная фаза может иметь случайное значение, а амплитуда – меняться случайным образом.

Если сигнал $u(t)$ содержит N случайных статистически независимых параметров, то для формирования её дискретных реализаций производится выборка возможных значений N случайных величин в соответствии с их законами распределения. Задача моделирования при этом в принципе не отличается от задачи моделирования детерминированных процессов и не встречает особых трудностей. Наибольшие трудности встречаются при моделировании тех радиосигналов и радиопомех, математические модели которых содержат либо множество случайных параметров, статистически зависимых между собой и заданных многомерным законом распределения вероятностей, либо случайные процессы, не являющиеся непосредственно заданными. Дело в том, что получение эффективных алгоритмов для формирования на ЦВМ выборочных значений статистически зависимых между собой случайных параметров, т. е. реализаций случайных векторов, и дискретных реализаций случайных процессов по их многомерным законам распределения является довольно сложной задачей.

2.3 Моделирование случайных величин с известными законами распределения

Случайные сигналы – сигналы, значения которых изменяются случайным образом и, в общем случае, не могут быть описаны какой либо определённой функцией. Для случайных сигналов возможно указать лишь вероятность возникновения того или иного значения. Такие сигналы описываются функцией плотности вероятности $w(\xi)$. Моделирование случайных сигналов состоит в формировании случайных чисел с заданным законом распределения.

Современные ЦВМ способны генерировать случайные величины с равномерным распределением в диапазоне от 0 до 1. Существуют различные

приёмы преобразования величин с равномерным распределением в случайные величины с необходимым законом распределения.

Метод нелинейного преобразования, обратной функции распределения

Этот метод основан на следующей теореме теории вероятностей: если имеется случайная величина y , плотность распределения вероятности которой $w(y)$, то случайная величина x

$$x = W(y) = \int_{-\infty}^y w(\xi) d\xi \quad (2.3.1)$$

имеет равномерный закон распределения на интервале $[0, 1]$. Из данной теоремы следует, что случайная величина $y = W^{-1}(x)$ имеет заданный закон распределения $w(y)$, если случайная величина x равномерно распределена в интервале $[0, 1]$.

Рассмотрим данный метод на примере экспоненциального распределения. Экспоненциальное распределение имеет плотность распределения вероятности:

$$w(y) = \lambda e^{-\lambda y} \quad y \geq 0. \quad (2.3.2)$$

Интегральная функция вероятности случайной величины y имеет вид:

$$W(y) = \int_0^y \lambda e^{-\lambda \xi} d\xi = 1 - e^{-\lambda y} \quad y \geq 0. \quad (2.3.3)$$

В соответствии с (2.3.1) нелинейное преобразование имеет вид:

$$\begin{aligned} x(y) &= 1 - e^{-\lambda y} \\ y(x) &= -\frac{1}{\lambda} \ln(1-x) = -\frac{1}{\lambda} \ln(x). \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

(переход от $\ln(1-x)$ к $\ln(x)$ основан на том, что случайные величины $1-x$ и x имеют одинаковую плотность распределения вероятности).

Метод Неймана

Для моделирования случайных величин, возможные значения которых не выходят за пределы некоторого ограниченного интервала $[a, b]$ (случайные величины с усечёнными законами распределения), а также случайных величин, законы распределения которых можно аппроксимировать усечёнными, достаточно универсальным является метод Неймана.

Из пары независимых случайных чисел x_1 и x_2 , равномерно распределённых в интервале $[0, 1]$, формируются преобразованные пары $y_1 = a + (b-a) \cdot x_1$ и $y_2 = w_m \cdot x_2$, где $[a, b]$ – интервал возможных значений случайной величины y с заданной функцией плотности распределения вероятности $w(y)$; w_m – максимальное значение функции $w(y)$. В качестве реализации случайной величины берётся число y_2 из тех пар

(y_1, y_2) , для которых выполняется неравенство $y_2 \leq w(y_1)$. Пары, не удовлетворяющие данному неравенству, выбрасываются. Пары случайных чисел y_1, y_2 можно рассматривать как координаты случайных точек плоскости, равномерно распределённых вдоль осей y и $w(y)$ внутри прямоугольника $aa'b'b$ (рис. 2.2).

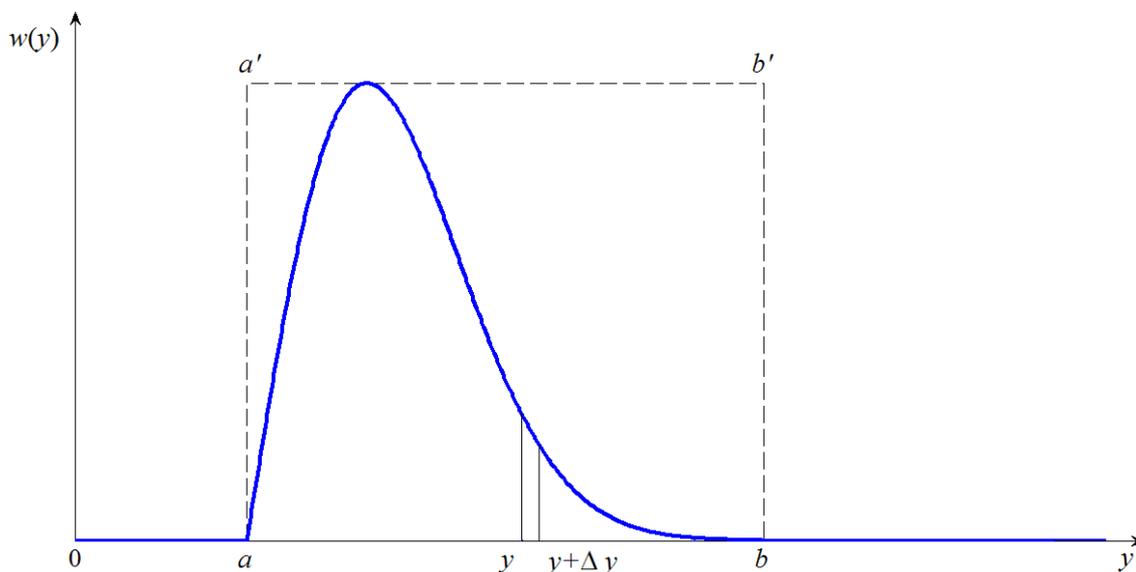


Рис. 2.2. К методу Неймана

Пары y_1, y_2 , удовлетворяющие условию $y_2 \leq w(y_1)$, соответствуют координатам случайных точек плоскости, равномерно распределённых вдоль осей y и $w(y)$ внутри той части прямоугольника $aa'b'b$, которая расположена под кривой $w(y)$. Вероятность того, что случайная точка плоскости, находящаяся под кривой $w(y)$, окажется в элементарной полосе с основанием $[y, y + \Delta y]$, очевидно, пропорциональна $w(y)$, а вероятность попадания точки под кривую $w(y)$ по условию равна единице, что и требуется.

Метод кусочной аппроксимации (Н. П. Бусленко)

Данный метод, аналогично методу Неймана, применяется для генерирования случайных величин, значения которых не выходят за пределы ограниченного интервала $[a, b]$. Сущность этого метода состоит в следующем. Пусть требуется получить случайную величину y с функцией плотности $w(y)$. Интервал $[a, b]$ разбивается на N малых интервалов $[a_m, a_{m+1})$ $m = [1, N]$, $a_1 = a$, $a_N = b$ так, чтобы функцию $w(y)$ в пределах этих интервалов можно было достаточно точно аппроксимировать каким-либо простым распределением, например, равномерным (см. рис. 2.3). Пусть P_m – вероятность попадания случайной величины y в каждый из интервалов $[a_m, a_{m+1})$. Тогда получать реализации величины y с кусочно-равномерным распределением можно в соответствии со следующей схемой преобразования:

- 1) случайным образом с вероятностью P_m выбирается интервал $[a_m, a_{m+1})$;
- 2) формируется реализация Δy_m случайной величины, равномерно распределенной в интервале $[a_m, a_{m+1})$;
- 3) вычисляется реализация искомой величины $y = a_m + \Delta y_m$.

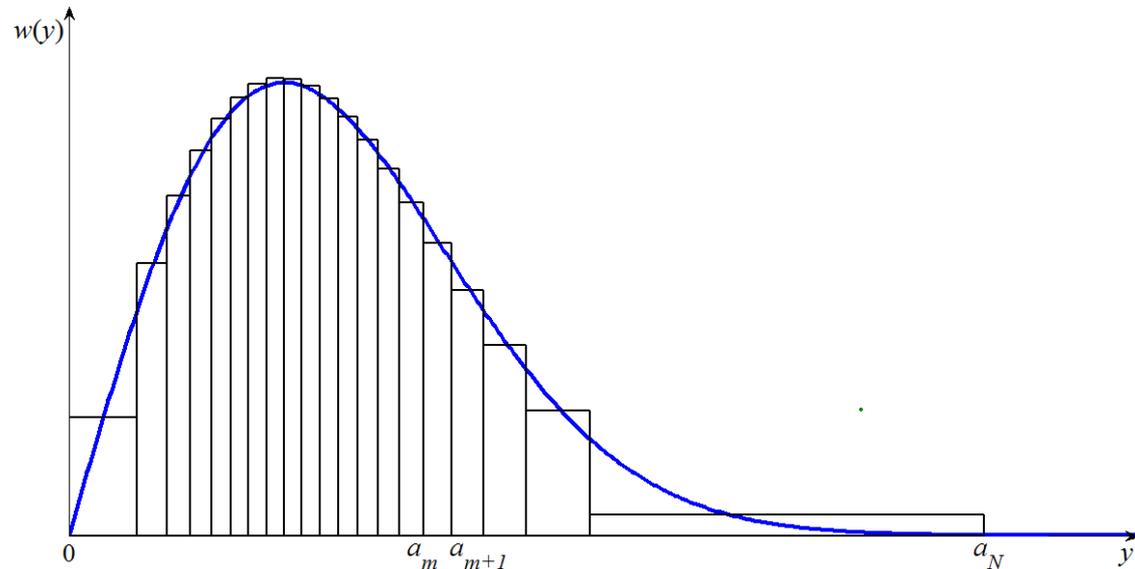


Рис. 2.3. К методу кусочной аппроксимации

Случайный выбор интервала $[a_m, a_{m+1})$ с вероятностью P_m осуществляется путём разбиения интервала $[0, 1]$ на N интервалов $[x_m, x_{m+1})$, $x_1=0$, $x_N=1$, длиной P_m каждый. Из генератора случайных равномерно распределенных в интервале $[0, 1]$ чисел выбирается некоторая реализация x и определяется тот интервал $[x_m, x_{m+1})$, в котором оказывается x . В основу данного метода положен очевидный факт, что вероятность попадания случайной величины, равномерно распределённой на интервале $[0, 1]$, в подинтервал $[x_m, x_{m+1})$ пропорциональна длине этого интервала.

Моделирование случайных величин с нормальным распределением. Специальные методы моделирования случайных величин

Моделирование случайных величин с нормальным распределением осуществляется специализированными методами. Первый метод основан на использовании центральной предельной теоремы: распределение среднего значения N случайных независимых величин с произвольной функцией распределения, математическим ожиданием μ и дисперсией σ^2 стремится к нормальному распределению с математическим ожиданием μ и дисперсией σ^2/N при стремлении N к бесконечности. При этом хорошее приближение к нормальному закону распределения при использовании чисел, распределённых по равномерному закону, наблюдается уже при значениях N от 8 до 12.

Второй метод основан на установленном факте, что распределение произведения двух независимых случайных величин, одна из которых имеет рэлеевское распределение, а другая распределена по закону арксинуса с параметрами $\mu=0$ и дисперсией $\sigma^2=1/2$, является нормальным. Это позволяет формировать нормальную случайную величину путём следующего преобразования системы двух независимых равномерно распределённых в интервале $[0,1]$ случайных чисел x_1 и x_2 :

$$y = \sigma \sqrt{-2 \ln(x_1)} \cdot \sin(2\pi x_2). \quad (2.3.5)$$

Для моделирования случайных величин с некоторыми законами распределения иногда удобно использовать преобразования нормально распределённых случайных чисел. Так, например, случайные величины с рэлеевским и показательным законами распределения можно получить путём преобразования системы двух независимых нормальных случайных чисел x_1 и x_2 с параметрами $(0, \sigma^2)$ в виде:

$$y = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}, \quad w(y) = \frac{y}{\sigma_y^2} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}}, \quad y \geq 0, \quad (2.3.6)$$

$$y = x_1^2 + x_2^2, \quad w(y) = \lambda e^{-\lambda y}, \quad y \geq 0. \quad (2.3.7)$$

При этом для рэлеевского распределения (2.3.6) параметр σ_y будет совпадать с параметром σ исходного нормального распределения, а для показательного распределения (2.3.7) параметр λ связан с параметром σ исходного нормального распределения соотношением $\lambda = 1/(2\sigma^2)$.

Алгоритмы (2.3.6) и (2.3.7) основаны на известных свойствах преобразований нормальных случайных величин [5]. Немного изменив эти алгоритмы, можно моделировать случайные величины с другими распространёнными законами распределения, а именно обобщение выражений (2.3.6) и (2.3.7) приводит к алгоритмам моделирования случайных величин с законом распределения Райса (обобщённое распределение Рэлея) и законом распределения χ^2 с m степенями свободы:

$$y = \sqrt{(x_1 + a)^2 + x_2^2}, \quad w(y) = \frac{y}{\sigma^2} e^{-\frac{y^2 + a^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{ay}{\sigma^2}\right), \quad y \geq 0, \quad (2.3.8)$$

$$y = \sum_{k=1}^m x_k^2, \quad w(y) = \frac{1}{2^{m/2} \Gamma(m/2) \sigma^2} \left(\frac{y}{\sigma^2}\right)^{m/2-1} e^{-\frac{y}{2\sigma^2}}, \quad y \geq 0, \quad (2.3.9)$$

где x_k – нормальные случайные числа с параметрами $(0, \sigma^2)$; a – действительное число; $I_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка; $\Gamma(x)$ – гамма-функция.

Краткая характеристика методов моделирования случайных величин

Выбор того или иного метода моделирования определяется требованиями конкретной задачи. Если в задаче требуется высокая точность воспроизведения законов распределения случайных величин, то целесообразно использовать алгоритмы, не обладающие методической погрешностью. К ним относятся алгоритмы, основанные на методе нелинейного преобразования типа (2.3.4), (2.3.5) – (2.3.9), погрешностью которых обычно можно пренебречь, так как она определяется лишь погрешностью выполнения на ЦВМ необходимых нелинейных преобразований и отклонением закона распределения исходных случайных чисел от равномерного или нормального. Примером систем, при моделировании которых может потребоваться высокая точность воспроизведения законов распределения случайных величин, являются системы обнаружения радиосигнала с низкой вероятностью ложной тревоги (порядка $10^{-5} - 10^{-6}$) [5].

Другим достоинством указанных алгоритмов является простота подготовительной работы, так как преобразования равномерного закона в требуемый закон распределения даются в виде готовых аналитических зависимостей. Такого вида алгоритмы, кроме того, позволяют легко изменять форму закона распределения в процессе моделирования случайных величин, закон распределения которых зависит от переменных параметров.

Основным недостатком этих алгоритмов является сравнительно низкое быстродействие, так как осуществление на ЦВМ нелинейных преобразований часто требует довольно большого количества элементарных операций.

В задачах, не предъявляющих высоких требований к качеству случайных величин, для сокращения количества элементарных операций рекомендуется использовать более экономичные приближенные методы. Из них хорошие результаты даёт метод кусочной аппроксимации [5].

2.4 Моделирование случайных процессов

Методы моделирования случайных величин, рассмотренные в разделе 2.3, позволяют формировать последовательности случайных величин, отдельные значения которых являются независимыми. На практике часто оказывается, что соседние значения последовательностей, представляющих случайные сигналы, являются статистически связанными в том смысле, что вероятность определённой последовательности значений описывается многомерной плотностью распределения вероятности. Практическое использование при моделировании таких случайных последовательностей получили два метода: метод условных вероятностей и обобщённый метод Неймана. Если при моделировании случайных

процессов достаточно обеспечить только заданную корреляционную функцию, то более приемлемыми оказываются методы получения случайных процессов в рамках корреляционной теории. Однако при формировании реализаций большой длины эти методы требуют большого количества вычислений и трудоёмкой подготовительной работы, что затрудняет их практическое использование.

К сожалению, более простые методы получения неограниченных во времени дискретных реализаций случайных процессов с заданным многомерным законом распределения или же с заданной корреляционной функцией неизвестны. Однако на практике столь широко поставленные задачи моделирования случайных процессов встречаются редко. Чаще требуется моделировать случайные процессы, относящиеся к определённому, более узкому классу случайных процессов, например стационарные нормальные случайные процессы, стационарные процессы, не являющиеся нормальными, но порождаемые нормальными в нелинейных системах; нестационарные нормальные случайные процессы со стационарными приращениями; многомерные стационарные нормальные случайные процессы (т. е. несколько стационарных и стационарно связанных случайных процессов); марковские процессы; случайные потоки и др. Для этих классов случайных процессов можно указать достаточно эффективные моделирующие алгоритмы.

В данном учебном пособии будут рассматриваться только алгоритмы, применимые для моделирования некоторых названных классов случайных процессов. Информация об общих методах моделирования случайных процессов с заданным многомерным законом распределения или же с заданной корреляционной функцией широко представлена в специальной литературе по моделированию [1, 3–5, 6], и при необходимости учащиеся могут ознакомиться с ней самостоятельно.

Особое внимание в задаче моделирования случайных процессов уделяется моделированию стационарных нормальных случайных процессов, так как эти процессы, с одной стороны, имеют наибольшее распространение в качестве математических моделей различного рода флюктуации в радиотехнике, а с другой стороны, имеются эффективные алгоритмы для моделирования других классов случайных процессов, которые можно рассматривать как порождаемые стационарными нормальными процессами при различных линейных и нелинейных преобразованиях.

В основе моделирования стационарных нормальных процессов лежит линейное преобразование стационарной последовательности $x[n]$ независимых нормальных случайных чисел (дискретный белый шум) в последовательность $y[n]$, коррелированную по заданному закону. Как известно, спектральная плотность мощности случайного процесса на выходе линейной цепи равна [14, 15]:

$$S_y(\omega) = |H(j\omega)|^2 S_x(\omega), \quad (2.4.1)$$

где $H(j\omega)$ – коэффициент передачи линейной цепи; $S_x(\omega)$ – спектральная плотность мощности случайного процесса на входе линейной цепи.

Если входной процесс является белым нормальным шумом $S_x(\omega) = N_0/2$, то спектральная плотность мощности с точностью до постоянного множителя совпадает с формой квадрата модуля коэффициента передачи линейной цепи:

$$S_y(\omega) = \frac{N_0}{2} |H(j\omega)|^2. \quad (2.4.2)$$

Следует отметить, что белый шум является математической идеализацией и нереализуем на практике. В качестве белого шума при моделировании используется шум, имеющий равномерную (точно или приближённо) спектральную плотность в рабочей полосе частот.

Согласно теореме Винера-Хинчена, спектральная плотность мощности случайного процесса, имеющего корреляционную функцию $R_y(\tau)$, имеет вид [14]:

$$S_y(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_y(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau. \quad (2.4.3)$$

Из (2.4.2) и (2.4.3) следует, что нормальный случайный процесс, имеющий функцию корреляции $R_y(\tau)$, может быть получен при прохождении белого шума через линейную цепь, модуль коэффициента передачи которой имеет вид:

$$|H(j\omega)| = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} R_y(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau}. \quad (2.4.4)$$

Необходимое линейное преобразование может быть осуществлено либо с помощью скользящего суммирования с некоторым весом c_k , либо с помощью разностного уравнения:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} c_k x[n-k], \quad (2.4.5)$$

$$y[n] = \sum_{k=0}^L a_k x[n-k] - \sum_{k=1}^M b_k y[n-k]. \quad (2.4.6)$$

Вид корреляционной функции случайного процесса, моделируемого с помощью алгоритмов (2.4.5) и (2.4.6), определяется набором значений параметров c_k , a_k и b_k и их количеством. Данные алгоритмы отличаются простотой и позволяют формировать дискретные реализации случайных процессов сколь угодно большой длины.

Уравнения (2.4.5) и (2.4.6) описывают поведение некоторого дискретного линейного фильтра [5], который из дискретного белого шума,

подаваемого на его вход, формирует на выходе дискретный случайный процесс с заданными корреляционно-спектральными характеристиками. Поэтому задачу моделирования случайных процессов можно рассматривать как задачу синтеза линейного дискретного формирующего фильтра. В случае моделирования многомерных процессов ставится задача синтеза соответствующих многомерных формирующих фильтров.

2.4.1 Вычисление весовых коэффициентов скользящего суммирования

Весовые коэффициенты суммирования могут быть определены следующим образом. Пусть требуется моделировать непрерывный нормальный случайный процесс $y(t)$, имеющий нулевое математическое ожидание и спектральную плотность мощности $S_y(\omega)$. Спектральная плотность, как правило, убывает с ростом частоты и начиная с некоторой частоты ω_c становится пренебрежимо малой. Тогда требуемый коррелированный процесс $y(t)$ можно с высокой степенью точности аппроксимировать процессом $\xi(t)$, имеющим спектральную плотность (рис. 2.4):

$$S_\xi(\omega) = \begin{cases} S_y(\omega) & \omega \leq \omega_c \\ 0 & \omega > \omega_c \end{cases} \quad (2.4.7)$$

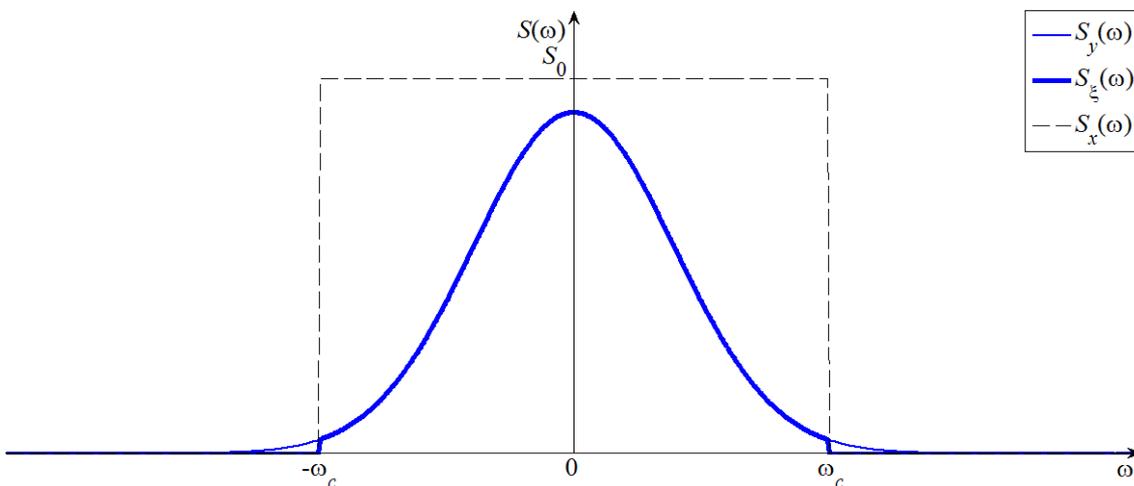


Рис. 2.4. К методу расчёта весовых коэффициентов разложением спектральной плотности в ряд Фурье

Процесс $\xi(t)$ можно рассматривать как результат линейного преобразования стационарного нормального процесса $x(t)$, имеющего равномерную спектральную плотность в полосе частот, ограниченной частотой ω_c (рис. 2.4).

$$S_x(\omega) = \begin{cases} S_0 & \omega \leq \omega_c \\ 0 & \omega > \omega_c \end{cases} \quad (2.4.8)$$

где S_0 – спектральная плотность входного случайного процесса.

Коэффициент передачи формирующего фильтра должен удовлетворять условию $S_{\xi}(\omega) = |H(j\omega)|^2 S_0$, которому соответствует бесконечное множество линейных систем, отличающихся фазо-частотной характеристикой. Удобно выбрать систему, имеющую ФЧХ, равную нулю. Её импульсная характеристика будет иметь вид:

$$h(t) = \frac{1}{2} \pi \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{S_0} S_{\xi}(\omega) \right]^{1/2} e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_c} \left[\frac{1}{S_0} S_{\xi}(\omega) \right]^{1/2} \cos \omega t d\omega. \quad (2.4.9)$$

Полученная импульсная характеристика физически нереализуема, однако на данном этапе это обстоятельство не является ограничением. С помощью полученной импульсной характеристики процесс $\xi(t)$ может быть представлен в виде интеграла Дюамеля:

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t-\tau) d\tau. \quad (2.4.10)$$

Ввиду ограниченности спектра входного процесса $x(t)$ и импульсной характеристики $h(t)$ они могут быть представлены в форме ряда Котельникова, при подстановке которых в интеграл Дюамеля дискретизированная последовательность выходного процесса $\xi[n] = \xi(nT)$, где $T = \pi/\omega_c$, будет иметь вид:

$$\xi[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\pi}{\omega_c} h[k] x[n-k], \quad (2.4.11)$$

где

$$h[n] = h(nT) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_c} \left[\frac{1}{S_0} S_{\xi}(\omega) \right]^{1/2} \cos \frac{n\pi \omega}{\omega_c} d\omega. \quad (2.4.12)$$

Значения $\pi h[n]/\omega_c$ совпадают с коэффициентами разложения в ряд Фурье функции $\sqrt{S_{\xi}(\omega)/S_0}$ на интервале $(-\omega_c, \omega_c)$ и стремятся к нулю при стремлении n к бесконечности. Поэтому последовательность $\xi[n]$ может быть приближённо представлена усечённым рядом:

$$\xi[n] \approx \xi'[n] = \sum_{k=-p}^p \frac{\pi}{\omega_c} h[k] x[n-k]. \quad (2.4.13)$$

Поскольку входная последовательность $x[n]$ является стационарной, то статистические свойства последовательности $\xi'[n]$ не изменятся, если изменить пределы суммирования:

$$\xi'[n] = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\pi}{\omega_c} h'[k] x[n-k], \quad (2.4.14)$$

где $N = 2p + 1$, $h'[k] = h[k - p]$.

Учитывая то обстоятельство, что $\xi'[n] \approx \xi[n] \approx y[n]$, весовые коэффициенты скользящего суммирования (2.4.5) определяются следующим образом:

$$c_n = \frac{1}{\sqrt{\omega_c S_0}} \int_0^{\omega_c} [S_y(\omega)]^{1/2} \cos \frac{(2n - N + 1)\pi \omega}{2\omega_c} d\omega. \quad (2.4.15)$$

Количество весовых коэффициентов скользящего суммирования выбирается из условия:

$$\left| 1 - \frac{1}{\sigma_y^2} \sum_{k=0}^{N-1} c_k^2 \right| < \varepsilon \quad (2.4.16)$$

где σ_y^2 – дисперсия моделируемого случайного процесса; ε – заданная величина погрешности.

Условие (2.4.16) основано на том, что сумма квадратов весовых коэффициентов должна быть равна дисперсии моделируемого случайного процесса. Следует отметить, что корреляционная функция получаемого случайного процесса будет отличаться от заданной корреляционной функции ввиду допущений, сделанных в процессе вывода весовых коэффициентов. То есть описанный метод обладает ненулевой методической погрешностью.

2.4.2 Вычисление параметров разностных уравнений

Разностные уравнения вида (2.4.6) пригодны только для моделирования случайных процессов с рациональным спектром. При этом алгоритмы моделирования не имеют методической погрешности и их параметры удаётся выразить в явном виде через параметры корреляционной функции.

Отсутствие методической погрешности понимается в том смысле, что дискретные реализации $y[n]$ и последовательности $y(nT)$ выборочных значений процесса $y(t)$ в точности совпадают при любом шаге T , если исходные случайные числа $x[n]$ строго независимы и нормальны.

Рациональным спектром называется такая спектральная плотность мощности, которая может быть представлена в виде отношения двух полиномиальных функций частоты ω :

$$S_y(\omega) = \frac{S_1(\omega)}{S_2(\omega)}, \quad (2.4.17)$$

где $S_1(\omega)$ и $S_2(\omega)$ – полиномы степени L' и $M' > L'$ соответственно.

Корреляционная функция такого случайного процесса имеет вид:

$$R(\tau) = \sum_{k=1}^K [A_k(\tau) \cos(\alpha_k \tau) + B_k(\tau) \sin(\alpha_k |\tau|)] e^{-\beta_k |\tau|}, \quad (2.4.18)$$

где K – количество корней полинома $S_2(\omega)$; $A_k(\tau)$ и $B_k(\tau)$ – полиномы относительно τ , степень которых равна кратности корней полинома $S_2(\omega)$; α_k и $\beta_k > 0$ – вещественные числа.

Корреляционная функция соответствующего дискретного процесса $y[n] = y(nT)$ имеет вид:

$$R[n] = \sum_{k=1}^K [\bar{A}_k[n] \cos(\bar{\alpha}_k n) + \bar{B}_k[n] \sin(\bar{\alpha}_k |n|)] e^{-\bar{\beta}_k |n|}, \quad (2.4.19)$$

где $\bar{A}_k[n]$ и $\bar{B}_k[n]$ – дискретные полиномы; $\bar{\alpha}_k = \alpha_k T$ и $\bar{\beta}_k = \beta_k T$ – безразмерные вещественные параметры.

Дискретная корреляционная функция (2.4.19) может быть представлена z-преобразованием:

$$F(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} R[n] z^{-n}, \quad (2.4.20)$$

которое является рациональной функцией z :

$$F(z) = \frac{A'(z)}{B'(z)} = \frac{A'_L z^L + \dots + A'_1 z + A'_0}{B'_M z^M + \dots + B'_1 z + B'_0}, \quad (2.4.21)$$

где $A'_0, \dots, A'_L, B'_0, \dots, B'_M$ – вещественные числа.

Известно, что при воздействии дискретного белого нормированного шума на дискретный линейный фильтр с передаточной функцией

$$H(z) = \frac{A(z)}{B(z)},$$

где $A(z)$ и $B(z)$ – полиномы с вещественными коэффициентами, дискретный случайный процесс на выходе фильтра будет иметь z-преобразование, равное квадрату модуля передаточной функции фильтра:

$$F(z) = \frac{A'(z)}{B'(z)} = \frac{A(z)}{B(z)} \frac{A(z^{-1})}{B(z^{-1})} = \left| \frac{A(z)}{B(z)} \right|^2. \quad (2.4.22)$$

Всякая неотрицательная рациональная функция вида (2.4.21) может быть представлена в виде:

$$F(z) = C' \frac{\prod_{k=1}^L (z - v'_k)}{\prod_{k=1}^M (z - w'_k)} = C \frac{\prod_{k=1}^L (z - v_k) \prod_{k=1}^L (z^{-1} - v_k^*)}{\prod_{k=1}^M (z - w_k) \prod_{k=1}^M (z^{-1} - w_k^*)}, \quad (2.4.23)$$

где C' и C – некоторые вещественные константы; v'_k и w'_k – корни полиномов $A'(z)$ и $B'(z)$ соответственно; v_k и w_k – корни полиномов, располагающиеся в единичном круге z-плоскости; v_k^* и w_k^* – корни полиномов, располагающиеся за пределами единичного круга на z-плоскости.

Из выражения следует, что передаточная функция линейного фильтра, обеспечивающего получение случайного процесса с необходимой корреляционной функцией, определяется выражением:

$$H(z) = \sqrt{C} \frac{\prod_{k=1}^L (z - v_k)}{\prod_{k=1}^M (z - w_k)} = \frac{a_0 + \sum_{k=1}^L a_k z^k}{1 + \sum_{k=1}^M b_k z^k}. \quad (2.4.24)$$

Алгоритм получения разностного уравнения, описывающего формирующий фильтр с необходимыми спектрально-корреляционными свойствами, включает следующий порядок действий:

- 1) получение дискретизированной корреляционной функции $R[n]$ и вычисление её z-преобразования $F(z)$;
- 2) факторизация $F(z)$, т. е. поиск корней полиномов $A'(z)$ и $B'(z)$; выбор корней, расположенных в единичном круге z-плоскости;
- 3) построение передаточной функции формирующего фильтра $H(z)$ и её приведение к виду (2.4.24) с целью получения параметров a_k и b_k разностного уравнения (2.4.6).

Параметры разностного уравнения также могут быть получены методом дискретизации непрерывного формирующего фильтра. Пусть спектральная плотность мощности случайного процесса имеет вид:

$$S_y(\omega) = \frac{A_L \omega^L + A_{L-1} \omega^{L-1} + \dots + A_1 \omega + A_0}{B_M \omega^M + B_{M-1} \omega^{M-1} + \dots + B_1 \omega + B_0}, \quad (2.4.25)$$

где $A_0, \dots, A_L, B_0, \dots, B_M$ – положительные вещественные числа, $L < M$.

В общем случае полиномы в числителе и знаменателе выражения (2.4.25) имеют соответственно $L = L'/2$ и $M = M'/2$ пар комплексно сопряжённых корней: z_k, z_k^* ($k = 1..M$) и p_m, p_m^* ($m = 1..M$):

$$S_y(\omega) = \frac{A_L \prod_{k=1}^L (\omega - z_k) \prod_{k=1}^L (\omega - z_k^*)}{B_M \prod_{k=1}^M (\omega - p_k) \prod_{k=1}^M (\omega - p_k^*)}. \quad (2.4.26)$$

Квадрат модуля коэффициента передачи линейного фильтра может быть выражен через его передаточную функцию $|H(j\omega)|^2 = H(s)H(s^*)$. Тогда, вводя в первой дроби выражения спектральной плотности мощности $S_y(\omega)$ замену $\omega = -js$, а во второй дроби – $\omega = js^*$, из уравнений (2.4.2) и (2.4.26) можно перейти к выражению:

$$\frac{A_L \prod_{k=1}^L s - j z_k}{B_M \prod_{k=1}^M s - j p_k} \frac{\prod_{k=1}^L s^* + j z_k^*}{\prod_{k=1}^M s^* + j p_k^*} = \frac{N_0}{2} H(s) H(s^*), \quad (2.4.27)$$

где $N_0/2$ – спектральная плотность мощности белого шума на входе фильтра.

Из полученного выражения видно, что передаточная функция линейного фильтра, обеспечивающего получение случайного процесса со спектральной плотностью мощности $S_y(\omega)$, имеет вид:

$$H(s) = \sqrt{\frac{2}{N_0} \frac{A_L \prod_{k=1}^L s - j z_k}{B_M \prod_{k=1}^M s - j p_k}}. \quad (2.4.28)$$

Не исключая общности, можно считать, что z_k и p_k имеют положительные мнимые части. Тогда передаточная функция $H(s)$ соответствует физически реализуемому устойчивому фильтру. Дальнейшее получение коэффициентов рекуррентного разностного уравнения осуществляется путём дискретизации непрерывного линейного фильтра. Метод дискретизации подробно описан в разделе 3.3.

2.4.3 Моделирование марковских процессов

Марковскими называются случайные процессы $\xi(t)$, у которых условная плотность вероятности значений $\xi_n = \xi(t_n)$ в момент времени t_n имеет вид:

$$\begin{aligned} w(\xi_n, t_n | \xi_{n-1}, t_{n-1}, \dots, \xi_0, t_0) &= w(\xi_n, t_n | \xi_{n-1}, t_{n-1}) = \\ &= w_0(\xi_n, t_n, \xi_{n-1}, t_{n-1}) \end{aligned} \quad (2.4.29)$$

Данная условная вероятность называется плотностью вероятности перехода из состояния ξ_{n-1} в момент времени t_{n-1} в состояние ξ_n в момент времени t_n [5]. Для моделирования марковского случайного процесса достаточно знать условную плотность вероятностей перехода (2.4.29) и плотность вероятностей $w_0(\xi_0, t_0)$ начального значения ξ_0 в момент времени t_0 , при этом получение дискретных реализаций процесса сводится, очевидно, к следующему. Формируется реализация $^1\xi_0$ случайной величины ξ_0 с функцией плотности $w_0(\xi_0, t_0)$, затем формируется реализация $^1\xi_1$ случайной величины ξ_1 с функцией плотности $w_0(\xi_1, t_1 | \xi_0, t_0)$ и т. д. В результате получается последовательность чисел, изображающая дискретную реализацию $^1\xi(t_n)$ марковского случайного процесса $\xi(t)$ с заданной условной плотностью

вероятностей перехода $w_0(\xi_n, t_n, \xi_{n-1}, t_{n-1})$. Для получения следующей реализации процесса повторяется та же процедура. Для формирования случайных чисел с заданным законом распределения могут быть использованы методы, рассмотренные в разделе 2.3.

В практических приложениях распространенными являются марковские процессы, которые удовлетворяют дополнительным условиям, чаще всего условию нормальности распределения, стационарности (однородности), а также условию нормальности и стационарности одновременно. В этих случаях моделирование марковских процессов упрощается.

У стационарных марковских случайных процессов плотность вероятностей перехода вида (2.4.29) зависит лишь от разности $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$. Это упрощает процесс моделирования, так как уменьшается число аргументов функции $w_0(\xi_n, t_n, \xi_{n-1}, t_{n-1})$, которую требуется хранить в памяти ЦВМ при моделировании. Число аргументов при переменном шаге дискретизации уменьшается на одну, а при постоянном – на две единицы. Функция w_0 имеет в этих случаях вид $w_0(\xi_n, t_n, \Delta t_n)$ и $w_0(\xi_n, t_n, \Delta t)$ соответственно, где $\Delta t = const$. При моделировании нормальных марковских процессов, у которых плотности вероятностей перехода вида (2.4.29) являются нормальными, на каждом шаге требуется формировать реализации только нормальных случайных величин, что осуществляется сравнительно просто.

Специальным классом марковских случайных процессов являются марковские цепи [5]. Они отличаются от рассмотренных выше марковских процессов тем, что множество возможных состояний их является дискретным.

Марковские цепи характеризуются матрицей вероятностей перехода

$$\|P_{ik}(t_n, t_{n-1})\| \begin{matrix} i=1,2,\dots \\ k=1,2,\dots \end{matrix} \quad (2.4.30)$$

из состояния $\xi_i(t_{n-1})$ в момент времени t_{n-1} в состояние $\xi_k(t_{n-1})$ в момент времени t_n , где ξ_i – величина с дискретным множеством значений. Моделирование марковских цепей по заданной матрице вероятностей перехода (2.4.30) осуществляется так же, как и моделирование марковских процессов по заданной условной плотности вероятностей перехода.

2.5 Преобразование частоты дискретизации сигналов

В радиотехнических системах одновременно могут существовать сигналы, полосы частот которых значительно различаются. При использовании одной частоты дискретизации для получения дискретных последовательностей всех сигналов её значение должно соответствовать сигналу, занимающему наибольшую полосу частот. Сигналы с меньшей

полосой частот дискретизируются с неэффективно высокой частотой, что приводит к увеличению объёма вычислений в процессе моделирования.

Более эффективный подход состоит в том, что каждый сигнал представляется со своей частотой дискретизации, соответствующей полосе частот данного сигнала. Однако в данном случае возникают трудности при одновременном воздействии таких сигналов на одно радиоустройство. Преодоление данных трудностей осуществляется путём повышения частоты дискретизации более узкополосных сигналов или всех сигналов, если их спектры перекрываются лишь частично, перед входом радиоустройства и её понижения до исходного значения после выхода, если сигналы разделяются после выхода радиоустройства.

Понижение частоты дискретизации (децимация) в целое M число раз состоит в формировании новой последовательности $u_o[n]$, определяемой следующим образом [12]:

$$u_o[n] = u[nM] = u(nMT). \quad (2.5.1)$$

Фурье-образ новой последовательности $u_o[n]$ связан с Фурье-образом исходной последовательности:

$$U_o(e^{j\bar{\omega}}) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} U(e^{j\frac{\bar{\omega}-2\pi k}{M}}), \quad (2.5.2)$$

где $U(e^{j\bar{\omega}})$ – Фурье-образ исходной последовательности; $\bar{\omega} = \omega T$ – безразмерная частота.

Таким образом, функция $U_o(e^{j\bar{\omega}})$ представляет собой сумму M копий периодического Фурье-образа $U(e^{j\bar{\omega}})$, частота которых поделена на M и сдвинута на 2π . Следовательно, если $U(e^{j\bar{\omega}})$ отлична от нуля при $\bar{\omega} \geq \pi/M$, то при децимации последовательности $u[n]$ будет происходить наложение спектров.

Провести децимацию без наложения спектров возможно, если подвергнуть исходную последовательность предварительной фильтрации, которая сделает последовательность узкополосной. При этом децимированная последовательность не будет представлять непрерывный сигнал $u(t)$. Вместо этого $u_o[n] = \tilde{u}(nMT)$, где $\tilde{u}(t)$ получен из сигнала $u(t)$ с помощью фильтра с частотой отсечки $\omega_c = \pi/(MT)$. Наглядно преобразование спектра последовательности в процессе децимации представлено на рис. 2.5.

Пусть исходная последовательность получена путём дискретизации непрерывного сигнала $u[n] = u(nT)$. Повышение частоты дискретизации (интерполяция) в целое L число раз состоит в получении последовательности $u_u[n]$, которая должна отвечать следующему условию [12]:

$$u_u[n] = U\left(\frac{nT}{L}\right). \quad (2.5.3)$$

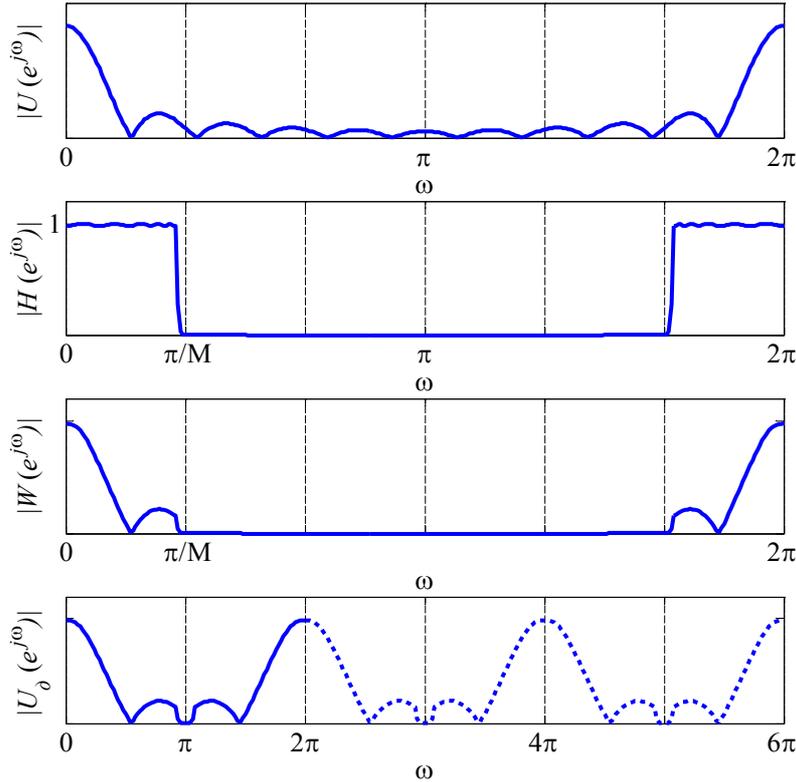


Рис. 2.5. Преобразование спектров при децимации

Интерполированная последовательность получается следующим образом. Исходная последовательность дополняется нулями таким образом, что:

$$u_e[n] = \begin{cases} u[n/L] & n=0, \pm L, \pm 2L, \dots \\ 0 & \text{иначе} \end{cases} \quad (2.5.4)$$

Фурье-образ получаемой последовательности связан с Фурье-образом исходной последовательности выражением:

$$U_e(e^{j\bar{\omega}}) = U(e^{j\bar{\omega}L}), \quad (2.5.5)$$

т. е. происходит сжатие спектра по оси безразмерной частоты в L раз, при этом $U_e(e^{j\bar{\omega}}) = U(\omega T/L)$ в области $|\bar{\omega}| \leq \pi/L$.

Искомая последовательность $u_u[n]$ получается, если из спектра $U_e(e^{j\bar{\omega}})$ удалить лишние $L-1$ копий функции $U(\omega T/L)$, за исключением расположенных над точками, кратными 2π , и увеличить амплитуду в L раз. В общем случае для этого потребуется фильтр с коэффициентом усиления L и частотой отсечки $\bar{\omega}_c \leq \pi/L$. Преобразование спектра последовательности в процессе интерполяции наглядно представлено на рис. 2.6.

Комбинируя интерполяцию и децимацию, можно изменить частоту дискретизации в рациональное число раз. При $M > L$ происходит увеличение шага дискретизации (децимация), а при $M < L$ – уменьшение шага дискретизации (интерполяция).

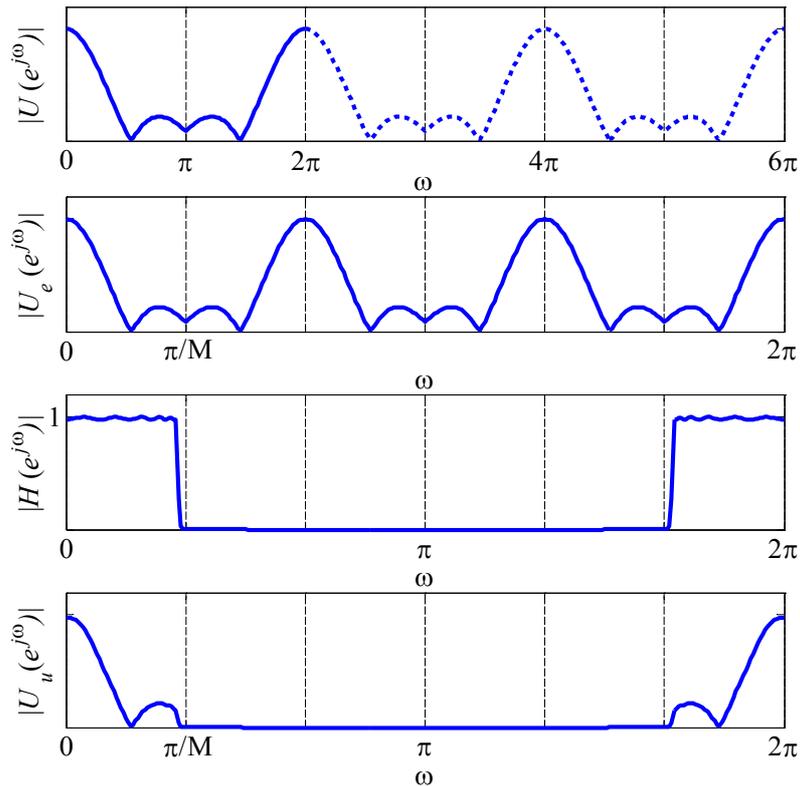


Рис. 2.6. Преобразование спектров при интерполяции

Поскольку фильтры интерполяции и децимации объединены в каскад, их можно заключить в один фильтр нижних частот с коэффициентом усиления L и частотой отсечки, равной наименьшему из отношений: π/L и π/M . Если $M > L$, то значение частоты отсечки следует дополнительно ограничить частотой Котельникова, чтобы избежать наложения спектров. При $M < L$ ограничивать частоту отсечки частотой Котельникова не требуется. Вопрос эффективной реализации децимирующих и интерполирующих фильтров подробно рассматривается в специальной литературе по цифровой обработке сигналов [12, 16] и в данном пособии не представлен.

2.6 Контрольные вопросы

1. Приведите классификацию сигналов с точки зрения подходов к их моделированию.
2. Какие формы представления сигналов могут использоваться при моделировании?
3. Приведите формулировку теоремы Котельникова. Как следует выбирать частоту дискретизации для реальных сигналов? Почему?
4. В чём состоит метод комплексной огибающей? Для каких сигналов он может применяться?
5. Дайте определения детерминированных сигналов, сигналов, зависящих от случайных параметров и случайных процессов, случайных сигналов.

6. Какими методами осуществляется моделирование детерминированных сигналов и сигналов, зависящих от случайных параметров и процессов?

7. В чём состоит метод нелинейного преобразования, обратного функции распределения? Приведите пример использования данного метода.

8. В чём состоит метод Неймана для моделирования случайных величин? Для каких видов случайных величин он предназначен?

9. В чём состоит метод Бусленко для моделирования случайных величин? Для каких видов случайных величин он предназначен?

10. Как осуществляется моделирование случайных величин с нормальным законом распределения?

11. Случайные величины с какими видами распределений могут быть получены из случайных величин с нормальным распределением? Каким образом?

12. Какими методами осуществляется моделирование случайных процессов в общем случае? Для каких классов сигналов существуют более простые методы моделирования?

13. На каком явлении основаны методы моделирования стационарных нормальных случайных процессов с заданными корреляционными свойствами?

14. В чём состоит метод скользящего суммирования? Для каких видов сигналов он может применяться? Как рассчитываются весовые коэффициенты суммирования?

15. В чём состоит метод разностных уравнений? Для каких видов сигналов он может применяться? Как определяются коэффициенты разностного уравнения?

16. Какие случайные процессы называются марковскими? Как осуществляется их моделирование?

17. Каким образом осуществляется преобразование частоты дискретизации сигнала в целое и дробное число раз?

РАЗДЕЛ 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

3.1 Введение в моделирование радиотехнических систем

Моделирование радиотехнических систем, наряду с моделированием сигналов и помех, включает моделирование процессов их преобразования различными радиосистемами. Эта задача состоит в нахождении сигнала на выходе РТС по её известным характеристикам и входному сигналу. Выбор метода моделирования РТС зависит от того, каким является преобразование сигнала – линейным или нелинейным. Таким образом, моделирование РТС включает изучение методов моделирования линейных систем, нелинейных систем.

Как рассматривалось в разделе 1.3, модель радиотехнической системы представляется в виде блок-схемы отдельных звеньев, объединённых связями. Такие модели называются функциональными. Во многих случаях можно полагать, что между звеньями системы имеется развязка, так что свойства каждого звена практически не изменяются при присоединении к нему других звеньев.

В большинстве практических задач функциональную модель РТС можно составить из двух основных типов звеньев: линейных инерционных (динамических) звеньев, к числу которых относятся усилители, фильтры и др., и нелинейных безынерционных звеньев – детекторов, ограничителей, логических звеньев и т. д.

Моделирующий алгоритм для всей системы строится на основе моделирующих алгоритмов для отдельных звеньев. Последнее наиболее просто осуществляется при моделировании разомкнутых систем, содержащих только последовательно включённые звенья. Выходной сигнал в этих случаях выражается в явном виде через входной сигнал. Явную связь входного и выходного сигнала удаётся установить и для линейных замкнутых систем.

Более сложной является задача моделирования замкнутых нелинейных функциональных систем, содержащих один или несколько контуров обратной связи. Алгоритмы, описывающие функционирование замкнутых систем в целом, также получаются путём соответствующей комбинации алгоритмов, описывающих отдельные звенья систем, но при этом выходной сигнал, вообще говоря, не выражается в явном виде через входное воздействие. Значения выходного сигнала при моделировании замкнутых нелинейных систем могут быть найдены путём решения на каждом шаге нелинейных алгебраических уравнений.

3.2 Моделирование линейных динамических систем методом свёртки

Любая линейная система однозначно задаётся импульсной характеристикой, которая представляет собой реакцию системы на входное воздействие в виде δ -функции. Преобразование входного сигнала

непрерывными и дискретными линейными системами описывается соответственно следующими выражениями:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t-\tau) d\tau, \quad (3.2.1)$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h'[k] x[n-k], \quad (3.2.2)$$

где $h(t)$ – импульсная характеристика непрерывной линейной системы; $x(t)$ – сигнал на входе непрерывной системы; $h'[n]$ – импульсная характеристика дискретной линейной системы; $x[n]$ – сигнал на входе дискретной системы.

Применение данных выражений для вычисления значений выходного сигнала в общем случае оказывается невозможным, за исключением ситуаций, когда интеграл или сумма могут быть рассчитаны аналитически, вследствие бесконечных пределов интегрирования и суммирования. Однако в большинстве практических задач на входной сигнал и импульсную характеристику могут быть наложены односторонние или двусторонние ограничения, вследствие чего пределы интегрирования и суммирования могут быть изменены. Ниже приводится преобразование выражения (3.2.1) для непрерывной системы. Преобразование выражения для дискретной системы будет носить аналогичный характер.

1. $h(t)=0$ и $x(t)=0$ при $t < 0$.

$$y(t) = \int_0^t h(\tau) x(t-\tau) d\tau \quad (3.2.3)$$

2. $h(t)=0$ при $t < 0$, а $x(t) \neq 0$ при $0 \leq t \leq T$.

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \int_0^t h(\tau) x(t-\tau) d\tau & 0 \leq t \leq T \\ \int_{t-T}^t h(\tau) x(t-\tau) d\tau & t > T \end{cases} \quad (3.2.4)$$

3. $h(t) \neq 0$ и $x(t) \neq 0$ при $0 \leq t \leq T$.

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \int_0^t h(\tau) x(t-\tau) d\tau & 0 \leq t \leq T \\ \int_{t-T}^t h(\tau) x(t-\tau) d\tau & T \leq t \leq 2T \\ 0 & t > 2T \end{cases} \quad (3.2.5)$$

Моделирование дискретных линейных систем с помощью ЦВМ не представляет сложности, поскольку выполнение суммирования реализуется достаточно просто. В случае непрерывных систем для моделирования на ЦВМ требуется перейти к дискретным эквивалентам. Наиболее простым и очевидным способом получения таких эквивалентов является применение методов численного интегрирования.

Пусть требуется найти дискретную последовательность $y[n]=y(nT_\delta)$, где T_δ – период дискретизации непрерывного сигнала. Для случая одностороннего ограничения входного сигнала и импульсной характеристики $h(t)=0$ и $x(t)=0$ при $t<0$ выходная последовательность имеет вид:

$$y[n]=\int_0^{nT_\delta} h(\tau)x(nT_\delta-\tau)d\tau. \quad (3.2.6)$$

При численном интегрировании входной сигнал и импульсную характеристику удобно дискретизировать с тем же интервалом T_δ . При достаточно малом T_δ выходную последовательность $y[n]$ проще всего найти, вычисляя интеграл в (3.2.6) по методу прямоугольников, основанному на замене подынтегральной функции ступенчатой кривой:

$$y[n]\approx y'[n]=\sum_{k=0}^n h(kT_\delta)x(nT_\delta-kT_\delta)T_\delta=T_\delta\sum_{k=0}^n h[k]x[n-k], \quad (3.2.7)$$

где $h[n]=h(nT_\delta)$ – последовательность дискретизированной импульсной характеристики системы, $x[n]=x(nT_\delta)$ – последовательность дискретизированного входного воздействия.

Из выражения (3.2.7) видно, что при моделировании на ЦВМ непрерывная система заменяется дискретной, импульсная характеристика которой с точностью до T_δ равна дискретизированной импульсной характеристике непрерывной системы.

Применённый при получении данного выражения метод прямоугольников наиболее прост в реализации, но обладает наименьшей точностью. При использовании других методов численного интегрирования выражение, описывающее выходную дискретную последовательность, будет описываться следующим образом:

$$y[n]\approx y'[n]=\sum_{k=0}^n c[k]h[k]x[n-k], \quad (3.2.8)$$

где $c[k]$ – последовательность весовых коэффициентов, которая определяется выбором метода численного интегрирования.

При использовании, например, метода трапеций весовые коэффициенты принимают значение:

$$c[k] = \begin{cases} \frac{T_\delta}{2} & k=0, k=n \\ T_\delta & 0 < k < n \end{cases}.$$

В задачах, не требующих большой точности решения, удобно использовать формулу прямоугольников как наиболее простую. Аппроксимация интеграла по методу прямоугольников не сопровождается погрешностью, если $x(t)$ и $h(t)$ имеют спектры, ограниченные частотой $\omega_c = \pi/T_\delta$, что соответствует случаю, когда спектр входного сигнала и полоса пропускания системы строго ограничены частотой ω_c , а шаг дискретизации T_δ выбран в соответствии с теоремой Котельникова. Следует заметить, что если подынтегральная функция на концах интервала интегрирования обращается в нуль, то формула прямоугольников и формула трапеций дают совершенно одинаковый результат.

Выражение (3.2.8) описывает поведение дискретного линейного фильтра, передаточные функция которого имеют вид [5]:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c[k] h[k] z^k. \quad (3.2.9)$$

Выражение (3.2.9) непосредственно получаются из формулы (3.2.8), если z^k рассматривать как оператор задержки входной последовательности на k периодов. Отсюда следует, что передаточная функция $H(z)$ является z -преобразованием от последовательности импульсной характеристики системы с весом $c[k]$.

Метод моделирования линейных динамических систем, основанный на дискретизации непрерывной свертки, можно легко обобщить на случай моделирования линейных систем с переменными параметрами. Связь вход – выход в системах с переменными параметрами, как известно, можно задать с помощью импульсной переходной характеристики $h(\tau, t)$, описывающей реакцию системы на δ -функцию, поданную на вход в момент времени t , где t – текущее время, τ – время, прошедшее с момента подачи δ -импульса [45].

При таком определении импульсной характеристики нестационарной системы её реакция на сигнал $x(t)$ запишется в виде:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(\tau, t - \tau) d\tau. \quad (3.2.10)$$

В результате дискретизации свёртки (3.2.10) выходная последовательность системы определяется выражением:

$$y'[n] = \sum_{k=0}^n x[k] h[k, n-k] c[n-k]. \quad (3.2.11)$$

Таким образом, модель нестационарных линейных систем, основанная на дискретной свертке, представляет собой формулы скользящего суммирования с переменным весом, зависящим от текущего значения дискретного времени.

3.3 Моделирование линейных динамических систем с помощью разностных уравнений

Импульсная характеристика является наиболее общим описанием линейных систем. Однако получение последовательности выходного сигнала большой длины с помощью импульсной характеристики является весьма трудоёмким. Моделирование линейных систем может быть осуществлено более простым методом, если непрерывная система описывается дифференциальным уравнением, а дискретная система – разностным уравнением:

$$\sum_{k=0}^L a_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^M b_k \frac{d^k x(t)}{dt^k}, \quad L > M, \quad (3.3.1)$$

$$\sum_{k=0}^L a_k' y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k' x[n-k], \quad L > M, \quad (3.3.2)$$

где a_k, b_k, a_k', b_k' – вещественные числа.

На практике непрерывные и дискретные линейные системы обычно задаются передаточными функциями, которые для систем, описываемых выражениями (3.3.1) и (3.3.2), являются дробно-рациональными функциями:

$$H(s) = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_M s^M}{a_0 + a_1 s + \dots + a_L s^L} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k s^k}{\sum_{k=0}^L a_k s^k}, \quad (3.3.3)$$

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z + \dots + b_M z^M}{a_0 + a_1 z + \dots + a_L z^L} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^k}{\sum_{k=0}^L a_k z^k}. \quad (3.3.4)$$

При моделировании на ЦВМ разностное уравнение может быть непосредственно реализовано для вычисления значений последовательности выходного сигнала. Для моделирования непрерывной системы требуется найти эквивалентную дискретную систему.

Для дискретного эквивалента непрерывного фильтра необходимо, чтобы значения выходной последовательности $y[n]$, определяемые по входной последовательности $x[n] = x(nT_\delta)$, как можно более точно совпадали со значениями непрерывного выходного сигнала $y(t)$ в

дискретные моменты времени: $y[n]=y(nT_\delta)$. В настоящее время существует большое количество методов получения дискретного эквивалента непрерывной динамической системы. Передаточные функции дискретных систем в этих методах получаются непосредственно из рассмотрения различных способов интерполяции входного сигнала, а также другими путями. В настоящем пособии рассматриваются только метод инвариантного преобразования импульсной характеристики и метод Рагаззини-Бергера.

3.3.1 Метод инвариантного преобразования импульсной характеристики

Отличительной особенностью данного метода является то, что значения импульсной характеристики $h[n]$ дискретного эквивалента равны значениям импульсной характеристики $h(t)$ непрерывной системы в дискретные моменты времени: $h[n]=h(nT_\delta)$.

Пусть имеется непрерывная линейная система, заданная передаточной функцией (3.3.3). Импульсная характеристика данной системы определяется по известной передаточной функции с помощью обратного преобразования Лапласа:

$$h(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} H(s) e^{st} ds, \quad (3.3.5)$$

где прямая интегрирования на s -плоскости выбирается так, чтобы все особые точки передаточной функции имели действительную часть меньше σ .

Передаточная функция (3.3.3) имеет K полюсов p_k кратности R_k , при этом $R_1 + \dots + R_K = L$. Тогда обратное преобразование Лапласа передаточной функции имеет вид:

$$h(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{r=0}^{R_k-1} C_{kr} \frac{t^r}{r!} e^{p_k t} \sigma(t), \quad (3.3.6)$$

где

$$C_{kr} = \frac{1}{(R_k - r - 1)!} \left. \frac{d^{(R_k - r - 1)}}{ds^{(R_k - r - 1)}} H(s) (s - p_k)^{R_k} \right|_{s=p_k}. \quad (3.3.7)$$

Передаточная функция дискретного эквивалента равна z -преобразованию дискретной последовательности импульсной характеристики:

$$H(z) = \sum_{k=1}^K \sum_{r=0}^{R_k-1} C_{kr} \frac{T_\delta^r}{r!} \sum_{n=0}^{\infty} n^r e^{q_k n} z^{-n}, \quad (3.3.8)$$

где $q_k = p_k T_\delta$.

Выражение под последним знаком суммы в (3.3.8) может быть представлено в виде:

$$n^r e^{q_k n} = \frac{d^{(r)}}{dq_k^{(r)}} e^{q_k n}.$$

Тогда на основании теоремы дифференцирования z-преобразования по параметру передаточная функция дискретного эквивалента будет иметь вид:

$$H(z) = \sum_{k=1}^K \sum_{r=0}^{R_k-1} C_{kr} \frac{T_\Delta^r}{r!} \left(\frac{d^{(r)}}{dq_k^{(r)}} \frac{1}{1 - e^{q_k} z^{-1}} \right) = \sum_{k=1}^K \sum_{r=0}^{R_k-1} C_{kr} \frac{T_\Delta^r}{r!} \frac{(-1)^r z e^{r q_k}}{(z - e^{q_k})^{r+1}}. \quad (3.3.9)$$

Приводя слагаемые к общему знаменателю, передаточную функцию можно преобразовать к виду:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{\hat{M}} \hat{b}_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^L \hat{a}_k z^{-k}}, \quad (3.3.10)$$

где \hat{a}_n, \hat{b}_m – вещественные числа; $\hat{M} < L$.

Передаточная функция дискретного фильтра связывает z-преобразования входной и выходной последовательностей линейной системы: $\hat{H}(z) = Y(z)/X(z)$. С учётом этого обратное z-преобразование приводит к разностному уравнению, являющемуся дискретным эквивалентом дифференциального уравнения непрерывной системы. На основе разностного уравнения значения последовательности выходного сигнала определяются по следующей формуле:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{\hat{M}} \frac{\hat{b}_k}{\hat{a}_0} x[n-k] - \sum_{k=1}^L \frac{\hat{a}_k}{\hat{a}_0} y[n-k]. \quad (3.3.11)$$

Метод инвариантного преобразования импульсной характеристики обладает важным свойством. Частотная характеристика дискретного эквивалента образуется путём наложения частотных характеристик непрерывной системы (рис. 3.1):

$$\hat{H}(e^{j\bar{\omega}}) = \frac{1}{T_\Delta} \sum_{k=-\infty}^{\infty} H(j\omega + j\frac{2\pi k}{T_\Delta}), \quad (3.3.12)$$

где $\bar{\omega} = \omega T_\Delta$ – безразмерная частота.

Из данного выражения следует, что если значения АЧХ непрерывной системы за пределами полосы частот $-\pi/T_\Delta \leq \omega \leq \pi/T_\Delta$ пренебрежимо малы ($|H(j\omega)| < \varepsilon$), то частотные свойства дискретного эквивалента с высокой степенью совпадают с частотными свойствами непрерывной системы.

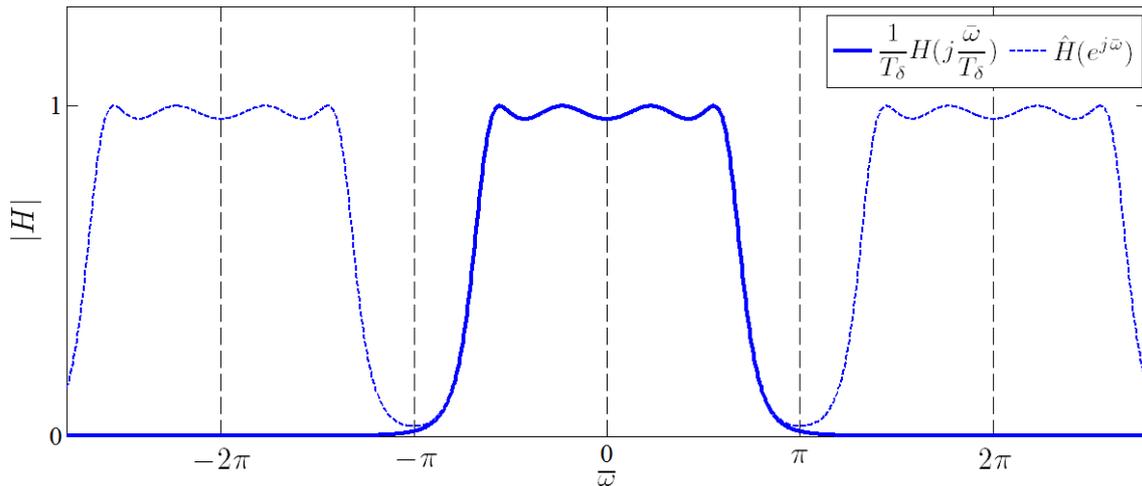


Рис. 3.1. Частотная характеристика дискретного эквивалента

3.3.2 Метод Рагазини-Бергена

В основу данного метода положена линейная интерполяция входного сигнала с помощью интерполирующего фильтра с импульсной характеристикой вида:

$$\hat{h}(t) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{T_\delta}, & |t| \leq T_\delta \\ 0, & |t| > T_\delta \end{cases}. \quad (3.3.13)$$

Пусть входной сигнал является линейной функцией:

$$x(t) = \begin{cases} t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}.$$

Интерполяция её по дискретным точкам $x[n] = nT_\delta$, $n \geq 0$ с помощью интерполирующего фильтра с импульсной характеристикой (3.3.13) осуществляется точно. Изображения входного сигнала в смысле преобразования Лапласа и z-преобразования соответственно равны:

$$X(s) = L\{x(t)\} = \frac{1}{s^2}, \quad X(z) = Z\{x[n]\} = \frac{zT_\delta}{(1-z)^2}.$$

Изображение по Лапласу выходного сигнала в этом случае имеет вид:

$$Y(s) = \frac{1}{s^2} H(s) = \frac{1}{s^2} \frac{\sum_{k=0}^M b_k s^k}{\sum_{k=0}^L b_k s^k},$$

где $H(s)$ – передаточная функция непрерывной системы.

При известных полюсах p_k ($k = \overline{1, K}$) передаточной функции $H(s)$ общий вид выходного сигнала $y(t)$ будет определяться формулой (3.3.6),

если число нулевых полюсов в ней положить на два больше (за счёт множителя $1/s^2$), то есть:

$$y(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{r=0}^{R_k''-1} C_{kr}'' \frac{t^r}{r!} e^{p_k t} \sigma(t), \quad (3.3.14)$$

где

$$R_k'' = \begin{cases} R_k + 2, & p_k = 0 \\ R_k & p_k \neq 0 \end{cases}, \quad \sum_{k=1}^K R_k'' = L + 2;$$

$$C_{kr}'' = \frac{1}{(R_k'' - r - 1)!} \left. \frac{d^{(R_k'' - r - 1)}}{ds^{(R_k'' - r - 1)}} H(s) (s - p_k)^{R_k''} \right|_{s=p_k}. \quad (3.3.15)$$

Передаточная функция дискретного эквивалента равна отношению z-преобразования последовательности $y[n] = y(nT_\Delta)$ к z-преобразованию входной последовательности $X(z)$. Поскольку z-преобразование $y[n]$ даётся формулой (3.3.9) при $R_k = R_k''$ и $C_{kr} = C_{kr}''$, то передаточная функция дискретного эквивалента будет описываться выражением:

$$\hat{H}(z) = \sum_{k=1}^K \sum_{r=0}^{R_k''-1} C_{kr}'' \frac{T_\Delta^{r-1}}{r!} (1-z)^2 \frac{(-1)^r e^{rq_k}}{(z - e^{q_k})^{r+1}}. \quad (3.3.16)$$

Дальнейшие действия по вычислению коэффициентов разностного уравнения совпадают с методом инвариантного преобразования импульсной характеристики.

Метод Рагаззини-Бергена, по видимому, обладает большей точностью аппроксимации непрерывной системы, чем метод инвариантного преобразования импульсной характеристики, поскольку в нём используется линейная интерполяция, которая является более точной, чем интерполяция с помощью δ -функций.

3.4 Моделирование узкополосных линейных систем

Рассмотренные в разделе 3.3 алгоритмы позволяют находить мгновенные значения сигнала на выходе линейной динамической системы по известным мгновенным значениям сигнала на входе и удобны для применения при моделировании преобразования низкочастотных сигналов (видеотрактов радиоустройств, следящих систем и т. д.). При моделировании высокочастотных сигналов применение рассмотренных алгоритмов связано с большим объёмом вычислений. Для обеспечения требуемой точности при дискретном представлении быстро осциллирующих функций нужно выбирать очень малый шаг дискретизации, который часто во много раз меньше времени наблюдения процессов в моделируемой системе, что приводит к необходимости формирования очень большого числа дискретных значений процессов.

При моделировании узкополосных высокочастотных сигналов обычно интересуются не мгновенными значениями сигнала на выходе системы, а мгновенными значениями его медленно меняющихся параметров – огибающей и фазы (т. е. мгновенными значениями его комплексной огибающей).

Пусть имеется узкополосная линейная непрерывная система с импульсной характеристикой $h(t)$ и частотной характеристикой $H(j\omega)$, на вход которой воздействует сигнал $x(t)$, имеющий спектр $X(\omega)$. Сигнал $y(t)$ на выходе системы определяется свёрткой (3.2.10), а его спектр:

$$Y(\omega) = H(j\omega) X(\omega). \quad (3.4.1)$$

Спектры сигналов $\tilde{x}(t)$, $\tilde{h}(t)$ и $\tilde{y}(t)$, которые являются аналитическими сигналами для $x(t)$, $h(t)$ и $y(t)$ соответственно, имеют вид:

$$\begin{aligned} Z_X(\omega) &= 2X(\omega)\sigma(\omega), \\ Z_H(j\omega) &= 2H(j\omega)\sigma(\omega), \\ Z_Y(\omega) &= 2Y(\omega)\sigma(\omega), \end{aligned} \quad (3.4.2)$$

и, исходя из (3.4.1), связаны выражением:

$$Z_Y(\omega) = \frac{1}{2} Z_H(j\omega) Z_X(\omega). \quad (3.4.3)$$

Из свойств преобразования Фурье из (3.4.3) следует:

$$\tilde{y}(t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\tau) \tilde{x}(t-\tau) d\tau. \quad (3.4.4)$$

Аналитические сигналы можно представить с помощью комплексных огибающих подобно (2.1.10), выбрав несущую частоту ω_0 в окрестности центральной частоты коэффициента передачи узкополосной системы:

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= \tilde{X}(t) e^{j\omega_0 t}, \\ \tilde{h}(t) &= \tilde{H}(t) e^{j\omega_0 t}, \\ \tilde{y}(t) &= \tilde{Y}(t) e^{j\omega_0 t}. \end{aligned} \quad (3.4.5)$$

При этом спектры комплексных огибающих будут равны спектрам аналитических сигналов, сдвинутых по оси частот на величину ω_0 :

$$\begin{aligned} \tilde{X}(\omega) &= Z_X(\omega + \omega_0) = 2X(\omega + \omega_0)\sigma(\omega + \omega_0), \\ \tilde{H}(j\omega) &= Z_H(j\omega + j\omega_0) = 2H(j\omega + j\omega_0)\sigma(\omega + \omega_0), \\ \tilde{Y}(\omega) &= Z_Y(\omega + \omega_0) = 2Y(\omega + \omega_0)\sigma(\omega + \omega_0). \end{aligned} \quad (3.4.6)$$

При подстановке (3.4.5) и (3.4.6) в (3.4.4) получается следующее представление аналитического сигнала на выходе системы:

$$z_y(t) = \tilde{Y}(t) e^{j\omega_0 t} = \frac{1}{2} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}(j\omega - j\omega_0) \tilde{X}(\omega - \omega_0) e^{j\omega t} d\omega.$$

Введение замены переменных $\xi = \omega - \omega_0$ приводит к выражению:

$$z_y(t) = \tilde{Y}(t) e^{j\omega_0 t} = \frac{1}{2} \frac{e^{j\omega_0 t}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}(j\xi) \tilde{X}(\xi) e^{j\xi t} d\xi. \quad (3.4.7)$$

В полученном выражении (3.4.7) интеграл представляет обратное преобразование Фурье произведения спектров комплексных огибающих импульсной характеристики и входного сигнала. Тогда в соответствии со свойствами преобразования Фурье выражение (3.4.7) можно преобразовать к виду:

$$\tilde{Y}(t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}(\tau) \tilde{X}(t-\tau) d\tau. \quad (3.4.8)$$

Таким образом, узкополосную систему можно заменить эквивалентной низкочастотной системой с комплексной импульсной характеристикой $\tilde{H}(t)$, которая является комплексной огибающей импульсной характеристики $h(t)$ исследуемой узкополосной системы с центральной частотой коэффициента передачи ω_0 .

Для моделирования преобразования комплексной огибающей входного сигнала эквивалентной низкочастотной системой могут быть непосредственно применены рассмотренный в разделах 3.2 и 3.3 методы дискретизации свёртки и разностных уравнений. При этом для последовательности комплексной огибающей выходного сигнала $\tilde{Y}[n] = \tilde{Y}(nT_\delta)$ получаются выражения, аналогичные (3.2.11) и (3.3.11), в котором значения параметров и переменных являются комплексными:

$$\tilde{Y}[n] \approx \tilde{Y}'[n] = \sum_{k=0}^n \tilde{X}[k] \tilde{H}[k, n-k] c[n-k], \quad (3.4.9)$$

$$\tilde{Y}[n] = \sum_{k=0}^{\hat{M}} \tilde{B}_k \tilde{X}[n-k] - \sum_{k=1}^L \tilde{A}_k \tilde{Y}[n-k], \quad (3.4.10)$$

где $\tilde{X}[n] = \tilde{X}(nT_\delta)$ – последовательность комплексной огибающей входного сигнала; $\tilde{H}[n] = \tilde{H}(nT_\delta)$ – последовательность комплексной импульсной характеристики эквивалентной системы; $c[k]$ – последовательность весовых коэффициентов, которая определяется выбором метода численного интегрирования; \tilde{A}_k и \tilde{B}_k – комплексные числа; $\hat{M} < L$.

3.5 Моделирование нелинейных систем

Методы, применяемые для моделирования нелинейных систем, зависят от свойств нелинейных систем. Прежде всего нелинейные системы можно разделить на два больших класса: безынерционные (без памяти) и

инерционные (с памятью). Инерционные нелинейные системы, в свою очередь, могут быть также подразделены на две группы: системы, которые могут быть представлены в виде комбинации линейных инерционных звеньев и нелинейных безынерционных звеньев (функциональные системы), и системы, которые не являются таковыми (нефункциональные системы). Функциональные системы могут содержать или не содержать нелинейное звено в цепи обратной связи. В зависимости от этого функциональные системы подразделяют на замкнутые и незамкнутые системы соответственно.

Моделирование безынерционных нелинейных систем

Моделирование нелинейных безынерционных звеньев осуществляется путём нелинейного функционального преобразования входного сигнала в соответствии с характеристикой нелинейности звена $y = f(x)$, имеющего для непрерывных и дискретных систем соответствующий вид:

$$\begin{aligned} y(t) &= f(x(t)), \\ y[n] &= f(x[n]). \end{aligned}$$

При моделировании на ЦВМ непрерывная система заменяется дискретной с такой же характеристикой нелинейного звена.

Способы нелинейных преобразований входной величины в выходную величину, используемые для имитации нелинейных звеньев, зависят от того, в какой форме задана характеристика нелинейности. Если характеристика нелинейности $y = f(x)$ задана в виде аналитического выражения, то преобразование осуществляется путём вычисления по формуле. Если функция нелинейности задана таблицей, то и преобразование производится путём выборки из таблиц с использованием интерполяции.

Моделирование незамкнутых инерционных нелинейных систем

Незамкнутые инерционные нелинейные системы образуются последовательным соединением линейных инерционных и нелинейных безынерционных звеньев, как представлено на рис. 3.2.

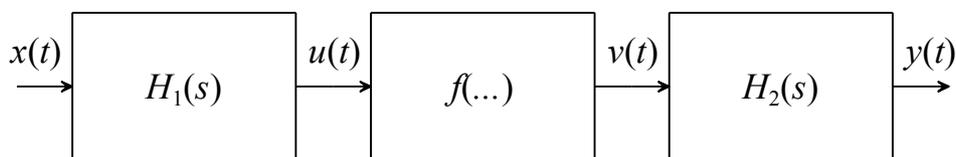


Рис. 3.2. Типовая структура незамкнутой функциональной системы

Моделирование незамкнутых функциональных нелинейных систем осуществляется путём выполнения последовательного преобразования входного сигнала линейными и нелинейными звеньями. Моделирование этих преобразований осуществляется на основе рассмотренных ранее методов.

Моделирование замкнутых инерционных нелинейных систем

Моделирование замкнутых функциональных нелинейных звеньев является более сложной задачей. Типичная структура замкнутой нелинейной системы (а) и её дискретного аналога (б) приведены на рис. 3.3.

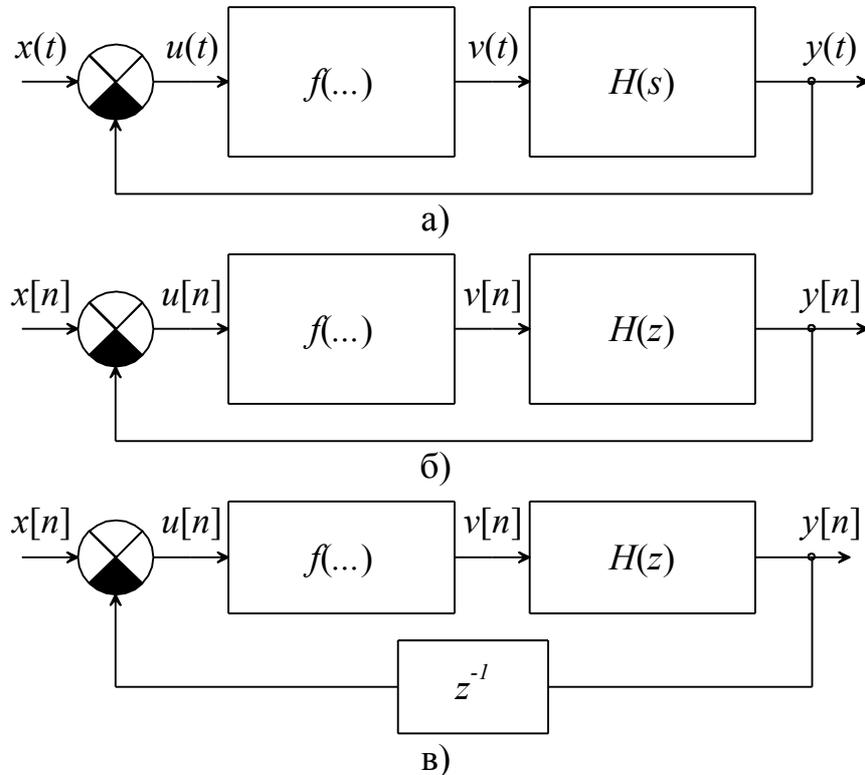


Рис. 3.3. Типовая структура замкнутой функциональной системы

Значения дискретных последовательностей в характерных точках системы задаются выражениями:

$$\begin{aligned} u[n] &= x[n] - y[n], \\ v[n] &= f(u[n]) = f(x[n] - y[n]), \\ y[n] &= \hat{b}_{\hat{M}} v[n - \hat{M}] + \dots + \hat{b}_0 v[n] - \hat{a}_L y[n - L] - \dots - \hat{a}_1 y[n - 1], \end{aligned} \quad (3.5.1)$$

где $\hat{a}_N, \dots, \hat{a}_0, \hat{b}_m, \dots, b_0$ – коэффициенты разностного уравнения дискретного аналога линейного непрерывного звена.

Поскольку основной задачей при моделировании является вычисление текущего значения выходного процесса $y[n]$, можно сгруппировать в левой части уравнения системы (3.5.1) все сигналы, зависящие от $y[n]$, а в правой – все сигналы, значения которых в момент времени n известны:

$$\begin{aligned} & \hat{y}[n] - \hat{b}_0 f(x[n] - y[n]) = \\ & = \hat{b}_m v[n - \hat{M}] + \dots + \hat{b}_1 v[n - 1] - \hat{a}_N y[n - N] - \dots - \hat{a}_1 y[n - 1] = \xi[n]. \end{aligned} \quad (3.5.2)$$

Таким образом, для определения текущего значения выходной последовательности необходимо на каждом шаге моделирования решать нелинейное алгебраическое уравнение.

Необходимость решения нелинейных уравнений усложняет модели замкнутых нелинейных систем по сравнению с моделями разомкнутых нелинейных систем. Это затруднение легко обойти, если в цепь обратной связи эквивалентной дискретной системы ввести дополнительно элемент задержки на один дискрет времени (рис. 3.3 в). При этом нелинейное уравнение (3.5.2) преобразуется в линейное, и модель замкнутой нелинейной системы оказывается почти столь же простой, как и модель разомкнутой системы:

$$\hat{y}[n] = \xi[n] + \hat{b}_0 f(x[n-1] - y[n-1]). \quad (3.5.3)$$

Следует заметить, что введение элемента запаздывания вносит дополнительную погрешность в цифровую модель. Однако при достаточно малом шаге дискретизации влияние этой погрешности практически незначительно. При $T_\delta \rightarrow 0$ эквивалентная дискретная система с элементом задержки (рис. 3.3в) так же, как и эквивалентная дискретная система без элемента задержки (рис. 3.3б), совпадает с исходной непрерывной системой (рис. 3.3а).

В настоящее время не представляется возможным дать единые рекомендации для выбора шага дискретизации T_δ , при котором можно пренебречь влиянием элемента запаздывания на величину погрешности моделирования. Это обусловлено как большим разнообразием нелинейных систем, так и недостаточной изученностью рассматриваемого вопроса. Опыт моделирования замкнутых нелинейных систем радиоавтоматики (следающих координаторов), содержащих один нелинейный элемент с характеристикой нелинейности в виде дискриминационной кривой, показал, что влияние элемента запаздывания практически не ощущается при $T_\delta \leq T_s/10$, где T_s – постоянная времени замкнутой следающей системы в линейном режиме. Это соотношение, по-видимому, можно использовать для ориентировочного выбора шага дискретизации и при моделировании других замкнутых нелинейных систем.

Моделирование нефункциональных нелинейных систем

Нефункциональные системы являются самым сложным для моделирования нелинейными системами. В общем случае моделирование нефункциональных систем осуществляется путём применения алгоритмов численного решения системы нелинейных дифференциальных уравнений. Наиболее известным методом численного решения нелинейных дифференциальных уравнений является метод Рунге-Кутты.

Пусть задана система нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{d \mathbf{x}}{dt} = f(t, \mathbf{x}), \quad (3.5.4)$$

где $\mathbf{x}(t)$ – N -мерный вектор (вектор-функция).

Значения неизвестной вектор-функции $\mathbf{x}(t)$ в дискретных точках $t_n = nT_\delta$ по методу Рунге-Кутты вычисляются рекуррентно:

$$\mathbf{x}[n+1] = \mathbf{x}[n] + \frac{T_\delta}{6} (\mathbf{k}_0 + 2\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3), \quad (3.5.5)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_0 &= f(nT_\delta, \mathbf{x}[n]), \\ \mathbf{k}_1 &= f\left(\left(n + \frac{1}{2}\right)T_\delta, \mathbf{x}[n] + \frac{1}{2}\mathbf{k}_0\right), \\ \mathbf{k}_2 &= f\left(\left(n + \frac{1}{2}\right)T_\delta, \mathbf{x}[n] + \frac{1}{2}\mathbf{k}_1\right), \\ \mathbf{k}_3 &= f\left((n+1)T_\delta, \mathbf{x}[n] + \mathbf{k}_2\right). \end{aligned} \quad (3.5.6)$$

Если нелинейная динамическая система описывается одним или несколькими дифференциальными уравнениями порядка выше первого, то для использования алгоритма Рунге-Кутты (3.5.5), (3.5.6) требуется свести уравнения высших порядков к системе уравнений первого порядка.

Дискретная аппроксимация по методу Рунге-Кутты применима, конечно, и для других классов нелинейных систем. Однако этот метод, как и другие стандартные методы численного интегрирования, при той же точности по объёму вычислений обычно менее эффективен, чем рассмотренные выше методы цифрового моделирования. К тому же стандартные методы не обладают той физической наглядностью, какую имеют методы дискретной аппроксимации по принципу замены непрерывных систем дискретными системами.

3.6 Выбор частоты дискретизации для моделирования нелинейных систем

При моделировании следует помнить, что нелинейное преобразование сигналов приводит к изменению ширины спектра сигнала на выходе системы по сравнению с шириной спектра сигнала на входе. Как правило, такое изменение происходит в сторону увеличения ширины спектра сигнала. Поэтому при наличии в радиотехнической системе нелинейных звеньев необходимо так выбирать частоту дискретизации, чтобы отмеченное увеличение ширины спектра не приводило к нарушению условий теоремы Котельникова.

Характеристика преобразования нелинейного звена может быть приближённо представлена усечённым рядом Тейлора:

$$y = f(x) \approx \sum_{n=0}^N a_n x^n \quad (3.6.1)$$

где a_n – вещественные коэффициенты.

Пусть сигнал $x(t)$ имеет спектр $X(\omega)$, который отличен от нуля только в полосе частот $\pm\Delta\omega/2$. Спектр сигнала на выходе нелинейного преобразования (3.6.1) будет иметь вид:

$$Y(\omega) = a_0\delta(\omega) + \sum_{n=1}^N X(\omega) *^{n-1} X(\omega), \quad (3.6.2)$$

где символ $*^{n-1}$ обозначает операцию свёртки вложенности $(n-1)$:

$$\begin{aligned} X(\omega) *^{n-1} X(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega - \sum_{k=1}^{n-1} \omega_k) \prod_{k=1}^{n-1} [X(\omega_k) d\omega_k] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega_1) \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega_2) \dots \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega_{n-1}) X(\omega - \omega_1 - \omega_2 - \dots - \omega_{n-1}) d\omega_{n-1} \dots d\omega_2 d\omega_1 \end{aligned} \quad (3.6.3)$$

Из (3.6.3) следует, что сигнал $x^n(t)$ будет занимать полосу частот $\pm n\Delta\omega/2$, т. е. ширина спектра $Y(\omega)$ на выходе нелинейного звена, имеющего характеристику (3.6.1), будет определяться наивысшей степенью полинома N . Тогда в соответствии с теоремой Котельникова частота дискретизации сигнала при моделировании нелинейного преобразования должна быть больше $2N\Delta\omega$. Тем не менее пренебрежимо малое влияние эффектов наложения спектров может быть обеспечено и при меньших частотах дискретизации. Во-первых, для большинства нелинейных систем значения коэффициентов a_n быстро уменьшаются с ростом n . Во-вторых, энергия спектра сигнала $x^n(t)$ неравномерно распределена в полосе частот $\pm n\Delta\omega/2$. Как правило, она сосредоточена в области нулевых частот и быстро уменьшается при приближении к границам занимаемой полосы частот. Вследствие этого высокочастотные составляющие спектра, обусловленные высокими степенями преобразования (3.6.1), создают малый вклад в итоговый спектр (3.6.2) и не приводят к большим ошибкам наложения спектров при дискретизации с частотой менее $2N\Delta\omega$.

В настоящее время отсутствует чёткий критерий выбора достаточной частоты дискретизации сигнала при моделировании радиотехнических систем (как нелинейных, так и линейных). Чтобы получить дискретную модель сложной непрерывной системы, обладающую требуемой точностью, практически можно использовать следующий довольно эффективный приём. Сначала шаг дискретизации выбирается ориентировочно. Окончательно шаг дискретизации выбирается при реализации цифровой модели на ЦВМ путём проведения нескольких пробных решений задачи для различных последовательно уменьшающихся, например в два раза, значений шага дискретизации, начиная с выбранного значения шага и кончая тем значением шага, когда результаты решения практически перестают изменяться. Разница в результатах решения при выбранном и при минимальном шагах дискретизации дает величину погрешности дискретной аппроксимации.

В некоторых случаях оценку погрешности цифрового моделирования удобно производить путём сравнения результатов при выбранном шаге дискретизации с результатами аналитического решения задачи, если это решение нетрудно получить при некоторых упрощающих условиях.

3.7 Контрольные вопросы

1. Приведите классификацию радиотехнических систем с точки зрения подходов к моделированию.
2. Какие положения лежат в основе моделирования радиотехнических систем?
3. На чём основано моделирование линейных систем методом свёртки? Для каких видов систем данный метод может применяться?
4. Как находят параметры дискретной модели линейной системы при использовании метода свёртки?
5. В чём состоит метод разностных уравнений? Для каких видов систем данный метод может применяться?
6. В чём состоит метод инвариантного преобразования импульсной характеристики? Как в данном методе находятся параметры дискретного эквивалента непрерывной системы?
7. В чём состоит метод Раггзини-Бергена? Как в данном методе находятся параметры дискретного эквивалента непрерывной системы?
8. Изложите суть метода комплексной огибающей для моделирования узкополосных радиотехнических систем? Как получают характеристики низкочастотного эквивалента РТС?
9. Какие подходы используют при моделировании различных классов нелинейных радиотехнических систем?
10. Каким образом следует выбирать частоту дискретизации при моделировании линейных и нелинейных систем?

РАЗДЕЛ 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИОКАНАЛОВ

Радиоканал в широком смысле, как указано в разделе 1.3, представляет совокупность средств, обеспечивающих в пределах радиосистемы решение определённой задачи по передаче и извлечению информации с помощью радиосигналов. В более узком смысле радиоканалом называют некоторую среду передачи сигналов между двумя точками в структурной схеме радиотехнической системы без учёта внутренней структуры этой среды. Наиболее часто в данном смысле рассматривается физическая среда, в которой осуществляется распространение сигналов РТС.

Радиотехнические системы могут использовать различные физические среды. Передача сигналов может осуществляться с помощью радиоволн, распространяющихся в атмосфере, по проводным, волноводным или оптическим линиям.

Различные открытые каналы могут существенно отличаться по своим свойствам. Распространение радиоволн в среде может происходить почти свободно. Такие условия характерны, например, для линий связи между космическими спутниковыми ретрансляторами и направленных линий связи в условиях прямой видимости. С другой стороны, при распространении радиоволн могут быть сильно выражены эффекты отражения, дифракции, рассеяния. Так, например, в тропосферных линиях связи наблюдается выраженное рассеяние радиоволн в атмосфере, а для линий мобильной связи в условиях города характерно переотражение волн от объектов застройки. В результате отражений, дифракции и рассеяния радиоволн распространение сигнала от передатчика РТС к приёмнику может происходить по двум или более путям. Данное явление, которое называют многолучевым или многопутевым распространением, наблюдается во многих видах открытых каналов.

4.1 Статистическое моделирование многолучевых радиоканалов

4.1.1 Введение в моделирование многолучевых радиоканалов

В условиях многолучевого распространения сигнал на входе приёмника РТС представляет суперпозицию N сигналов, пришедших в точку приёма по различным путям. Если излучаемый сигнал является узкополосным и при распространении вдоль каждого пути сигнал не претерпевает искажений, то комплексная огибающая сигнала на входе приёмника РТС имеет вид [8]:

$$\tilde{Y}(t) = \sum_{n=1}^N \tilde{a}_n(t) e^{-j\omega_0 \tau_n(t)} \tilde{X}(t - \tau_n(t)), \quad (4.1.1)$$

где $\tilde{a}_n(t)$ – комплексный коэффициент передачи сигнала при его распространении по n -му пути; ω_0 – циклическая частота несущего колебания радиосигнала; $\tau_n(t)$ – задержка распространения сигнала по n -му пути; $\tilde{X}(t)$ – комплексная огибающая излучаемого сигнала.

Многолучевой канал можно рассматривать в качестве линейного преобразования:

$$\tilde{Y}(t) = \int_0^t \tilde{H}(\tau; t) \tilde{X}(t - \tau) d\tau, \quad (4.1.2)$$

где комплексная импульсная характеристика низкочастотного эквивалента радиоканала (далее она называется просто импульсной характеристикой) имеет вид:

$$\tilde{H}(\tau; t) = \sum_{n=1}^N \tilde{a}_n(t) e^{-j\omega_0\tau_n(t)} \delta(\tau - \tau_n(t)). \quad (4.1.3)$$

Канал с импульсной характеристикой вида (4.1.3) является каналом с дискретной многолучевостью. Если распространение сигнала происходит по большому числу путей, задержки распространения по которым не разрешаются, т. е. непрерывно заполняют некоторый интервал времени, то такой канал является каналом с диффузной многолучевостью, а его импульсная характеристика имеет вид:

$$\tilde{H}(\tau; t) = \tilde{a}(\tau; t) e^{-j\omega_0\tau}, \quad (4.1.4)$$

где $\tilde{a}(\tau; t)$ представляет комплексный коэффициент передачи составляющей сигнала, имеющей задержку распространения τ в момент времени t .

Изменение импульсной характеристики канала происходит вследствие изменений коэффициентов передачи и длин отдельных путей в результате движения передатчика и приёмника РТС, а также флуктуаций свойств среды распространения. Второй причиной изменения импульсной характеристики является изменение числа лучей, по которым происходит распространение сигналов между передатчиком и приёмником, вследствие затенения путей элементами среды распространения, например зданиями в городе или горными вершинами в горной местности.

Вследствие изменения импульсной характеристики канала в многолучевом канале имеют место флуктуации амплитуды принимаемого сигнала, называемые замираниями. В соответствии с двумя причинами изменения импульсной характеристики канала замирания принимаемого сигнала принято разделять на мелкомасштабные и крупномасштабные. Мелкомасштабные (small-scale) замирания обусловлены флуктуациями амплитуд и задержек сигналов, распространяющихся по разным путям, и представляют изменения мощности принимаемого сигнала относительно постоянной средней мощности. Крупномасштабные (large-scale) замирания

возникают вследствие существенного изменения конфигурации и количества путей распространения сигнала от передатчика РТС к приёмнику и представляют изменения средней мощности принимаемого сигнала с течением времени. Крупномасштабные замирания обычно являются медленно меняющимися во времени, а мелкомасштабные замирания – быстрыми. С учётом данных свойств крупномасштабных и мелкомасштабных замираний комплексная импульсная характеристика многолучевого радиоканала может быть представлена в виде [6]:

$$\tilde{H}(t, \tau) = \tilde{s}(t) \cdot \tilde{c}(t, \tau), \quad (4.1.5)$$

где $\tilde{s}(t)$ – составляющая импульсной характеристики, обусловленная медленными замираниями; $\tilde{c}(t, \tau)$ – составляющая импульсной характеристики, обусловленная быстрыми замираниями.

При моделировании работы РТС на малых интервалах времени можно воспользоваться квазистатическим подходом, пренебрегая медленными замираниями результирующего сигнала.

4.1.2 Моделирование медленных замираний

Значение средней мощности сигнала, выраженной в логарифмическом масштабе, в расчётах радиолиний принято определять следующим образом [6]:

$$P_n = P_u + G_u + G_n - L_p,$$

где P_u – мощность излучаемого сигнала, выраженная в дБ/мВт; G_u – коэффициент усиления излучающей антенны в направлении приёмной антенны, выраженный в дБ; G_n – коэффициент усиления приёмной антенны в направлении излучающей антенны, выраженный в дБ; L_p – потери мощности сигнала при распространении, выраженные в дБ.

При статистическом моделировании потери мощности сигнала при распространении разделяют на регулярную составляющую, зависящую от расстояния между передатчиком и приёмником и постоянных параметров радиолинии, и статистическую составляющую, обусловленную медленными замираниями. Регулярная составляющая обычно представляется в виде:

$$L_p = \alpha + \beta \log_{10}(R), [\text{дБ}], \quad (4.1.6)$$

где R – расстояние между передатчиком и приёмником РТС, выраженное в км; α и β – некоторые константы, определяемые моделью.

Значения параметров α и β определяются путём обработки результатов экспериментальных измерений мощности принимаемого сигнала для заданного типа радиотехнической системы. В настоящее время существует много разнообразных эмпирических моделей, позволяющих выполнить оценки регулярной составляющей ослабления сигнала в городе применительно для случая высоко поднятой антенны базовой станции и

наземной приёмной антенны подвижного объекта [17]. Одной из первых известных эмпирических моделей является модель Хата [18], полученная на основе экспериментальных измерений Окамура, проведённых на территории Японии в 1980-х годах. Средние потери мощности сигнала в модели Хата определяются по следующей формуле:

$$L_p = 69.55 + 26.16 \log_{10} f - 13.82 \log_{10} h_b - a(h_n) + (44.9 + 6.55 \log_{10} h_b) \log_{10} R, \quad (4.1.7)$$

$$a(h_n) = (1.1 \log_{10} f - 0.7) h_n - (1.56 \log_{10} f - 0.8),$$

где f – частота излучаемого сигнала в МГц; h_b – эффективная высота установки антенны базовой станции, м; h_n – высота установки антенны приёмной станции, м.

Модель Хата применима при выполнении следующих условий:

- диапазон частот излучаемого сигнала: 150 – 1000 МГц;
- высота установки антенны базовой станции: 30 – 200 м;
- высота антенны приёмной станции над поверхностью Земли: 1 – 10 м;
- расстояние между базовой и приёмной станциями: 1 – 20 км.

Модели регулярной составляющей потерь мощности сигнала при распространении имеют большое значение при территориальном планировании РТС. Для задачи моделирования работы РТС во времени основной интерес представляет статистическая составляющая потерь. На основании накопленных экспериментальных данных установлено, что статистическая составляющая потерь, выраженная в децибелах, хорошо аппроксимируется распределением Гаусса с нулевым математическим ожиданием. Таким образом, медленные замирания представляют собой случайный процесс с логарифмически нормальным распределением:

$$w(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_s^2}} \exp\left[-\frac{(\log_{10} s - m_s)^2}{2\sigma_s^2}\right], \quad (4.1.8)$$

где m_s – математическое ожидание медленных замираний ($m_s=0$); σ_s – стандартное отклонение медленных замираний.

Значение стандартного отклонения медленных замираний принимает различные значения в зависимости от модели регулярной составляющей потерь. В модели Хата стандартное отклонение медленных замираний составляет около 8 дБ.

4.1.3 Моделирование быстрых замираний

При большом общем числе путей распространения сигнала всегда найдётся непустое множество путей, имеющих одинаковые длины. Сигналы, распространяющиеся по данным путям, невозможно разделить во времени. Совокупность таких путей образует единый луч, характеризуемый общим значением задержки. В настоящее время существует несколько моделей изменения коэффициента передачи одного

луча, которые отличаются условиями применения. Наиболее общей моделью является модель Кларка [6, 8].

В модели предполагается, что приёмник сигнала перемещается на плоскости со скоростью V , а передатчик является неподвижным, излучает немодулированное гармоническое колебание с частотой ω_0 . Сигнал на выходе антенны приёмника, представляет собой сумму большого числа сигналов с различными азимутальными углами прихода, произвольными фазами, одинаковыми средними значениями амплитуд, приходящими в точку приёмника в одно и то же время. Предполагается, что сигнал прямой видимости отсутствует.

Угол азимута α прихода одного радиосигнала измеряется относительно направления движения приёмника. Каждый сигнал испытывает доплеровское смещение, обусловленное радиальной скоростью перемещения приёмника вдоль пути прихода сигнала. Для сигнала с номером n путь прихода имеет азимут α_n , а доплеровское смещение составляет: $\omega_{dn} = \omega_0 V \cos(\alpha_n) / c$. Суммарный сигнал, образующийся в результате суперпозиции всех парциальных сигналов, будет равен:

$$y(t) = y_0 \sum_{n=1}^N A_n \cos[(\omega_0 + \omega_{dn})t + \theta_n], \quad (4.1.9)$$

где y_0 – среднее значение амплитуды суммарного сигнала, которое имеет постоянную величину; A_n – вещественные независимые случайные амплитуды парциальных сигналов; θ_n – фазы парциальных сигналов, которые предполагаются независимыми и равномерно распределёнными в интервале $[0, 2\pi]$ случайными величинами. Амплитуды парциальных сигналов предполагаются нормированными таким образом, что сумма математических ожиданий равна единице:

$$\sum_{n=1}^N M[A_n^2] = 1.$$

Так как доплеровские смещения частот парциальных сигналов невелики по сравнению с несущей частотой, то результирующий сигнал можно рассматривать как узкополосный процесс, синфазная и квадратурная составляющие комплексной огибающей которого определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} Y_C(t) &= y_0 \sum_{n=1}^N A_n \cos[\omega_{dn}t + \theta_n], \\ Y_K(t) &= y_0 \sum_{n=1}^N A_n \sin[\omega_{dn}t + \theta_n]. \end{aligned} \quad (4.1.10)$$

Если полагать, что количество сигналов достаточно велико, средние значения их амплитуд приблизительно одинаковы, а азимутальные углы их

прихода равномерно распределены в интервале $[0, 2\pi]$, то $Y_C(t)$ и $Y_K(t)$ являются узкополосными гауссовскими случайными процессами, независимыми друг от друга в произвольные моменты времени, имеющими нулевые средние значения и одинаковые дисперсии $\sigma^2 = y_0^2/2$.

Огибающая принимаемого сигнала $Y(t) = \sqrt{Y_C^2(t) + Y_K^2(t)}$ имеет плотность распределения вероятности, описываемую распределением Рэлея:

$$w(Y) = \frac{Y}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{Y^2}{2\sigma^2}\right], \quad Y \geq 0. \quad (4.1.11)$$

Фаза сигнала $\Theta(t) = \text{Arctg}[Y_C(t), Y_K(t)]$ принимает значения в интервале $[0, 2\pi]$, а плотность распределения вероятности фазы описывается равномерным распределением:

$$w(\Theta) = \frac{1}{2\pi}, \quad 0 \leq \Theta \leq 2\pi. \quad (4.1.12)$$

Если в многолучевом канале существует сигнал с амплитудой A_0 , который преобладает над другими сигналами (например, прямой или отражённый сигнал), то плотность распределения вероятности огибающей принимаемого сигнала описывается распределением Райса:

$$w(Y) = \frac{Y}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{A_0^2 + Y^2}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\frac{A_0 Y}{\sigma^2}\right), \quad Y \geq 0, \quad (4.1.13)$$

где I_0 – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

Отношение $K = A^2/\sigma^2$ называется коэффициентом Райса и определяется отношением мощностей преобладающего сигнала к мощности рэлеевской многолучевой составляющей сигнала. При $K \gg 1$ канал приобретает регулярный характер, а при $K \ll 1$ – рэлеевский.

Плотность распределения вероятности фазы в канале с райсовскими замираниями имеет вид:

$$w(\Theta) = \frac{e^{-\frac{A_0^2}{2\sigma^2}}}{2\pi} + \frac{A_0 \cos(\Theta) e^{-\frac{A_0^2 \sin^2(\Theta)}{2\sigma^2}}}{2\sigma\sqrt{2\pi}} \times \left[1 + 2 \operatorname{erf}\left(\frac{A_0 \cos(\Theta)}{\sigma}\right) \right], \quad 0 \leq \Theta \leq 2\pi, \quad (4.1.14)$$

где $\operatorname{erf}(x) = 2/\sqrt{\pi} \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi$.

Помимо плотности распределения вероятности амплитуды и фазы принимаемого сигнала, при моделировании канала нужно адекватно имитировать скорость их изменения, которая определяется спектральной плотностью мощности соответствующих величин.

Спектральная плотность мощности (доплеровский спектр) принимаемого сигнала определена на основе модели Кларка в приближении большого числа путей прихода радиосигнала, направления которых равномерно распределены в интервале $[0, 2\pi]$ [8, 21]. В общем виде спектральная плотность мощности сигнала на входе приёмника описывается выражением:

$$S(f(\alpha)) = \frac{G_0 [G(\alpha)p(\alpha) + G(-\alpha)p(-\alpha)]}{f_{\text{dmax}} \sqrt{1 - \left(\frac{f(\alpha) - f_0}{f_{\text{dmax}}}\right)^2}}, \quad 0 \leq \alpha \leq 2\pi, \quad (4.1.15)$$

где α – азимут направления прихода сигнала; G_0 – коэффициент усиления антенны приёмника относительно изотропного излучателя; $G(\alpha)$ – нормированная амплитудная диаграмма направленности антенны приёмника; $p(\alpha)$ – удельная суммарная мощность сигналов приходящих из направления α ; $f_{\text{dmax}} = Vf_0/c$ – максимальный доплеровский сдвиг частоты, обусловленный движением приёмника; f_0 – несущая частота сигнала; $f(\alpha) = f_0[1 + V\cos(\alpha)/c]$ – частота компоненты сигнала, приходящей на антенну приёмника из направления α .

Если антенна приёмника является изотропной $G(\alpha) = 1$ и удельная суммарная мощность сигналов не зависит от направления прихода, то в (4.1.15) исчезает явная зависимость от α и выражение приобретает вид:

$$S(f) = \begin{cases} \frac{P_0}{\pi f_{\text{dmax}} \sqrt{1 - \left(\frac{f - f_0}{f_{\text{dmax}}}\right)^2}} & |f - f_0| \leq f_{\text{dmax}} \\ 0 & |f - f_0| > f_{\text{dmax}} \end{cases}, \quad (4.1.16)$$

где P_0 – суммарная мощность принимаемого сигнала.

График нормированной спектральной плотности мощности принимаемого сигнала, описываемой выражением (4.1.16), представлен на рис. 4.1.

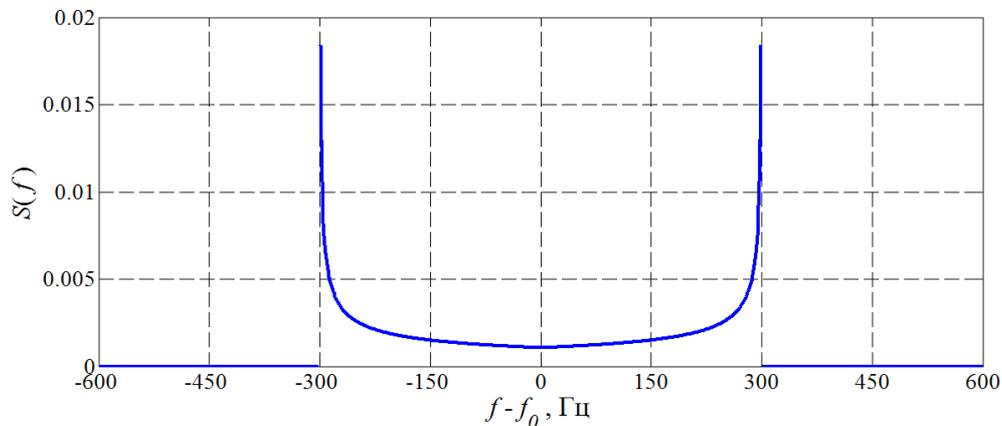


Рис. 4.1. Спектральная плотность мощности сигнала в канале Кларка

Рассмотренная модель Кларка описывает канал, в котором задержки сигналов, достигающих приёмника по различным путям, неразрешимы во времени. Такой канал имеет постоянный в полосе частот сигнала модуль коэффициента передачи и линейную фазовую характеристику, поэтому замирания всех частотных составляющих спектра сигнала происходят синхронно. Такие замирания называются «гладкими».

В канале с гладкими замираниями имеет место только частотное рассеяние сигнала. Если существуют группы путей распространения сигналов, задержки которых разрешаются во времени, то в канале имеет место не только частотное, но и временное рассеяние. При этом модуль коэффициента передачи канала в полосе частот сигнала не является постоянным и замирания частотных составляющих сигнала происходят несинхронно – являются частотно-селективными.

В рамках статистического подхода к моделированию каналов импульсная характеристика канала с частотно-селективными замираниями рассматривается как стационарный в широком смысле (wide-sense stationary – WSS) случайный процесс с автокорреляционной функцией:

$$R_c'(\Delta t, \tau_1, \tau_2) = E[c^*(t, \tau_1)c(t + \Delta t, \tau_2)], \quad (4.1.17)$$

где E – оператор статистического усреднения.

В большинстве радиоканалов эффекты частотного и временного рассеяния можно принять некоррелированными (uncorrelated scattering – US). Автокорреляционная функция импульсной характеристики в канале со стационарным в широком смысле некоррелированным рассеянием (WSSUS) имеет вид [6]:

$$R_c(\Delta t, \tau) = R_c'(\Delta t, \tau, \tau + \Delta \tau)\delta(\Delta \tau) = E[c^*(t, \tau)c(t + \Delta t, \tau)]. \quad (4.1.18)$$

Вместо автокорреляционной функции (4.1.18) чаще применяется результат её преобразования Фурье по переменной Δt :

$$S(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} R_c(\Delta t, \tau) \exp[-j\omega \Delta t] d(\Delta t). \quad (4.1.19)$$

Функция, заданная выражением (4.1.19), одновременно задаёт зависимость средней мощности сигнала на выходе канала от задержки распространения и доплеровского сдвига частоты и называется функцией рассеяния.

На основе функции рассеяния могут быть определены интегральные характеристики временного и частотного рассеяния в канале. Временное рассеяние задаётся профилем задержки мощности [6, 19]:

$$P(\tau) = R_c(0, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega, \tau) d\omega. \quad (4.1.20)$$

Профиль задержки мощности представляет зависимость средней суммарной мощности сигналов, имеющих одинаковую задержку распространения, от величины этой задержки τ . Профиль задержки

мощности определяется путём усреднения результатов экспериментальных измерений в реальном радиоканале [17, 20].

Частотное рассеяние задаётся доплеровским спектром мощности [6]:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega, \tau) d\tau. \quad (4.1.21)$$

4.1.4 Методика имитации каналов с замираниями

Комплексная огибающая сигнала на выходе многолучевого канала описывается выражением (4.1.2). Пусть спектр входного сигнала занимает ограниченную полосу частот шириной $\Delta\omega$. Тогда комплексную огибающую входного сигнала, задержанную на время τ , можно представить рядом Котельникова:

$$\tilde{X}(t-\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{X}(t-kT) \operatorname{sinc}(\Delta\omega(\tau-kT)), \quad (4.1.22)$$

где $T = 1/2\Delta\omega$ – интервал дискретизации; $\operatorname{sinc}(x) = \sin(x)/x$.

С учётом выражения (4.1.22) представление комплексной огибающей сигнала на выходе канала (4.1.2) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} \tilde{Y}(t) &= \int_0^t \tilde{H}(t, \tau) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{X}(t-kT) \operatorname{sinc}(\Delta\omega(\tau-kT)) d\tau = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{X}(t-kT) \int_0^t \tilde{H}(t, \tau) \operatorname{sinc}(\Delta\omega(\tau-kT)) d\tau, \end{aligned}$$

или

$$\tilde{Y}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{g}_k(t) \tilde{X}(t-kT), \quad (4.1.23)$$

где

$$\tilde{g}_k(t) = \int_0^t \tilde{H}(t, \tau) \operatorname{sinc}(\Delta\omega(\tau-kT)) d\tau.$$

Из выражения (4.1.23) следует, что комплексная огибающая на выходе многолучевого канала с импульсной характеристикой может быть получена с помощью многоотводной линии с задержкой между отводами, равной T и коэффициентами усиления в каждом отводе $\tilde{g}_k(t)$. Кроме того, поскольку в реальном канале мощность сигналов убывает с ростом их задержки, а функция sinc быстро убывает с ростом модуля аргумента, значения коэффициентов усиления можно принять равными нулю $\tilde{g}_k(t) = 0$ при $k < 0$ и $k \geq N$, где N – некоторое натуральное число. В результате бесконечная сумма в (4.1.23) может быть заменена конечной:

$$\tilde{Y}(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{g}_k(t) \tilde{X}(t-kT).$$

С учётом разложения импульсной характеристики (4.1.5) на составляющие медленных и быстрых замираний комплексная огибающая сигнала на выходе канала имеет вид:

$$\tilde{Y}(t) = \tilde{s}(t) \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{g}'_k(t) \tilde{X}(t - kT), \quad (4.1.24)$$

где

$$\tilde{g}'_k(t) = \int_0^t \tilde{c}(t, \tau) \text{sinc}(\Delta\omega(\tau - kT)) d\tau \approx T \tilde{c}(t, kT). \quad (4.1.25)$$

Структурная схема модели канала в виде многоотводной линии задержки, соответствующая формуле (4.1.24), представлена на рис 4.2.

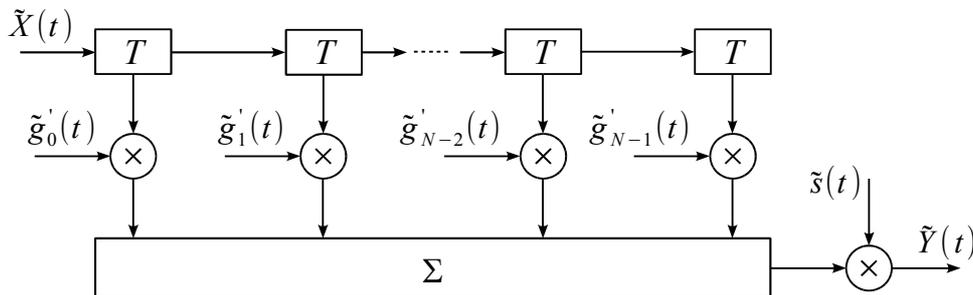


Рис. 4.2. Структурная схема имитатора многолучевого канала

В соответствии с рассмотренной в разделе 4.1.3 моделью Кларка действительные и мнимые части коэффициентов усиления $\tilde{g}'_k(t)$ являются нормальными случайными процессами с нулевым математическим ожиданием. При использовании представления канала со стационарным в широком смысле некоррелированным рассеянием корреляционная функция коэффициентов усиления $\tilde{g}'_k(t)$ равна:

$$R_{kl}(\Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\tilde{c}}(\Delta t, \tau) \text{sinc}(\Delta\omega(\tau - kT)) \text{sinc}(\Delta\omega(\tau - lT)) d\tau. \quad (4.1.26)$$

Наиболее простой случай для моделирования представляет ситуация, в которой коэффициенты усиления $\tilde{g}'_k(t)$ являются некоррелированными, т. е. $R_{kl}(\Delta t) = 0, k \neq l$. Имитация канала в данном случае осуществляется с помощью $2N$ независимых генераторов нормального случайного процесса, по два на каждый коэффициент усиления $\tilde{g}'_k(t)$. Дисперсии соответствующих случайных процессов определяются следующим образом:

$$\sigma_k^2 = \frac{T^2 p(kT)}{2} \quad (4.1.27)$$

где $p(kT)$ – дискретизированный профиль задержки мощности многолучевого канала.

Спектральная плотность мощности случайных процессов $\tilde{g}'_k(t)$ соответствует форме доплеровского спектра совокупности сигналов,

имеющих задержку kT . Формирование случайных процессов с необходимой функцией спектральной плотности мощности осуществляется методами, рассмотренными в разделе 2.4.

Структурная модель формирования коэффициентов усиления $\tilde{g}'_k(t)$ при имитации радиоканала представлена на рис. 4.3.

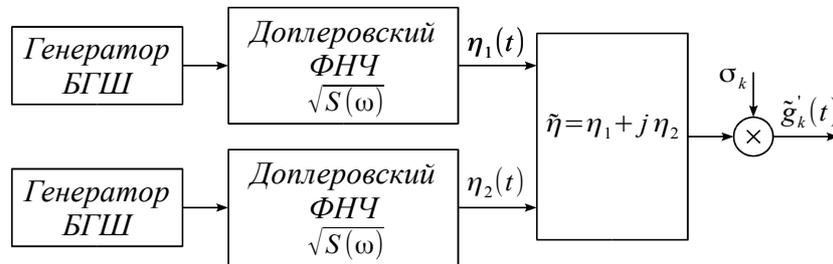


Рис. 4.3. Структурная модель формирования коэффициентов усиления

В случае существования корреляции коэффициентов усиления $\tilde{g}'_k(t)$ канал характеризуется ковариационной матрицей:

$$\mathbf{R}(\Delta t) = \begin{vmatrix} R_{00}(\Delta t) & R_{01}(\Delta t) & \dots & R_{0(N-1)}(\Delta t) \\ R_{10}(\Delta t) & R_{11}(\Delta t) & \dots & R_{1(N-1)}(\Delta t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{(N-1)0}(\Delta t) & R_{(N-1)1}(\Delta t) & \dots & R_{(N-1)(N-1)}(\Delta t) \end{vmatrix}.$$

Формирование случайных процессов с произвольной ковариационной матрицей является чрезвычайно сложной задачей. Относительно простое решение данной задачи существует для случая, когда коэффициенты усиления $\tilde{g}'_k(t)$ имеют одинаковые нормированные спектральные плотности мощности. Функция рассеяния такого канала может быть представлена в виде:

$$S(\omega, \tau) = S(\omega) \cdot p(\tau). \quad (4.1.28)$$

Автокорреляционная функция импульсной характеристики канала, которая является обратным преобразованием Фурье (4.1.28) по переменной ω , также разделяется на две составляющие:

$$R_{\tilde{g}}(\Delta t, \tau) = \rho(\Delta t) \cdot p(\tau), \quad (4.1.29)$$

где

$$\rho(\Delta t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s(\omega) e^{j\omega\Delta t} d\omega.$$

С учётом представления автокорреляционной функции импульсной характеристики канала (4.1.29) функция корреляции коэффициентов усиления (4.1.26) преобразуется к виду:

$$R_{kl}(\Delta t) = \rho(\Delta t) \int_{-\infty}^{\infty} p(\tau) \text{sinc}(\Delta\omega(\tau - kT)) \text{sinc}(\Delta\omega(\tau - lT)) d\tau, \quad (4.1.30)$$

а корреляционная матрица:

$$\mathbf{R}(\Delta t) = \mathbf{R}_0 \rho(\Delta t). \quad (4.1.31)$$

Поскольку профиль задержки мощности является вещественной функцией, матрица \mathbf{R}_0 является вещественной, симметричной ($R_{kl} = R_{lk}$) и положительно определённой.

Формирование совокупности случайных процессов $\tilde{\mathbf{g}}'(t) = (\tilde{g}'_0(t), \dots, \tilde{g}'_{N-1}(t))^T$, ковариационная матрица которых имеет вид (4.1.31), осуществляется путём линейного преобразования:

$$\tilde{\mathbf{g}}'(t) = \mathbf{L} \tilde{\mathbf{z}}(t), \quad (4.1.32)$$

где $\tilde{\mathbf{z}}(t) = (\tilde{z}_0(t), \dots, \tilde{z}_{N-1}(t))^T$ – вектор-функция некоррелированных нормальных случайных процессов, автокорреляционная функция которых равна $\rho(\Delta t)$, а \mathbf{L} – матрица вещественных чисел, отвечающая условию:

$$\mathbf{L}^T \mathbf{L} = \mathbf{R}_0.$$

Для того чтобы матрица \mathbf{R}_0 являлась симметричной и положительно определённой, матрица линейного преобразования \mathbf{L} должна быть треугольной:

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} l_{00} & l_{01} & \dots & l_{0(N-1)} \\ 0 & l_{11} & \dots & l_{1(N-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & l_{(N-1)(N-1)} \end{pmatrix}.$$

Структурная модель формирования совокупности коррелированных коэффициентов усиления $\tilde{\mathbf{g}}'_k(t)$ представлена на рис. 4.4.

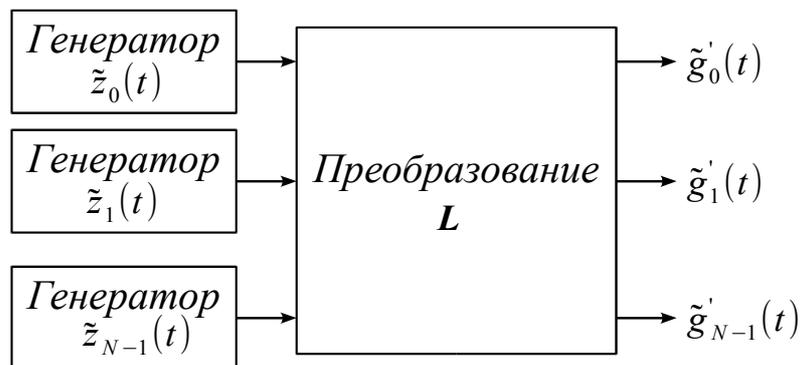


Рис. 4.4. Структурная модель формирования коррелированных коэффициентов усиления

Формирование случайных процессов $\tilde{z}_k(t)$ в представленной модели осуществляется по схеме, приведённой на рис. 4.3.

Форма доплеровского спектра канала зависит от физических свойств среды. Рассмотренная в модели Кларка форма доплеровского спектра (4.1.16) характерна для систем наземной радиосвязи с мобильным приёмником, если направления прихода сигналов являются

равновероятными, а диаграмма направленности антенны в горизонтальной плоскости – изотропной. Данная форма доплеровского спектра называется спектром Джейкса (Jakes) и считается классической.

Автокорреляционная функция, соответствующая нормированному доплеровскому спектру Джейкса, описывается выражением [21]:

$$\rho(\Delta t) = J_0(2\pi f_{\text{dmax}} \Delta t), \quad (4.1.33)$$

где $J_0(x)$ – функция Бесселя первого рода 0-го порядка.

ФНЧ, обеспечивающий формирование случайного процесса с автокорреляционной функцией (4.1.33), имеет импульсную характеристику, заданную следующим выражением:

$$h(t) = \Gamma(3/4) \left(\frac{f_{\text{dmax}}}{\pi|t|} \right)^{1/4} J_{1/4}(2\pi f_{\text{dmax}}|t|), \quad (4.1.34)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} h(t) = \frac{\Gamma(3/4)}{\Gamma(5/4)} \sqrt{f_{\text{dmax}}},$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция.

Дискретная импульсная характеристика реализуемого КИХ-фильтра имеет вид:

$$h[n] = \Gamma(3/4) \left(\frac{f_{\text{dmax}}}{\pi|(n - N/2)T|} \right)^{1/4} \times J_{1/4}(2\pi f_{\text{dmax}}|(n - N/2)T|), \quad 0 \leq n < N. \quad (4.1.35)$$

Если условия равновероятного распределения направлений прихода сигналов не выполняются, как, например, в авиационных и космических каналах связи, или используется направленная антенна приёмника, то доплеровский спектр занимает полосу частот, меньшую чем $2f_{\text{dmax}}$, и в общем случае является асимметричным [21, 22]. Форма асимметричного ограниченного доплеровского спектра комплексной огибающей задаётся выражением:

$$S(f) = \begin{cases} \frac{A}{\pi f_{\text{dmax}} \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_{\text{dmax}}}\right)^2}} & -f_{\text{dmax}} < f_{\text{min}} \leq f \leq f_{\text{max}} < f_{\text{dmax}} \\ 0 & f < f_{\text{min}}, f > f_{\text{max}} \end{cases}, \quad (4.1.36)$$

где A – нормировочный множитель:

$$A = \frac{\pi}{\sin^{-1}\left(\frac{f_{\text{max}}}{f_{\text{dmax}}}\right) - \sin^{-1}\left(\frac{f_{\text{min}}}{f_{\text{dmax}}}\right)}.$$

Соответствующая (4.1.36) автокорреляционная функция имеет вид:

$$\rho(\Delta t) = \frac{A}{\pi} \left[\int_{\sin^{-1}\left(\frac{f_{min}}{f_{\Delta max}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{f_{max}}{f_{\Delta max}}\right)} \cos(2\pi f_{\Delta max} \Delta t \sin \varphi) d\varphi - j \int_{\cos^{-1}\left(\frac{f_{min}}{f_{\Delta max}}\right)}^{\cos^{-1}\left(\frac{f_{max}}{f_{\Delta max}}\right)} \sin(2\pi f_{\Delta max} \Delta t \cos \varphi) d\varphi \right]$$

Получить выражение для импульсной характеристики ФНЧ, обеспечивающего формирование асимметричного ограниченного спектра Джейкса, не представляется возможным. Поэтому значения дискретизированной импульсной характеристики определяют численно путём обратного БПФ от модуля дискретизированной частотной характеристики $|H(f)| = \sqrt{S(f)}$. Получаемая импульсная характеристика доплеровского ФНЧ является комплексной.

Доплеровский спектр в канале мобильной радиосвязи, в котором центры рассеяния изотропно распределены в пространстве относительно приёмника, то есть направления прихода сигналов равномерно распределены по углу места и азимуту, является плоским [23]. Форма плоского доплеровского спектра комплексной огибающей задаётся выражением:

$$S(f) = \begin{cases} \frac{1}{2f_{\Delta max}} & |f| \leq f_{\Delta max} \\ 0 & |f| > f_{\Delta max} \end{cases} \quad (4.1.37)$$

Соответствующая (4.1.37) автокорреляционная функция имеет вид:

$$\rho(\Delta t) = \text{sinc}(2\pi f_{\Delta max} \Delta t)$$

Импульсная характеристика доплеровского ФНЧ, обеспечивающего формирование плоского спектра, описывается формулой:

$$h(t) = \sqrt{2f_{\Delta max}} \text{sinc}(2f_{\Delta max} t), \quad (4.1.38)$$

а соответствующая дискретизированная импульсная характеристика:

$$h[n] = \sqrt{2f_{\Delta max}} \text{sinc}(2f_{\Delta max}(n - N/2)T), \quad 0 \leq n < N \quad (4.1.39)$$

Гауссовской формой доплеровского спектра хорошо описывается поведение многолучевых составляющих сигнала, имеющих большую задержку в системах связи, использующих УВЧ диапазон, а также доплеровский спектр в ВЧ каналах и авиационных ОВЧ каналах [24–26]. Гауссовская форма доплеровского спектра комплексной огибающей задаётся выражением:

Модели стандарта GSM для наземных сетей

В стандарте GSM для адекватного представления типичных условий распространения принято считать достаточными модели с 12 лучами [8, 45]. Однако для облегчения задач моделирования допускается применение упрощенных моделей, содержащих всего шесть лучевых компонент. Для каждой модели стандартом определены две альтернативы, обозначенные в приводимых ниже таблицах цифрами (1) и (2) в соответствующих столбцах. Разные лучевые компоненты могут иметь разные типы и ширину доплеровского спектра. Стандартом GSM определяются два типа доплеровского спектра, рекомендуемые для моделирования радиоканала: классический (КЛАСС), описываемый выражением (4.1.16), и сумма классического спектра и спектра сигнала, пришедшего к приёмнику по кратчайшему пути (РАЙС) [45]:

$$S(f) = \frac{0.41}{2\pi f_{\text{dmax}} \sqrt{1 - \left(\frac{f - f_0}{f_{\text{dmax}}}\right)^2}} + 0.91 \delta(f - 0.7f_{\text{dmax}}), |f| \leq f_{\text{dmax}} \quad (4.1.43)$$

Ниже, в таблицах 4.1 – 4.5, приведены численные значения параметров многолучевых компонент, рекомендуемые стандартом GSM, где τ – задержка относительно первого луча, p – средняя относительная мощность луча.

Таблица 4.1

Модель для сельской местности (6 лучей)

Номер луча	Модель (1)		Модель (2)		Доплеровский спектр
	τ , мкс	p , дБ	τ , мкс	p , дБ	
1	0.0	0.0	0.0	0.0	РАЙС
2	0.1	-4.0	0.2	-2.0	КЛАСС
3	0.2	-8.0	0.4	-10.0	КЛАСС
4	0.3	-12.0	0.6	-20.0	КЛАСС
5	0.4	-16.0	—	—	КЛАСС
6	0.5	-20.0	—	—	КЛАСС

Таблица 4.2

Модель для холмистой местности (12 лучей)

Номер луча	Модель (1)		Модель (2)		Доплеровский спектр
	τ , мкс	p , дБ	τ , мкс	p , дБ	
1	0.0	-10.0	0.0	-10.0	КЛАСС
2	0.1	-8.0	0.2	-8.0	КЛАСС
3	0.3	-6.0	0.4	-6.0	КЛАСС
4	0.5	-4.0	0.6	-4.0	КЛАСС
5	0.7	-0.0	0.8	-0.0	КЛАСС

Окончание таблицы 4.2

Номер луча	Модель (1)		Модель (2)		Доплеровский спектр
	τ , мкс	p , дБ	τ , мкс	p , дБ	
6	1.0	-0.0	2.0	-0.0	КЛАСС
7	1.3	-4.0	2.4	-4.0	КЛАСС
8	15.0	-8.0	15.0	-8.0	КЛАСС
9	15.2	-9.0	15.2	-9.0	КЛАСС
10	15.7	-10.0	15.8	-10.0	КЛАСС
11	17.2	-12.0	17.2	-12.0	КЛАСС
12	20.0	-14.0	20.0	-14.0	КЛАСС

Таблица 4.3,

Модель для холмистой местности (упрощённая, 6 лучей)

Номер луча	Модель (1)		Модель (2)		Доплеровский спектр
	τ , мкс	p , дБ	τ , мкс	p , дБ	
1	0.0	0.0	0.0	0.0	КЛАСС
2	0.1	-1.5	0.2	-2.0	КЛАСС
3	0.3	-4.5	0.4	-4.0	КЛАСС
4	0.5	-7.5	0.6	-7.0	КЛАСС
5	15.0	-8.0	15.0	-6.0	КЛАСС
6	17.2	-17.7	17.2	-12.0	КЛАСС

Таблица 4.4

Модель для городской застройки (12 лучей)

Номер луча	Модель (1)		Модель (2)		Доплеровский спектр
	τ , мкс	p , дБ	τ , мкс	p , дБ	
1	0.0	-4.0	0.0	-4.0	КЛАСС
2	0.1	-3.0	0.2	-3.0	КЛАСС
3	0.3	0.0	0.4	0.0	КЛАСС
4	0.5	-2.6	0.6	-2.0	КЛАСС
5	0.8	-3.0	0.8	-3.0	КЛАСС
6	1.1	-5.0	1.2	-5.0	КЛАСС
7	1.3	-7.0	1.4	-7.0	КЛАСС
8	1.7	-5.0	1.8	-5.0	КЛАСС
9	2.3	-6.5	2.4	-6.0	КЛАСС
10	3.1	-8.6	3.0	-9.0	КЛАСС
11	3.2	-11.0	3.2	-11.0	КЛАСС
12	5.0	-10.0	5.0	-10.0	КЛАСС

Таблица 4.5

Модель для городской застройки (упрощённая, 6 лучей)

Номер луча	Модель (1)		Модель (2)		Доплеровский спектр
	τ , мкс	p , дБ	τ , мкс	p , дБ	
1	0.0	- 3.0	0.0	- 3.0	КЛАСС
2	0.2	0.0	0.2	0.0	КЛАСС
3	0.5	- 2.0	0.6	- 2.0	КЛАСС
4	1.6	- 6.0	1.6	- 6.0	КЛАСС
5	2.3	- 8.0	2.4	- 8.0	КЛАСС
6	5.0	- 10.0	5.0	- 10.0	КЛАСС

Модели Международного союза электросвязи

Модели Международного союза электросвязи (МСЭ) предусматривают три типа условий распространения: внутри зданий, для медленных абонентов (пешеходов) внутри и вне зданий, для транспортных средств (с высокими антеннами базовых станций). Для каждого типа условий определены две модели: модель А для малых расширений задержек и модель В для больших расширений задержек (для наихудшего сценария). Параметры этих моделей приведены в таблицах 4.6–4.8, где τ – задержка относительно первого луча, p – средняя относительная мощность луча [8]. В таблицах указаны также численные значения оценок относительной частоты появления этих моделей в реальных условиях.

Таблица 4.6

Модель МСЭ радиоканалов сотовых систем внутри зданий

Номер луча	Модель А (50%)		Модель Б (45%)		Доплеровский спектр
	τ , нс	p , дБ	τ , нс	p , дБ	
1	0	0.0	0	0.0	равномерный
2	50	- 3.0	100	- 3.6	равномерный
3	110	- 10.0	200	- 7.2	равномерный
4	170	- 18.0	300	- 10.8	равномерный
5	290	- 26.0	500	- 18.0	равномерный
6	310	- 32.0	700	- 25.2	равномерный

Таблица 4.7

Модель МСЭ радиоканалов сотовых систем для пешеходов

Номер луча	Модель А (50%)		Модель Б (45%)		Доплеровский спектр
	τ , нс	p , дБ	τ , нс	p , дБ	
1	0	0.0	0	0.0	классический
2	110	- 9.7	200	- 0.9	классический

Окончание таблицы 4.7

Номер луча	Модель А (50%)		Модель Б (45%)		Доплеровский спектр
	τ , нс	p , дБ	τ , нс	p , дБ	
3	190	-19.2	800	-8.0	классический
4	410	-22.8	1200	-7.8	классический
5	—	—	2300	-18.0	классический
6	—	—	3700	-23.9	классический

Таблица 4.8

Модель МСЭ радиоканалов сотовых систем для транспортных средств

Номер луча	Модель А (50%)		Модель Б (45%)		Доплеровский спектр
	τ , нс	p , дБ	τ , нс	p , дБ	
1	0	0.0	0	-2.5	классический
2	310	-1.0	300	0.0	классический
3	710	-9.0	8900	-12.8	классический
4	1090	-10.0	12900	-10.0	классический
5	1730	-15.0	17100	-25.2	классический
6	2510	-20.0	20000	-16.0	классический

Модели стандартов IEEE 802.11 и HIPERLAN ETSI

В отличие от моделей МСЭ и стандарта GSM, рекомендуемых для сотовых систем, эти модели радиоканалов рекомендуются для широкополосных систем беспроводного доступа, работающих в следующих условиях [8]:

- модель А – для типовых офисных условий, при отсутствии прямого сигнала, при среднеквадратичном значении расширения задержки 50 нс;
- модель В – для типовых офисных условий и открытого пространства, при отсутствии прямого сигнала, при среднеквадратичном значении расширения задержки 100 нс;
- модель С – для большого открытого пространства (внутри и вне помещений), при отсутствии прямого сигнала, при среднеквадратичном значении расширения задержки 150 нс;
- модель D – для большого открытого пространства, присутствует прямой сигнал, среднеквадратичное значение расширения задержки 140 нс;
- модель Е – для типового большого открытого пространства (внутри и вне помещений), при отсутствии прямого сигнала, при среднеквадратичном значении расширения задержки 250 нс.

Параметры лучевых компонент указаны в таблице 4.9. Все лучевые компоненты имеют классический доплеровский спектр за исключением первого луча модели D со спектральной линией прямого луча мощностью 10 дБ.

Таблица 4.9,

Модели радиоканалов стандартов IEEE 802.11 и HIPERLAN

Номер луча	Модель А		Модель В		Модель С		Модель D		Модель Е	
	τ , нс	p , дБ								
1	0	0	0	-2.6	0	-3.3	0	0.0	0	-4.9
2	10	-0.9	10	-3.0	10	-3.6	10	-10.0	10	-5.1
3	20	-1.7	20	-3.5	20	-3.9	20	-10.3	20	-5.2
4	30	-2.6	30	-3.9	30	-4.2	30	-10.6	40	-0.8
5	40	-3.5	50	0	50	0	50	-6.4	70	-1.3
6	50	-4.3	80	-1.3	80	-0.9	80	-7.2	100	-1.9
7	60	-5.2	110	-2.6	110	-1.7	110	-8.1	140	-0.3
8	70	-6.1	140	-3.9	140	-2.6	140	-9.0	190	-1.2
9	80	-6.9	180	-3.4	180	-1.5	180	-7.9	240	-2.1
10	90	-7.8	230	-5.6	230	-3.0	230	-9.4	320	0.0
11	110	-4.7	280	-7.7	280	-4.4	280	-10.8	430	-1.9
12	140	-7.3	330	-9.9	330	-5.9	330	-12.3	560	-2.8
13	170	-9.9	380	-12.1	400	-5.3	400	-11.7	710	-5.4
14	200	-12.5	430	-14.3	490	-7.9	490	-14.3	880	-7.3
15	240	-13.7	490	-15.4	600	-9.4	600	-15.8	1070	-10.6
16	290	-18.0	560	-18.4	730	-13.2	730	-19.6	1280	-13.4
17	340	-22.4	640	-20.7	880	-16.3	880	-22.7	1510	-17.4
18	390	-26.7	830	-24.6	1050	-21.2	1050	-27.6	1760	-20.9

4.2 Детерминированное моделирование многолучевых радиоканалов

Многолучевое распространение в радиоканалах является следствием отражения, преломления, рассеяния и дифракции радиоволн на неоднородностях среды их распространения. Если существует достаточно подробная модель среды распространения, известны положения передатчика и приёмника в данной среде, то, используя модели указанных физических явлений, можно определить пространственную конфигурацию отдельных путей распространения радиоволн и рассчитать параметры сигнала на выходе многолучевого канала. Модели, представляющие описание каналов на основе фундаментальных представлений о

распространении сигналов, а также геометрических и электрических моделей сред, называются детерминированными.

В настоящее время существует большое число разнообразных детерминированных моделей многолучевого распространения сигналов, имеющих различные области применения. Одной из таких моделей является модель многолучевого распространения сигналов над пространственно распределённой радиофизической сценой, основанная на факетном представлении сцены. Под радиофизической сценой здесь понимается совокупность поверхности Земли, естественных и искусственных объектов на поверхности и над ней. Данная модель предназначена для имитации радиосигналов, поступающих на вход приёмника РТС, при моделировании работы РТС с географической привязкой к реальной местности. Авторами учебного пособия предложен ряд оригинальных решений, направленных на внедрение данной модели в имитаторах многолучевых радиоканалов, работающих в реальном масштабе времени. В данном разделе учебного пособия подробно рассматривается указанная детерминированная модель многолучевого распространения сигналов и вопросы создания на её основе имитаторов радиоканалов, работающих в реальном масштабе времени.

4.2.1 Распространение радиоволн над радиофизической сценой

Распространение электромагнитных волн описывается волновым уравнением. Интегральная форма волнового уравнения связывает напряжённость электрического поля электромагнитной волны в любой точке области V с функцией источников электромагнитного излучения, находящихся в данной области, и распределением напряжённости электрического поля на поверхности S , ограничивающей область пространства V [27]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_V \mathbf{F}(\mathbf{r}') \varphi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dV + \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}')}{\partial n} - \mathbf{E}(\mathbf{r}') \frac{\partial \varphi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right] dS, \quad (4.2.1)$$

где $\mathbf{F}(\mathbf{r}')$ – функция распределения источников электромагнитного излучения в области пространства V ; $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$ – распределение напряжённости электрического поля на поверхности S ; $\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \exp[-jk(\mathbf{r} - \mathbf{r}')]/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ – функция Грина; $\partial/\partial n$ – производная по вектору внешней нормали к поверхности S в точке \mathbf{r}' . Среда, заполняющая область V , считается однородной и изотропной.

Интеграл по объёму в формуле (4.2.1) определяет поле источников излучения в рассматриваемой точке при отсутствии влияния поверхности сцены S , т. е. характеризует собой задачу излучения антенны в свободном

пространстве. Величину этого поля можно определить довольно просто при заданном местоположении и параметрах излучающей антенны. Далее это поле считается заданным, обозначается $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ и в дальнейшем изложении не рассматривается.

При распространении электромагнитных волн над радиофизической сценой область V будет с одной стороны ограничена поверхностью сцены, а с другой – полусферой, замыкающей объём V . При стремлении радиуса полусферы к бесконечности интеграл по ней можно отбросить в силу условия излучения [28]. В результате интеграл по поверхности, ограничивающей область V , равен интегралу по поверхности радиофизической сцены и описывает поле, рассеянное радиофизической сценой, в точке наблюдения $\mathbf{E}_n(\mathbf{r})$.

Определение поля, рассеянного радиофизической сценой, затруднено вычислением интеграла по поверхности сцены, которая, как правило, имеет сложную форму. Для решения данной задачи широко применяется метод аппроксимации поверхности радиофизической сцены с помощью facets (рис. 4.6) [29–33].

Поле, рассеянное радиофизической сценой, определяется векторной суммой полей, рассеянных отдельными facets модели радиофизической сцены [27]:

$$\mathbf{E}_n(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^M \mathbf{E}_m(\mathbf{r}), \quad (4.2.2)$$

$$\mathbf{E}_m(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_m} \left[\varphi_m(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \mathbf{E}_m(\mathbf{r}')}{\partial n_m} - \mathbf{E}_m(\mathbf{r}') \frac{\partial \varphi_m(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n_m} \right] dS, \quad (4.2.3)$$

где M – число facets модели радиофизической сцены; S_m – поверхность m -го facets, n_m – нормаль к поверхности m -го facets.

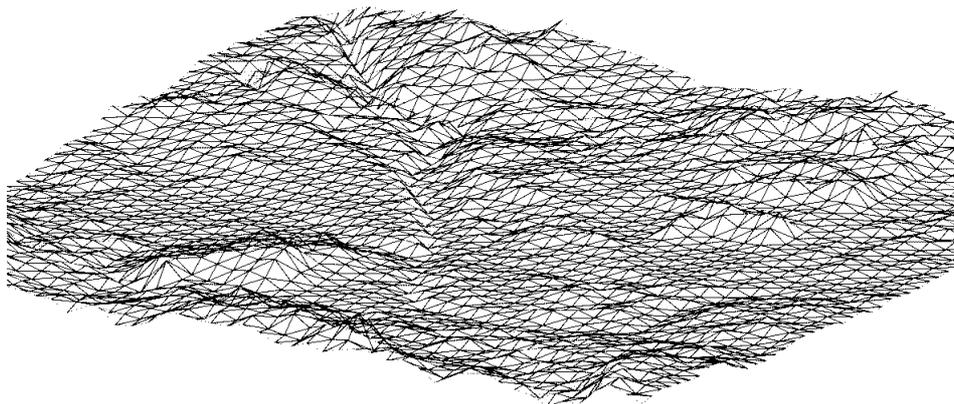


Рис. 4.6. Аппроксимация поверхности радиофизической сцены треугольными facetsами

Распределение напряженности электрического поля и его производной по нормали на поверхности facetsа в выражении (4.2.3) определяется суперпозицией поля излучающей антенны и полей,

рассеянных другими фацетами радиофизической сцены. В общем случае ряд итераций рассеяния бесконечен и поле на поверхности фацета определяется следующим образом:

$$\mathbf{E}_n(\mathbf{r}') = \sum_{q=0}^{\infty} \mathbf{E}_m^{(q)}(\mathbf{r}'), \quad (4.2.4)$$

где $\mathbf{E}_m^{(0)}(\mathbf{r}')$ – поле, создаваемое излучающей антенной; $\mathbf{E}_m^{(q)}(\mathbf{r}')$ ($q > 0$) – поле, определяемое рассеянным полем q -го приближения:

$$\mathbf{E}_m^{(q)}(\mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m}}^M \int_{S_j} \left[\varphi_j(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \frac{\partial \mathbf{E}_j^{(q-1)}(\mathbf{r}'')}{\partial n_j} - \mathbf{E}_j^{(q-1)}(\mathbf{r}'') \frac{\partial \varphi_j(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')}{\partial n_j} \right] dS. \quad (4.2.5)$$

При определении полей каждого приближения необходимо принимать во внимание влияние всей совокупности фацетов радиофизической сцены на процесс распространения рассеянного поля от одного фацета к другому. Иначе говоря, в выражении (4.2.5), определяющем величину поля любого приближения на поверхности m -го фацета, функции Грина должны учитывать лишь те участки поверхности S_j , которые взаимно не затенены друг относительно друга. Такой учёт может быть осуществлён с помощью представления этих функций в виде произведения функции Грина точечного источника в свободном пространстве $\varphi_j^0(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ и функции ослабления $W_j(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$, характеризующей условия распространения волн между точками \mathbf{r}' и \mathbf{r}'' [34]:

$$\varphi_j(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') = W_j(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \varphi_j^0(\mathbf{r}', \mathbf{r}'').$$

Функцию ослабления точки \mathbf{r}'' на поверхности S_j принято определять в приближении геометрической оптики [29]:

$$W_j(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') = \begin{cases} 1, & \mathbf{r}'' \in L^+ \\ 0, & \mathbf{r}'' \notin L^+ \end{cases}, \quad (4.2.6)$$

где L^+ – область поверхности S , не затенённая относительно точки \mathbf{r}' .

Совокупность выражений (4.2.3) – (4.2.6) определяет рассеянное поле m -го фацета с исчерпывающей полнотой, которая на практике не оправдывает себя. Это связано, во-первых, с громоздкими и трудоёмкими расчётами многократных сумм, во-вторых, с резким уменьшением вклада в рассеянное поле составляющих второго и более высоких порядков и, в-третьих, с большой сложностью построения функций ослабления, учитывающих процесс взаимного затенения фацетов радиофизической сцены [27].

С учётом приведённых соображений в дальнейшем поле, рассеянное фацетом радиофизической сцены, рассматривается в приближении однократного рассеяния волны, создаваемой излучающей антенной РТС:

$$\mathbf{E}_m(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_m} W_m(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \left[\varphi_m^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \mathbf{E}_m^{(0)}(\mathbf{r}')}{\partial n_m} - \mathbf{E}_m^{(0)}(\mathbf{r}') \frac{\partial \varphi_m^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n_m} \right] W_m(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) dS, \quad (4.2.7)$$

где $W_m(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0)$ – функция ослабления, характеризующая распространение волны из точки расположения излучателя \mathbf{r}_0 в точку на поверхности m -го facets \mathbf{r}' .

При этом имеется в виду принципиальная возможность учёта приближений рассеяния более высоких порядков.

Несмотря на простую форму facets радиофизической сцены, аналитическое решение (4.2.7) известно только для частного случая, характеризуемого следующими условиями [35, 36]:

– волна, падающая на поверхность facets, является плоской (следовательно, монохроматической);

– точка наблюдения рассеянного поля находится на бесконечном удалении от facets, чтобы фронт рассеянной волны можно было считать сферическим.

Эти условия могут быть выполнены лишь в достаточной мере, условие которой обычно выражают в виде критерия дальней зоны [37, 38].

Падающая на facets волна точечного источника излучения, находящегося от facets на расстоянии R_n , в пределах facets будет являться локально плоской, если размеры facets удовлетворяют условию:

$$l^2 \ll \lambda R_n, \quad (4.2.8)$$

где l – наибольший размер facets, λ – длина волны, излучаемой источником.

Аналогично, фронт рассеянной волны в точке наблюдения, удалённой от facets на расстояние R_n , можно считать сферическим, если размеры facets удовлетворяют условию:

$$l^2 \ll \lambda R_n. \quad (4.2.9)$$

Из условий (4.2.8) и (4.2.9) следует, что размеры facets должны быть малы для адекватной имитации эхо-сигнала радиофизической сцены в УВЧ, СВЧ диапазонах волн. В совокупности с большой площадью облучаемого участка сцены это приводит к тому, что число facets в выражении (4.2.3) оказывается велико. Оценка, проведённая методом численного моделирования, показала, что при имитации эхо-сигнала радиофизической сцены в УВЧ, СВЧ диапазонах волн число facets радиофизической сцены, облучаемых излучателем РТС и не затенённых относительно приёмника РТС, составляет порядка $10^9 \div 10^{10}$ штук.

Аналитическое решение (4.2.7), получаемое при выполнении поставленных условий, устанавливает линейную зависимость между вектором напряжённости электрического поля волны, падающей на facets, и вектором напряжённости поля рассеянной волны в точке наблюдения. При записи решения, как правило, применяется разложение векторов напряжённости падающего и рассеянного полей по компонентам базисных

ортов прямоугольной системы координат (x, y, z) , ось z которой ориентирована по направлению распространения волны.

На практике наиболее широко применяется базис «вертикаль – горизонталь», в котором для падающей волны один из ортов лежит в плоскости падения и перпендикулярен вектору распространения, т. е. представляет собой орт вертикальной поляризации $\mathbf{e}_{пад\ v}$ падающей волны (рис. 4.7). При этом другой орт перпендикулярен плоскости падения и соответствует орту горизонтальной поляризации $\mathbf{e}_{пад\ z}$ [36].

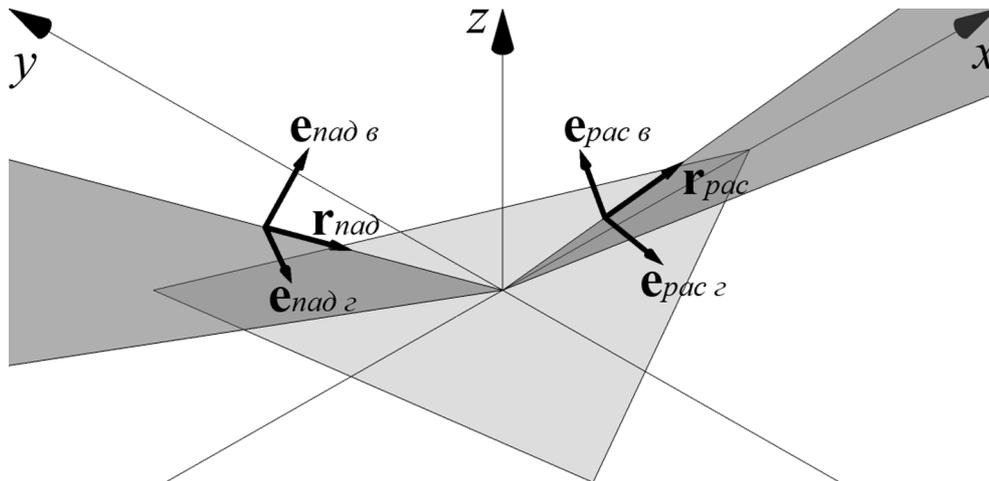


Рис. 4.7. Поляризационные базисы падающей и рассеянной волн

В поляризационном базисе $(\mathbf{e}_{пад\ v}, \mathbf{e}_{пад\ z})$ вектор напряжённости электрического поля падающей волны можно представить выражением:

$$\tilde{\mathbf{E}}_{пад} = \tilde{E}_{пад\ v} \mathbf{e}_{пад\ v} + \tilde{E}_{пад\ z} \mathbf{e}_{пад\ z}, \quad (4.2.10)$$

где $\tilde{E}_{пад\ v}$, $\tilde{E}_{пад\ z}$ – комплексные амплитуды вертикальной и горизонтальной составляющих вектора напряжённости электрического поля падающей волны соответственно.

Таким же образом может быть введён поляризационный базис для рассеянной волны $(\mathbf{e}_{рас\ v}, \mathbf{e}_{рас\ z})$ (рис. 4.7), в котором вектор напряжённости электрического поля рассеянной волны будет иметь вид:

$$\tilde{\mathbf{E}}_{рас} = \tilde{E}_{рас\ v} \mathbf{e}_{рас\ v} + \tilde{E}_{рас\ z} \mathbf{e}_{рас\ z}, \quad (4.2.11)$$

где $\tilde{E}_{рас\ v}$, $\tilde{E}_{рас\ z}$ – комплексные амплитуды вертикальной и горизонтальной составляющих вектора напряжённости электрического поля падающей волны соответственно.

С учётом введённого поляризационного разложения векторов напряжённости электрических полей падающей и рассеянной волн решение (4.2.7) представляется матричным выражением:

$$\tilde{\mathbf{E}}_{рас} = \begin{pmatrix} \tilde{E}_{рас\ v} \\ \tilde{E}_{рас\ z} \end{pmatrix} = \frac{e^{-jkR_n}}{\sqrt{4\pi R_n}} \begin{pmatrix} \tilde{l}_{\theta\theta} & \tilde{l}_{\theta z} \\ \tilde{l}_{z\theta} & \tilde{l}_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{E}_{пад\ v} \\ \tilde{E}_{пад\ z} \end{pmatrix} = \frac{e^{-jkR_n}}{\sqrt{4\pi R_n}} \tilde{\mathbf{L}} \tilde{\mathbf{E}}_{пад} \quad (4.2.12)$$

где таблицу комплексных величин $\tilde{\mathbf{L}}$, которая полностью определяет амплитудные, фазовые и поляризационные преобразования при рассеянии падающей волны, называют матрицей эффективной длины facetsа.

Эффективные длины facetsа зависят от направлений падения и рассеяния волн, которые обычно определяются углами, отсчитываемыми в вертикальной и горизонтальной плоскостях системы координат, связанной с facetsом (рис. 4.8) [36]:

$$\tilde{l}_{ij} = \tilde{l}_{ij}(\alpha_n, \beta_n, \alpha_p, \beta_p),$$

где индексы i и j принимают значения v или z .

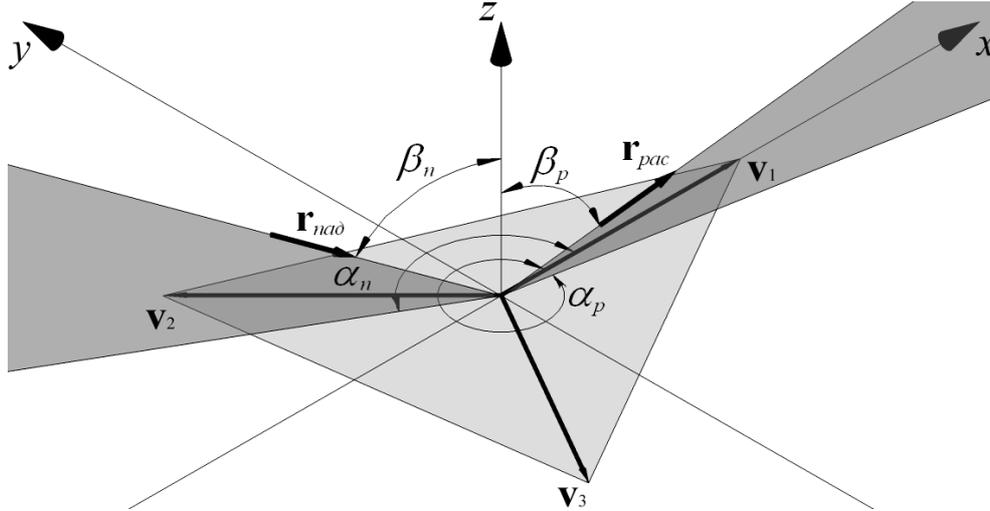


Рис. 4.8. Направления падения и рассеяния волны

Элементы матрицы эффективной длины плоского треугольного facetsа, вершины которого задаются радиус-векторами $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ (рис. 4.8), определяются выражениями:

$$\begin{aligned} \tilde{l}_{vv} &= \frac{jk}{\sqrt{4\pi}} \cos(\alpha_p - \alpha_n) [\cos(\beta_p)(1 + \tilde{R}_v) - \cos(\beta_n)(1 - \tilde{R}_v)] \tilde{D}, \\ \tilde{l}_{vz} &= \frac{jk}{\sqrt{4\pi}} \sin(\alpha_p - \alpha_n) [(1 + \tilde{R}_z) - (1 - \tilde{R}_z) \cos(\beta_p) \cos(\beta_n)] \tilde{D}, \\ \tilde{l}_{zv} &= -\frac{jk}{\sqrt{4\pi}} \sin(\alpha_p - \alpha_n) [(1 + \tilde{R}_v) - (1 - \tilde{R}_v) \cos(\beta_p) \cos(\beta_n)] \tilde{D}, \\ \tilde{l}_{zz} &= \frac{jk}{\sqrt{4\pi}} \cos(\alpha_p - \alpha_n) [\cos(\beta_p)(1 + \tilde{R}_z) - \cos(\beta_n)(1 - \tilde{R}_z)] \tilde{D}, \end{aligned} \quad (4.2.13)$$

$$\tilde{D} = 2S_\phi \frac{e^{j(\mathbf{q}; \mathbf{r}_1)}(\mathbf{q}; \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2) + e^{j(\mathbf{q}; \mathbf{r}_2)}(\mathbf{q}; \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3) + e^{j(\mathbf{q}; \mathbf{r}_3)}(\mathbf{q}; \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{(\mathbf{q}; \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)(\mathbf{q}; \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2)(\mathbf{q}; \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3)}.$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число рассеянной волн; S_ϕ – площадь поверхности facetsа; \tilde{R}_v и \tilde{R}_z – коэффициенты отражения Френеля вертикально и горизонтально поляризованной волны соответственно от однородной, немагнитной среды с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_n и проводимостью σ_n при угле падения β_n [28]; $\mathbf{q} = k(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_n)$ – разностный волновой вектор.

4.2.2 Математическая модель эхо-сигнала радиофизической сцены

Выражение (4.2.12) описывает связь напряжённости электрического поля волны, рассеянной радиофизической сценой, с напряжённостью поля волны, падающей на отдельные facets радиофизической сцены. Формирование падающей волны и преобразование рассеянной волны в радиосигнал обеспечивается излучающей и приёмной антеннами РТС соответственно.

Вектор комплексной амплитуды напряжённости электрического поля волны, которую создаёт излучающая антенна, на вход которой поступает гармонический сигнал с амплитудой U_u и с начальной фазой φ_u , в точке наблюдения, находящейся в дальней зоне антенны, выражается следующим образом [39]:

$$\tilde{\mathbf{E}} = \sqrt{\frac{G_u Z_0}{2\pi Z_u}} \tilde{U}_u \tilde{\mathbf{F}}_u(\theta, \varphi) \frac{e^{-jkR_u}}{R_u}, \quad (4.2.14)$$

где G_u – коэффициент усиления антенны; Z_0 – волновое сопротивление среды, в которой происходит распространение волны ($Z_0 = 120\pi$ Ом для свободного пространства); Z_u – сопротивление излучения антенны; $\tilde{U}_u = U_u \exp[-j\varphi_u]$ – комплексная амплитуда сигнала на входе антенны; $\tilde{\mathbf{F}}_u(\theta, \varphi)$ – векторная комплексная диаграмма направленности (ДН) излучающей антенны в направлении на точку наблюдения; k – волновое число излучаемой волны; R_u – расстояние от антенны до точки наблюдения.

Векторная комплексная диаграмма направленности антенны является одним из важнейших параметров антенны, который полностью определяет угловое распределение и поляризационные и фазовые свойства электромагнитного поля волны в дальней зоне антенны. Она является функцией угловых координат точки наблюдения, отсчитываемых в сферической системе координат, связанной с антенной (рис. 4.9).

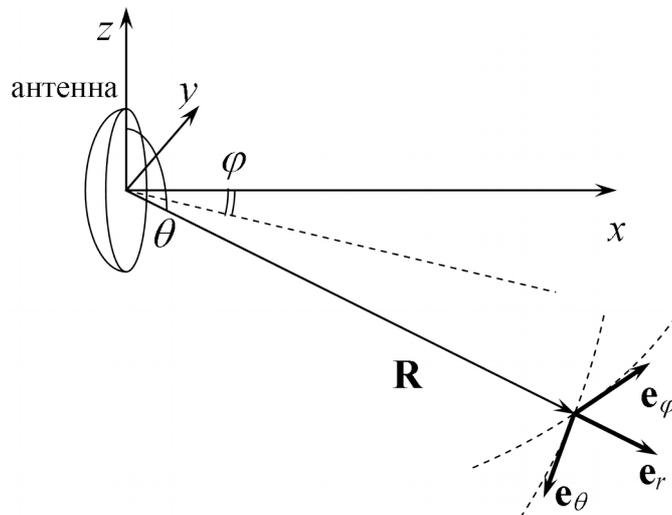


Рис. 4.9. Система координат антенны

Векторная комплексная ДН антенны состоит из произведения трёх сомножителей [39]:

$$\tilde{\mathbf{F}}(\theta, \varphi) = F(\theta, \varphi) \tilde{\mathbf{p}}(\theta, \varphi) \exp[j\Phi(\theta, \varphi)]. \quad (4.2.15)$$

Вещественный положительный сомножитель $F(\theta, \varphi)$ представляет собой амплитудную диаграмму направленности по полю, нормированную таким образом, что его максимальное значение равно единице $\max[F(\theta, \varphi)] = 1$.

Векторный сомножитель $\tilde{\mathbf{p}}(\theta, \varphi)$ представляет собой единичный вектор поляризации с двумя компонентами, ориентированными по направлению базисных ортов сферической системы координат, связанной с антенной, \mathbf{e}_θ и \mathbf{e}_φ (рис. 4.9):

$$\tilde{\mathbf{p}}(\theta, \varphi) = \mathbf{e}_\theta \tilde{p}_\theta(\theta, \varphi) + \mathbf{e}_\varphi \tilde{p}_\varphi(\theta, \varphi).$$

Модуль вектора $\tilde{\mathbf{p}}$ всегда равен единице независимо от направления θ и φ $|\tilde{p}_\theta|^2 + |\tilde{p}_\varphi|^2 = 1$, а компоненты \tilde{p}_θ и \tilde{p}_φ показывают относительное содержание вертикальной и горизонтальной составляющих вектора напряженности электрического поля в дальней зоне антенны для каждого направления θ и φ , а также фазовый сдвиг между этими компонентами.

Одну из компонент вектора поляризации обычно называют главной составляющей поляризации электромагнитной волны, по которой задаётся фазовая ДН антенны, представляемая функцией $\Phi(\theta, \varphi)$ в показателе экспоненты в формуле (4.2.15). Фазовая ДН антенны характеризует изменение фазового сдвига компонента главной поляризации при перемещении точки наблюдения по поверхности сферы большого радиуса с центром в начале выбранной системы координат.

Комплексная амплитуда гармонического сигнала, который формируется на выходе приёмной антенны при её облучении из дальней зоны плоской волной, напряжённость поля которой задана вектором комплексной амплитуды $\tilde{\mathbf{E}}$, определяется следующим образом [39]:

$$\tilde{U}_n = \sqrt{\frac{G_n Z_n}{4\pi Z_0}} \lambda \tilde{\mathbf{F}}_n(\theta, \varphi) \tilde{\mathbf{E}}, \quad (4.2.16)$$

где G_n – коэффициент усиления приёмной антенны; Z_n – сопротивление излучения приёмной антенны; $\lambda = 2\pi/k$ – длина падающей на антенну волны; $\tilde{\mathbf{F}}_n(\theta, \varphi)$ – векторная комплексная ДН приёмной антенны в направлении прихода волны, падающей на антенну.

Объединение (4.2.12), (4.2.14) и (4.2.16) приводит к выражению, которое описывает комплексную амплитуду сигнала на выходе приёмной антенны РТС, создаваемого отдельным факетом радиофизической сцены. При дальнейшем изложении такой сигнал называется сигналом факета.

Комплексная амплитуда сигнала m -го факета описывается выражением [30]:

$$\tilde{U}_m = \sqrt{\frac{G_u G_n Z_n}{(4\pi)^3 Z_u}} \lambda \tilde{\mathbf{F}}_{nm} \tilde{\mathbf{L}}_m \tilde{\mathbf{F}}_{um} \frac{\exp[-jk(R_{um} + R_{nm})]}{R_{um} R_{nm}} \tilde{U}_u, \quad (4.2.17)$$

где $\tilde{\mathbf{F}}_{nm} = \tilde{\mathbf{F}}_n(\theta_m, \varphi_m)$ – векторная комплексная ДН приёмной антенны в направлении на m -й фацет; $\tilde{\mathbf{L}}_m$ – матрица эффективной длины m -го фацета; $\tilde{\mathbf{F}}_{um} = \tilde{\mathbf{F}}_u(\theta_m, \varphi_m)$ – векторная комплексная ДН излучающей антенны в направлении на m -й фацет; R_{um} – расстояние от излучающей антенны до m -го фацета; R_{nm} – расстояние от m -го фацета до приёмной антенны.

При умножении обеих частей выражения (4.2.17) на высокочастотный множитель, $\exp[j\omega t]$ где $\omega = 2\pi c/\lambda$, осуществляется переход от комплексных амплитуд непосредственно к излучаемому и принимаемому сигналам, представленным в комплексной форме:

$$\tilde{u}_m(t) = \sqrt{\frac{G_u G_n Z_n}{(4\pi)^3 Z_u}} \lambda \frac{\tilde{\mathbf{F}}_{nm} \tilde{\mathbf{L}}_m \tilde{\mathbf{F}}_{um}}{R_{um} R_{nm}} \tilde{u}_u\left(t - \frac{R_{um} + R_{nm}}{c}\right). \quad (4.2.18)$$

Из выражения (4.2.18) видно, что сигнал m -го фацета с точностью до комплексного множителя совпадает с сигналом на входе излучающей антенны РТС, задержанным во времени. Суммарный сигнал на выходе приёмной антенны РТС будет равен сумме сигналов всех фацетов радиофизической сцены, которые облучаются излучателем РТС и не затеняются относительно приёмника РТС:

$$\tilde{u}_n(t) = \sum_{m=1}^M \sqrt{\frac{G_u G_n Z_n}{(4\pi)^3 Z_u}} \lambda \frac{\tilde{\mathbf{F}}_{nm} \tilde{\mathbf{L}}_m \tilde{\mathbf{F}}_{um}}{R_{um} R_{nm}} \tilde{u}_u(t - t_{zm}), \quad (4.2.19)$$

где $t_{zm} = (R_{um} + R_{nm})/c$ – время задержки парциального сигнала m -го фацета.

Строго говоря, выражения (4.2.18) и (4.2.19) справедливы только для гармонических сигналов, поскольку параметры антенн и характеристики рассеяния фацетов зависят от частоты и различаются для разных составляющих спектров сложных сигналов. Поэтому в общем случае для моделирования распространения сигнала со сложным спектром необходимо пользоваться спектральным методом. Однако если параметры антенн и характеристики рассеяния фацетов сохраняются постоянными в полосе частот сигнала, используемого РТС, то форма сигнала в процессе распространения сохраняется и выражения (4.2.18) и (4.2.19) оказываются справедливыми и для сигналов сложной формы. Далее считается, что параметры излучающей и приёмной антенн РТС, а также характеристики рассеяния фацетов сохраняются постоянными в полосе частот сигнала РТС. При этом их значения берутся на центральной частоте спектра сигнала.

Несущие частоты сигналов, применяемых в РТС, обычно велики. Поэтому целесообразно для моделирования воспользоваться методом комплексной огибающей, который описан в разделе 2.1. Из (4.2.19) следует, что комплексные огибающие сигнала, излучаемого РТС, и эхо-сигнала радиофизической сцены связаны выражением [40]:

$$\tilde{U}_n(t) = \sum_{m=1}^M (\tilde{K}_m \exp[-j\omega_0 t_{3m}]) \tilde{U}_u(t - t_{3m}), \quad (4.2.20)$$

где \tilde{K}_m – комплексный коэффициент передачи m -го facets, который определяется следующим образом:

$$\tilde{K}_m = \sqrt{\frac{G_{u0} G_{n0} Z_{n0}}{(4\pi)^3 Z_{u0}} \lambda_0 \frac{\tilde{\mathbf{F}}_{0nm} \tilde{\mathbf{L}}_{0m} \tilde{\mathbf{F}}_{0um}}{R_{um} R_{nm}}}, \quad (4.2.21)$$

где индекс 0 в обозначении параметров антенн и матриц рассеяния обозначает, что их значения берутся на центральной частоте спектра сигнала РТС ω_0 ; $\lambda_0 = 2\pi c / \omega_0$.

Выражение (4.2.21) описывает комплексную огибающую эхо-сигнала радиофизической сцены в стационарном канале. В действительности реальные радиоканалы, как правило, оказываются нестационарными по причине изменения взаимного положения излучателя и приёмника на радиофизической сцене [8, 41]. Взаимное перемещение излучателя и приёмника приводит к изменению конфигурации путей распространения сигналов facets с течением времени. В результате комплексные коэффициенты передачи facets и задержки распространения их сигналов будут являться функциями времени:

$$\tilde{U}_n(t) = \sum_{m=1}^M (\tilde{K}_m(t) \exp[-j\omega_0 t_{3m}(t)]) \tilde{U}_u(t - t_{3m}(t)). \quad (4.2.22)$$

Пусть излучатель и приёмник РТС перемещаются в пространстве прямолинейно и равномерно. Тогда текущее значение задержки сигнала m -го facets равно:

$$t_{3m}(t) = \frac{|\mathbf{R}_{um0} + \mathbf{V}_u t| + |\mathbf{R}_{nm0} + \mathbf{V}_n t|}{c},$$

где \mathbf{R}_{um0} , \mathbf{R}_{nm0} – вектора от излучателя РТС до m -го facets и от m -го facets до приёмника РТС соответственно в начальный момент времени; \mathbf{V}_u , \mathbf{V}_n – вектора скоростей движения излучателя и приёмника РТС соответственно (рис. 4.10).

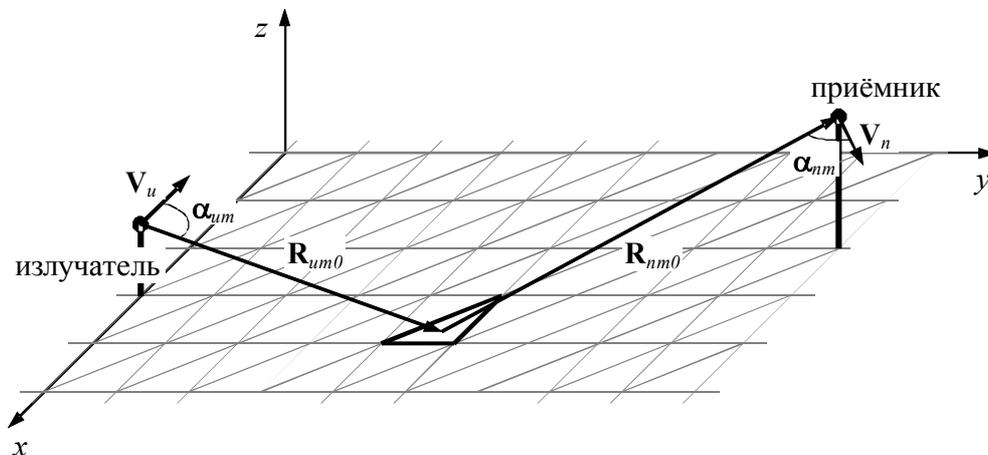


Рис. 4.10. К определению задержки сигнала facets

Текущие расстояния от излучателя РТС до facets $R_{um}(t)$ и от facets до приёмника РТС $R_{nm}(t)$ можно представить в виде:

$$R_{um}(t) = R_{um0} + \int_0^t V_{rum}(\tau) d\tau,$$

$$R_{nm}(t) = R_{nm0} + \int_0^t V_{rnm}(\tau) d\tau,$$

где $R_{um0} = |\mathbf{R}_{um0}|$ – расстояние от излучателя РТС до m -го facets сцены в начальный момент времени; $V_{rum}(t)$ – текущее значение радиальной скорости излучателя РТС относительно m -го facets; $R_{nm0} = |\mathbf{R}_{nm0}|$ – расстояние от приёмника РТС до m -го facets сцены в начальный момент времени; $V_{rnm}(t)$ – текущее значение радиальной скорости приёмника РТС относительно m -го facets.

Вследствие изменения задержки распространения сигнала m -го facets во времени происходит доплеровский сдвиг его частоты, величина которого зависит от радиальных скоростей движения излучателя и приёмника РТС относительно facets [41]:

$$\Omega_{dm}(t) = -\omega_0 \frac{V_{rum}(t) + V_{rnm}(t)}{c}.$$

С учётом эффекта Доплера комплексная огибающая эхо-сигнала описывается выражением [41]:

$$\tilde{U}_n(t) = \sum_{m=1}^M \left(\tilde{K}_m(t) \exp \left[j \left(\int_0^t \Omega_{dm}(\tau) d\tau - \varphi_{m0} \right) \right] \right) \tilde{U}_u(t - t_{zm}(t)), \quad (4.2.23)$$

где $\varphi_{m0} = \omega_0 (R_{um0} + R_{nm0}) / c$ – начальный фазовый сдвиг сигнала m -го facets, который может быть включён в коэффициент передачи facets и в дальнейшем не приводится.

Выражение (4.2.23) составляет математическую модель радиосигнала, обусловленного взаимодействием радиоволн, излучаемых передатчиком РТС, с поверхностью радиофизической сцены.

В соответствии с полученным выражением расчёт одной выборки комплексной огибающей эхо-сигнала радиофизической сцены включает выполнение для каждого facets двух операций комплексного умножения, состоящих из 6 арифметических операций каждая, и одного комплексного сложения, включающего 2 арифметические операции. При количестве facets, облучаемых излучателем РТС и не затенённых относительно приёмника РТС, порядка $10^9 \div 10^{10}$ оценочный объём вычислений при расчёте одной выборки комплексной огибающей эхо-сигнала радиофизической сцены в соответствии с выражением (4.2.23) составляет около $1,4 \cdot 10^{10} \div 1,4 \cdot 10^{11}$ арифметических операций. Поскольку характерный для современных РТС интервал следования выборок сигнала составляет порядка $10^{-4} \div 10^{-8}$ секунд, для выполнения необходимого объёма вычислений в реальном масштабе времени производительность

вычислительных средств должна составлять $1,4 \cdot 10^{14} \div 1,4 \cdot 10^{19}$ арифметических операций в секунду.

Кроме того, вычисление выборок комплексной огибающей эхо-сигнала осуществляется на основе параметров сигналов отдельных фацетов. Анализ математической модели показал, что для расчёта коэффициента передачи одного фацета, задержки и доплеровского сдвига частоты его сигнала необходимо выполнить приблизительно 500 арифметических операций над числами с плавающей точкой. При этом оценочный объём вычислений при расчёте параметров сигналов всех фацетов, облучаемых излучателем РТС и не затенённых относительно приёмника РТС, составляет порядка $5 \cdot 10^{11} \div 5 \cdot 10^{12}$ арифметических операций над числами с плавающей точкой. Изменение параметров сигналов фацетов с течением времени приводит к тому, что их расчёт необходимо периодически повторять. Известно, что интервал стационарности параметров сигналов фацетов составляет порядка $0,1 \div 2$ секунд, вследствие чего для обновления параметров в реальном масштабе времени производительность вычислительных средств должна составлять $2,5 \cdot 10^{11} \div 5 \cdot 10^{13}$ арифметических операций над числами с плавающей точкой в секунду.

Таким образом, представленная модель обладает высокой трудоёмкостью, которая не позволяет создавать на основе данной модели имитаторы радиоканалов, работающих в реальном масштабе времени.

4.2.3 Модель эхо-сигнала, обеспечивающая моделирование сигнала с заданной точностью при меньшем объёме вычислений

Снижение трудоёмкости модели эхо-сигнала радиофизической сценой, которая представлена в предыдущем разделе, возможно за счёт уменьшения объёма вычислений, который необходимо выполнить для моделирования эхо-сигнала, при сохранении требуемой точности имитации. Объём вычислений при моделировании эхо-сигнала сложной радиофизической сцены может быть уменьшен за счёт сокращения количества фацетов сцены, участвующих в формировании эхо-сигнала, и группировки сигналов отдельных фацетов. Для уменьшения количества фацетов, участвующих в формировании эхо-сигнала, в выражении (4.2.23) можно учитывать не все фацеты, облучаемые излучателем РТС и не затенённые относительно приёмника РТС, а только те фацеты, которые создают наиболее существенный вклад в эхо-сигнал. При этом, определяя существенность вклада фацета в эхо-сигнал, следует учитывать интерференцию сигналов фацетов, имеющих одинаковую длину путей, в результате которой суммарный вклад фацетов, коэффициенты передачи которых велики, может оказаться небольшим, если сигналы фацетов в

точке приёма имеют противоположные фазы, а суммарный вклад фацетов, коэффициенты передачи которых малы, может оказаться большим, если сигналы фацетов имеют одинаковые фазы в точке приёма.

Таким образом, при оценке существенности вклада фацетов в эхо-сигнал радиофизической сцены необходимо говорить о суммарном вкладе группы фацетов, имеющих одинаковые длины путей сигналов. При этом можно применить представление о зонах Френеля на поверхности радиофизической сцены, которые определяются следующими условиями [28]:

$$\left\{ \begin{array}{ll} R_{\min} \leq R_{\text{ит}0} + R_{\text{нт}0} < R_{\min} + \frac{\lambda_0}{2}, & 1\text{-ая зона} \\ R_{\min} + \frac{\lambda_0}{2} \leq R_{\text{ит}0} + R_{\text{нт}0} < R_{\min} + 2 \frac{\lambda_0}{2}, & 2\text{-ая зона} \\ \dots & \dots \\ R_{\min} + (n-1) \frac{\lambda_0}{2} \leq R_{\text{ит}0} + R_{\text{нт}0} < R_{\min} + n \frac{\lambda_0}{2}, & n\text{-ая зона} \end{array} \right. \quad (4.2.24)$$

где R_{\min} – наименьшая среди всех фацетов длина пути эхо-сигнала; λ_0 – длина волны радиосигнала РТС.

Из выражения (4.2.24) следует, что коэффициенты передачи фацетов, а следовательно, и амплитуды их сигналов, уменьшаются с увеличением длин путей, которые равны сумме расстояний от фацета до излучателя и приёмника РТС. Поэтому суммарный вклад в эхо-сигнал от фацетов, находящихся в n -й зоне Френеля, уменьшается с ростом n и начиная с некоторой зоны Френеля с номером $N_{\text{CV}}+1$ становится несущественным для формирования эхо-сигнала радиофизической сцены [28].

Таким образом, при моделировании эхо-сигнала радиофизической сцены достаточно учитывать только те фацеты, облучаемые излучателем РТС и не затенённые относительно приёмника РТС, которые удовлетворяют условию:

$$R_{\text{ит}0} + R_{\text{нт}0} \leq R_{\min} + N_{\text{CV}} \frac{\lambda_0}{2} \quad (4.2.25)$$

где N_{CV} – количество зон Френеля на поверхности радиофизической сцены, которые создают основной вклад в эхо-сигнал.

Совокупность фацетов, удовлетворяющих условию (4.2.25), образует участок поверхности радиофизической сцены, который является наиболее существенным для формирования эхо-сигнала радиофизической сцены. Поэтому далее этот участок называется существенным участком (СУ). СУ представляет область пересечения поверхности радиофизической сцены с эллипсоидом вращения, в фокусах которого находятся излучатель и приёмник РТС, а геометрическое место точек поверхности эллипсоида удовлетворяет условию, которое соответствует равенству в выражении (4.2.25) (рис. 4.11).

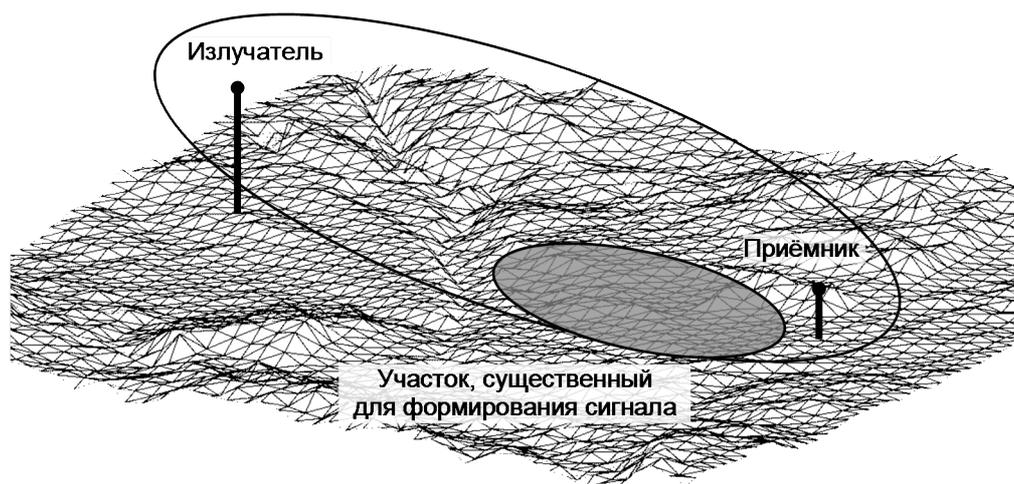


Рис. 4.11. Схема образования СУ радиофизической сцены

Поскольку излучатель и приёмник РТС, как правило, разнесены в пространстве, такое определение СУ применимо для большинства видов РТС. Однако для некоторых видов РТС такое определение СУ оказывается неприемлемым. Например, для моностатической РТС дистанционного зондирования СУ радиофизической сцены, определённый в соответствии с условием (4.2.25), будет представлять область в форме круга, центр которой располагается строго под РТС. На практике для РТС дистанционного зондирования наблюдаемая область поверхности радиофизической сцены, называемая зоной обзора, находится в стороне от РТС на расстоянии нескольких десятков или сотен километров (рис. 4.12).

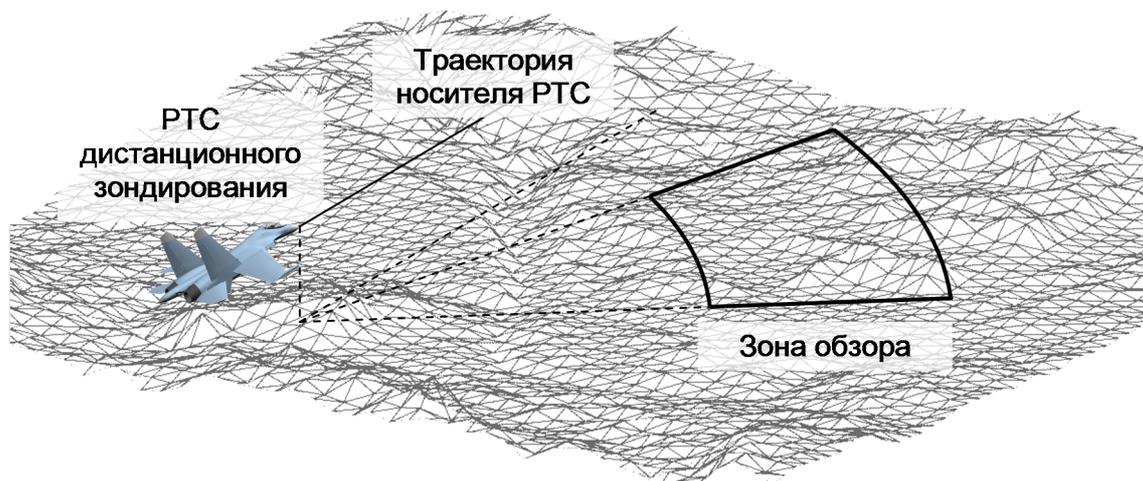


Рис. 4.12. СУ моностатической РТС дистанционного зондирования

При этом для работы моностатической РТС дистанционного зондирования существенными являются те facets радиофизической сцены, которые расположены внутри зоны обзора. Поэтому при моделировании эхо-сигнала радиофизической сцены для моностатической РТС дистанционного зондирования в качестве СУ следует брать зону обзора РТС на поверхности сцены.

Уменьшение количества facets, участвующих в формировании эхо-сигнала радиофизической сцены, также может быть достигнуто за счёт увеличения линейных размеров facets. Вместе с этим уменьшается степень соблюдения условий, при которых рассеяние электромагнитных волн может быть описано с помощью матрицы эффективной длины facets, поскольку ухудшается степень соблюдения критерия дальней зоны (4.2.8) и (4.2.9).

Вследствие этого увеличение линейных размеров facets приводит к ошибке моделирования эхо-сигнала, величина которой тем больше, чем хуже размеры facets удовлетворяют критерию дальней зоны. Поэтому увеличивать размеры facets можно лишь до определённой степени.

Группировка сигналов отдельных facets может быть осуществлена на основе конечной разрешающей способности РТС. Суперпозиция сигналов, которые не разрешаются РТС по задержке и частоте, будут восприниматься как один сигнал. Поэтому группу facets, создающих эти сигналы, можно рассматривать как единый объект. Однако существует сложность создания постоянных групп facets, обусловленная тем, что задержки и доплеровские сдвиги частот сигналов facets неодинаково изменяются для разных facets с течением времени.

Данная проблема может быть решена, если выполнять моделирование эхо-сигнала на интервале времени T , на котором изменения разностей задержек и доплеровских сдвигов частот сигналов facets не превышают половины разрешающей способности РТС по времени и частоте соответственно. Такие изменения не могут быть обнаружены РТС, поэтому разности задержек и доплеровских сдвигов частот сигналов facets можно считать постоянными на интервале T . Это позволяет разделить задержки и сдвиги частот сигналов facets на переменные групповые составляющие, одинаковые для всех facets, и постоянные на интервале T парциальные составляющие [41]:

$$t_{zm}(t) = t_{zp}(t) + \Delta t_{zm}, \quad (4.2.26)$$

$$\Omega_{\partial m}(t) = \Omega_{\partial p}(t) + \Delta \Omega_{\partial m}, \quad (4.2.27)$$

где $t_{zp}(t)$ – групповая задержка сигналов facets; Δt_{zm} – парциальная задержка сигнала m -го facets; $\Omega_{\partial p}(t)$ – групповой доплеровский сдвиг частоты сигналов facets; $\Delta \Omega_{\partial m}$ – парциальный доплеровский сдвиг частоты сигнала m -го facets.

Дальнейшие преобразования модели эхо-сигнала строятся на допущении, что коэффициенты передачи facets квазистационарны на интервале T : $\tilde{K}_m(t) = const$. Если данное допущение не выполняется, то в качестве интервала T может выступать интервал квазистационарности коэффициентов передачи facets. При этом разности задержек и

доплеровских сдвигов частот сигналов фазетов не будут превышать половины разрешающей способности РТС по времени и частоте соответственно.

С учётом сделанного допущения комплексная огибающая эхо-сигнала на интервале T может быть представлена как результат групповой задержки и группового сдвига частоты комплексной огибающей $\tilde{U}_{ep}(t)$ [42]:

$$\tilde{U}_n(t) = \exp \left[j \left(\int_0^t \Omega_{ep}(\tau) d\tau \right) \right] \tilde{U}_{ep}(t - t_{ep}(t)), \quad (4.2.28)$$

где $\tilde{U}_{ep}(t)$ определяется следующим образом:

$$\tilde{U}_{ep}(t) = \sum_{m=1}^M \left(\tilde{K}_m \exp[j \Delta \Omega_{om} t] \right) \tilde{U}_u(t - \Delta t_{zm}). \quad (4.2.29)$$

В полученном выражении (4.2.29) парциальные задержки сигналов фазетов, разность которых не превышает половины разрешающей способности РТС по времени Δt , будут восприниматься РТС как одинаковые. Аналогично одинаковыми будут восприниматься парциальные доплеровские сдвиги частот сигналов фазетов, разность которых не превышает половины разрешающей способности РТС по частоте $\Delta \Omega$. В связи с этим значения парциальных задержек и доплеровских сдвигов частоты сигналов фазетов могут быть проквантованы с шагом Δt и $\Delta \Omega$ соответственно. При этом образуются постоянные по составу группы фазетов, имеющих одинаковую задержку и доплеровский сдвиг частоты сигналов. Коэффициент передачи каждой такой группы равен сумме коэффициентов передачи фазетов, входящих в группу.

Распределение суммарных коэффициентов передачи групп фазетов представляет собой регулярную таблицу по парциальным задержкам и доплеровским сдвигам частот (рис. 4.13). Далее данная таблица называется матрицей формирования сигнала (МФС).

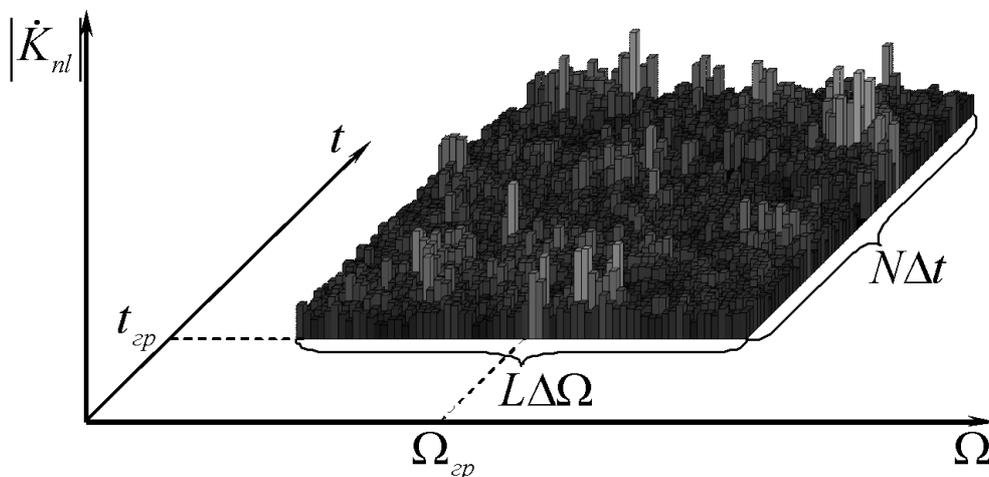


Рис. 4.13. Матрица формирования сигнала

Строки МФС соответствуют совокупностям фацетов радиофизической сцены, имеющим одинаковую парциальную задержку распространения сигналов, а столбцы – совокупностям фацетов, имеющим одинаковые парциальные доплеровские сдвиги частоты сигналов. Количество строк N матрицы равно количеству дискретов Δt на интервале времени от минимальной до максимальной задержек распространения сигнала. Количество столбцов L определяется отношением ширины доплеровского спектра эхо-сигнала к шагу квантования частоты $\Delta\Omega$.

С учётом группировки сигналов фацетов выражение (4.2.29) преобразуется к виду:

$$\tilde{U}_{zp}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{a}_n(t) \tilde{U}_u(t - n\Delta t), \quad (4.2.30)$$

$$\tilde{a}_n(t) = \sum_{l=-L/2}^{L/2-1} \tilde{K}_{nl} \exp[jl\Delta\Omega t] \tilde{U}_u(t - \Delta t_{3m}). \quad (4.2.31)$$

где \tilde{K}_{nl} – суммарный коэффициент передачи совокупности фацетов, имеющих парциальную задержку $n\Delta t$ и парциальный доплеровский сдвиг частоты $l\Delta\Omega$.

Совокупность выражений (4.2.28), (4.2.30) и (4.2.31) и предложенных мер уменьшения количества фацетов, участвующих в формировании эхо-сигнала, составляют математическую модель эхо-сигнала радиофизической сцены, обеспечивающую моделирование сигнала с заданной точностью при меньшем объёме вычислений в сравнении с моделью, описываемой выражением (4.2.23). При этом выражение (4.2.30) описывает сигнал на выходе дискретного параметрического фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ) $\tilde{a}_n(t)$. Таким образом, процесс формирования эхо-сигнала радиофизической сцены можно рассматривать как прохождение сигнала, излучаемого РТС, через дискретный параметрический КИХ-фильтр. Законы изменения выборок импульсной характеристики КИХ-фильтра во времени определяются выражением (4.2.31), которое представляет собой обратное дискретное преобразование Фурье спектра \tilde{K}_{nl} ($n = \text{const}$), образованного соответствующей строкой МФС.

Исследования, проведённые авторами пособия, показали, что относительная ошибка имитации сигнала не более 5 % достигается при одновременном выполнении следующих условий [43]:

- количество зон Френеля, образующих существенный участок, соответствует длительности импульсной характеристики от 250 до 280 нс;
- размер фацетов удовлетворяет равенству

$$l_m = \sqrt{\frac{\lambda_0 \min(R_{um0}, R_{nm0})}{K_{ДЗ}}},$$

где $\min(R_{um0}, R_{nm0})$ – меньшее из расстояний от фацета до излучателя РТС и от фацета до приёмника РТС, при значении коэффициента дальней зоны $K_{ДЗ} = 800$.

При выполнении указанных условий количество facets, участвующих в формировании эхо-сигнала, составляет $1,5 \cdot 10^7 \div 4,4 \cdot 10^7$ штук. Объём вычислений, необходимый для обработки одного facets с учётом выполнения группировки составляет 590 арифметических операций над числами с плавающей точкой. Величина интервала, на котором разработанная модель адекватно описывает эхо-сигнал, составляет $0,8 \div 8,7$ секунд. Тогда для расчёта параметров формирования эхо-сигнала в реальном масштабе времени требуется производительность $1,0 \cdot 10^9 \div 3,3 \cdot 10^{10}$ арифметических операций над числами с плавающей точкой в секунду.

При полосе частот сигнала РТС не более 100 МГц длина импульсной характеристики радиофизической сцены не превышает 56 выборок, при этом для обработки каждой выборки при формировании эхо-сигнала требуется выполнить 8 арифметических операций. В результате для формирования сигнала в реальном масштабе времени необходима производительность до $9,1 \cdot 10^{10}$ арифметических операций в секунду. Данная производительность обеспечивается современными техническими средствами моделирования.

4.2.4 Способ и устройство имитации сигнала, рассеянного радиофизической сценой

Формирование эхо-сигнала радиофизической сцены на основе математической модели, рассмотренной в предыдущем разделе, осуществляется в соответствии со способом, представленным ниже.

1. Согласно разработанной математической модели при формировании эхо-сигнала учитывается только существенный участок поверхности радиофизической сцены. Поэтому вначале необходимо определить границы этого участка, которые зависят от положения излучателя и приёмника РТС, ориентации максимумов их ДНА и параметров РТС (несущей частоты, разрешающей способности по времени и частоте).
2. Математическая модель эхо-сигнала основана на facetsном представлении радиофизической сцены. Поэтому далее необходимо поверхность сцены внутри границ существенного участка аппроксимировать facetsами. При этом для каждого facetsа необходимо задать тип поверхности, соответствующий его геометрическим и электрическим свойствам. Выполнить данное действие можно используя геометрическую и электрическую модели сцены.
3. Согласно математической модели в формировании эхо-сигнала участвуют facetsы, облучаемые излучателем и не затенённые относительно приёмника РТС. Поэтому необходимо провести анализ видимости facetsов из мест установки антенн излучателя и

приёмника РТС. Проверка видимости facets может быть выполнена в приближении геометрической оптики. При этом facet будет являться видимым, если:

- угол падения облучающей волны и угол рассеяния волны не превышают 90 градусов;
- facet не затеняется относительно излучателя и приёмника РТС другими facetsами.

4. Эхо-сигнал определяется с использованием коэффициентов передачи видимых facets сцены, задержек и доплеровских сдвигов частот сигналов, рассеянных facetsами. Поэтому необходимо выполнить расчёт данных параметров для всех видимых facets. При этом для расчёта коэффициента передачи facet по формуле (4.2.21) нужно по характеристике рассеяния, соответствующей типу поверхности facet, по углам места и углам азимута направлений облучения и рассеяния определить матрицу эффективной длины facet, а также использовать характеристики антенн излучателя и приёмника РТС и модели их ДНА.
5. Далее в соответствии с разработанной моделью эхо-сигнала необходимо выделить групповую составляющую задержек и доплеровских сдвигов частот и рассчитать парциальные задержки и доплеровские сдвиги частот сигналов отдельных facets. Поскольку групповая задержка и доплеровский сдвиг частоты эхо-сигнала являются переменными, необходимо также рассчитать параметры их изменения во времени.
6. Поскольку импульсная характеристика радиофизической сцены определяется с помощью МФС, далее необходимо сформировать МФС. Для этого нужно произвести квантование парциальных задержек и парциальных доплеровских сдвигов частот сигналов facets радиофизической сцены, выделить группы facets, имеющих одинаковые парциальные задержки и доплеровские сдвиги частоты, и рассчитать суммы комплексных коэффициентов передачи facets, входящих в группы.
7. Поскольку формирование эхо-сигнала осуществляется на основе переменной импульсной характеристики радиофизической сцены, необходимо выполнить расчёт совокупности её последовательных реализаций на интервале имитации. Для этого необходимо выполнить обратное преобразование Фурье каждой строки МФС, результатом которого является совокупность реализаций соответствующей выборки импульсной характеристики. Столбцы матрицы, которая получается в результате данного преобразования, соответствуют реализациям импульсной характеристики радиофизической сцены.

8. В заключение для формирования комплексной огибающей эхо-сигнала необходимо в соответствии с выражениями (4.2.28) и (4.2.30) выполнить свёртку комплексной огибающей излучаемого РТС сигнала, задержанной на величину групповой задержки, с импульсной характеристикой радиофизической сцены и произвести смещение частоты полученного сигнала на величину группового доплеровского сдвига.

Непосредственно формирование эхо-сигнала осуществляется на завершающем шаге алгоритма имитации, а на предшествующих шагах 1–7 выполняется расчёт параметров формирования. При непрерывной имитации эхо-сигнала радиофизической сцены на длительном интервале времени его необходимо разделять на интервалы T , на которых не нарушаются условия адекватности имитации эхо-сигнала. При этом формировать сигнал на каждом таком интервале T и рассчитывать новый набор параметров для следующего интервала T требуется одновременно. Обеспечить одновременное выполнение процессов формирования сигнала и расчёта параметров можно за счёт разделения имитатора эхо-сигнала на две части – блок формирования сигнала (БФС) и вычислительную систему (ВС) соответственно – работа которых осуществляется параллельно. При этом работа ВС должна осуществляться с упреждением на один интервал T [40].

Задачей ВС является расчёт параметров формирования сигнала на основе исходных данных о РТС и радиофизической сцене. Поэтому в состав ВС должен входить вычислительный блок, на котором выполняется расчёт параметров формирования сигнала, и запоминающее устройство, на котором хранятся постоянные исходные данные, используемые для имитации эхо-сигнала. Помимо расчёта параметров формирования сигнала, ресурсы вычислительного блока могут быть использованы для подготовки исходных данных: их преобразования к требуемому формату и записи в отведённый раздел запоминающего устройства.

Исходные данные для моделирования сигнала обычно формируются специализированной системой. При привязке моделирования к реальным условиям эта система основывается на геоинформационной системе (ГИС), поэтому далее она называется ГИС моделирования обстановки. Для сопряжения имитатора с ГИС моделирования обстановки вычислительная система должна иметь информационный вход, через который осуществляется ввод текущих значений переменных исходных данных от системы моделирования обстановки. Однако для автономного тестирования имитатора в состав ВС могут быть включены внутренние средства моделирования обстановки, реализуемые на основе вычислительного блока ВС. Рассчитанный в ВС набор параметров формирования сигнала должен быть передан в БФС для физического синтеза имитируемого эхо-сигнала. Для сопряжения с БФС ВС должна

иметь информационный выход, через который осуществляется передача рассчитанного набора параметров. Кроме этого, для синхронизации работы с БФС она должна иметь специальные сигнальные линии.

Задачей БФС является физическое формирование эхо-сигнала, которое в соответствии со способом имитации эхо-сигнала включает задержку сигнала, излучаемого РТС, его свёртку с импульсной характеристикой радиофизической сцены и смещение частоты сигнала на величину группового доплеровского сдвига. При этом задержка, импульсная характеристика и доплеровский сдвиг частоты являются переменными. Поэтому в состав блока формирования сигнала должны входить управляемые линия задержки, формирующий КИХ-фильтр с комплексными коэффициентами и синтезатор частоты. Поскольку в ВС рассчитывается сразу несколько реализаций параметров, а в каждый момент времени для формирования сигнала используется только одна из них, в состав БФС должны входить регистры данных для хранения всего набора параметров формирования сигнала. Для записи новых значений задержки, сдвига частоты и выборок импульсной характеристики из регистров данных в соответствующие узлы БФС должен содержать контроллер управления, который также должен формировать и обрабатывать сигналы синхронизации.

Кроме того, поскольку обработка сигнала РТС ведётся на уровне комплексной огибающей, БФС должен иметь на входе квадратурный демодулятор для выделения действительной и мнимой частей комплексной огибающей сигнала, излучаемого РТС, и квадратурный модулятор на выходе для получения радиосигнала по комплексной огибающей эхо-сигнала. Тактирование узлов БФС может осуществляться либо от внутреннего тактового генератора, либо внешним тактовым сигналом от испытываемой РТС. Вариант тактирования внешним тактовым сигналом необходим для обеспечения когерентности работы РТС и имитатора эхо-сигнала в случае, если РТС является когерентной, например РТС дистанционного зондирования Земли.

С учётом проведённого анализа для реализации способа имитации эхо-сигнала радиофизической сцены разработана структурная схема имитатора, которая приведена на рис. 4.14. Также на рис. 4.14 приведена схема соединения имитатора с испытываемой РТС и ГИС моделирования обстановки на стенде полунатурного моделирования [44].

Соединение блока формирования сигнала с испытываемой РТС через преобразователь частоты, показанное на схеме, необходимо в случае высокой несущей частоты сигнала, излучаемого РТС, для переноса его спектра в рабочий диапазон частот АЦП. Для сохранения когерентности в преобразователе частоты должны использоваться сигналы гетеродинов испытываемой РТС.

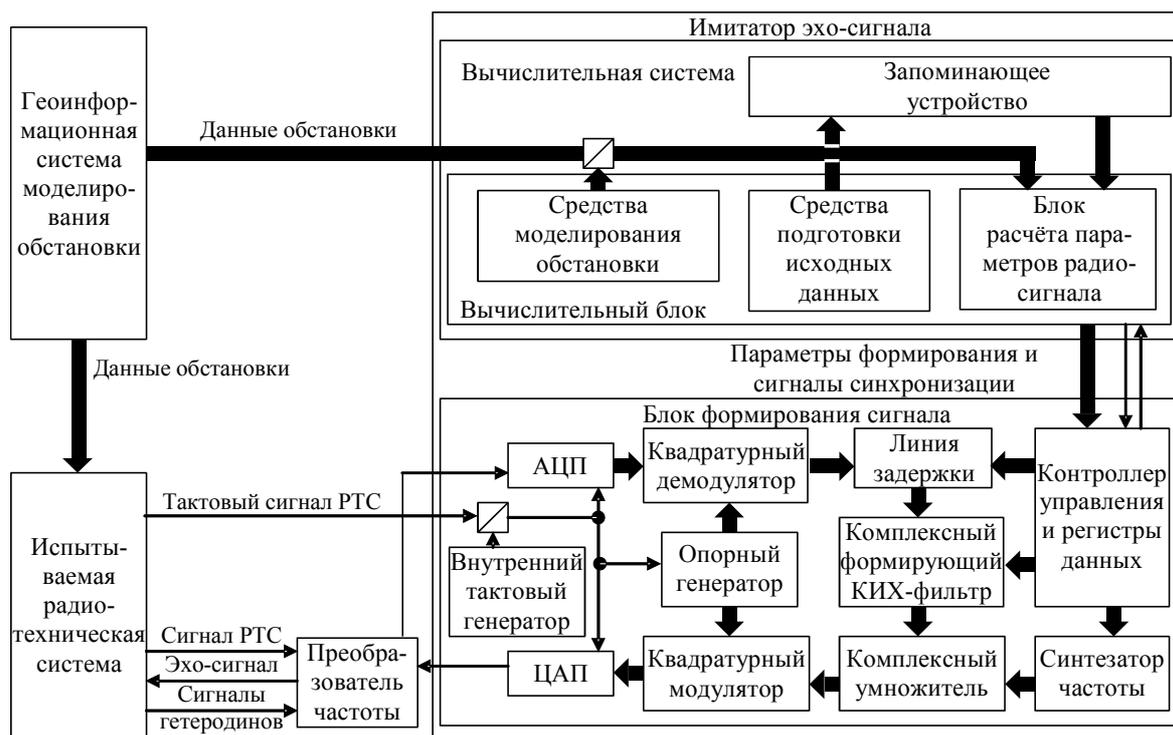


Рис. 4.14. Схема имитатора эхо-сигнала радиофизической сцены и его соединения с компонентами стенда полунатурного моделирования

4.3 Контрольные вопросы

1. Какие радиоканалы называют многолучевыми? Какие физические явления вызывают многолучевое распространение радиосигналов?
2. Какой вид имеет импульсная характеристика канала с дискретной и диффузной многолучевостью?
3. Какие виды замираний имеют место в многолучевых каналах? Чем они обусловлены и какие подходы используются для их моделирования?
4. Какими моделями описываются медленные замирания? Какие статистические характеристики они имеют?
5. Какими моделями описываются быстрые гладкие замирания? Какие статистические характеристики они имеют?
6. Какими моделями описываются каналы с быстрыми частотно-селективными замираниями?
7. Каким образом осуществляется имитация многолучевого радиоканала при моделировании? Какой вид имеет функциональная модель таких каналов?
8. Каким образом получают характеристики канала с замираниями, обладающие необходимыми статистическими свойствами?
9. Укажите основные виды доплеровского спектра плотности мощности, встречающиеся в многолучевых радиоканалах. Как рассчитываются характеристики формирующего ФНЧ для данных видов спектра?

10. Приведите вид волнового уравнения в интегральной форме, поясните входящие в него величины.

11. Как осуществляется расчёт напряжённости электромагнитного поля в точке приёма на основе фацетного представления радиофизической сцены? Каким требованиям должны удовлетворять фацеты для адекватного моделирования?

12. Какой вид имеет решение волнового уравнения? Поясните входящие в него величины.

13. Приведите математическую модель комплексной огибающей эхо-сигнала радиофизической сцены.

14. Каким образом осуществляется снижение вычислительной сложности модели эхо-сигнала радиофизической сцены? Какой вид принимает математическая модель?

15. Укажите принципы построения имитатора эхо-сигнала радиофизической сцены, работающего в реальном масштабе времени. Приведите структурную схему такого имитатора.

РАЗДЕЛ 5. СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ПОЛУНАТУРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Полунатурные модели РТС, как было отмечено в разделе 1.1, представляют собой модели, в которые включены реальные компоненты РТС. Это означает, что для реализации полунатурных моделей РТС должны использоваться специальные технические средства, способные взаимодействовать с компонентами РТС на уровне физических сигналов. Кроме того, полунатурные модели должны функционировать с учётом малых постоянных времени, присущих реальной аппаратуре. Данное условие накладывает жёсткие ограничения на требования к быстродействию полунатурных моделей.

В соответствии с положениями, приведёнными выше, для создания полунатурных моделей РТС целесообразно использовать специализированные цифровые устройства обработки сигналов, предназначенные для работы в реальном масштабе времени. При этом данные устройства должны являться программируемыми, чтобы обеспечить возможность внесения изменений в модель без существенных технических затрат. К таким устройствам относятся цифровые сигнальные процессоры – ЦСП (другие названия: процессоры цифровой обработки сигналов, процессоры цифровых сигналов) и программируемые логические интегральные схемы – ПЛИС. В данном разделе приводятся основные сведения о данных устройствах и рекомендации по выбору конкретных устройств при создании имитаторов радиоканалов.

5.1 Цифровые сигнальные процессоры

Цифровой сигнальный процессор представляет специализированный микропроцессор, предназначенный для решения задач цифровой обработки сигналов (ЦОС). Основные отличия ЦСП от обычных микропроцессоров состоят в использовании следующих принципов [46]:

- использование гарвардской архитектуры;
- использование RISC-архитектуры;
- применение конвейерной обработки;
- применение специализированных одноктактных вычислительных блоков;
- наличие разнообразных периферийных устройств на кристалле;
- включение специальных команд ЦОС в систему команд.

Гарвардская архитектура подразумевает хранение программ и данных в двух отдельных запоминающих устройствах. Соответственно в кристалле имеются несколько групп шин адреса и данных. Это позволяет совмещать во времени выборку команд и данных.

RISC-архитектура (Reduced instruction set computing – вычисления с сокращённым набором инструкций) – архитектура процессора, в которой

быстродействие увеличивается за счёт упрощения и сокращения общего числа инструкций, чтобы их декодирование было более простым, а время выполнения – меньшим.

Конвейерная обработка подразумевает одновременное исполнение различных стадий обработки нескольких команд. Конвейерная обработка используется для сокращения среднего времени выполнения одного командного цикла. Следует отметить, что в настоящее время конвейеры широко применяются и в процессорах общего назначения.

Применение специализированных одноктактных вычислительных блоков подразумевает наличие вычислителей, обеспечивающих выполнение арифметических операций – главным образом умножения – за один командный цикл. Применение одноктактных вычислителей обеспечивает быстродействие процессора при выполнении операций над цифровыми сигналами.

Наличие периферийных устройств на кристалле обеспечивает возможность взаимодействия процессора с различными устройствами ввода-вывода, а также высвобождение ресурсов процессора от выполнения некоторых операций. ЦСП, как правило, обладает несколькими портами ввода-вывода, отличающимися скоростью передачи данных, что обеспечивает возможность взаимодействия ЦСП сразу с несколькими устройствами ввода-вывода, отличающимися по быстродействию. В число периферийных устройств ЦСП также входят контроллеры прерываний и прямого доступа к памяти, которые позволяют освободить ресурсы ЦСП от контроля состояния сигнальных линий и перемещения данных между блоками памяти и периферийными устройствами, а также таймеры различного назначения.

Включение специальных команд ЦОС в систему команд ЦСП подразумевает, что система команд оптимизирована для выполнения базовых операций ЦОС. К числу таких команд относятся команда умножения с накоплением и команды обработки кольцевых буферов, используемые при реализации фильтров, команда инвертирования бит адреса, необходимая при выполнении БПФ.

Обобщённая структурная схема ЦСП, представленная на рис. 5.1, приведена с целью дать общее представление о внутренней структуре ЦСП и не претендует на полноту её описания. Более того, данная схема может изменяться в зависимости от производителя и модели ЦСП. Схема на рис. 5.1 создана на основе структуры процессоров фирмы Analog Devices.

Ядро ЦСП осуществляет управление течением программы обработки, формирование адресов для обращения к памяти и собственно выполнение математических операций над данными. Структурная схема ядра ЦСП представлена на рис. 5.2.

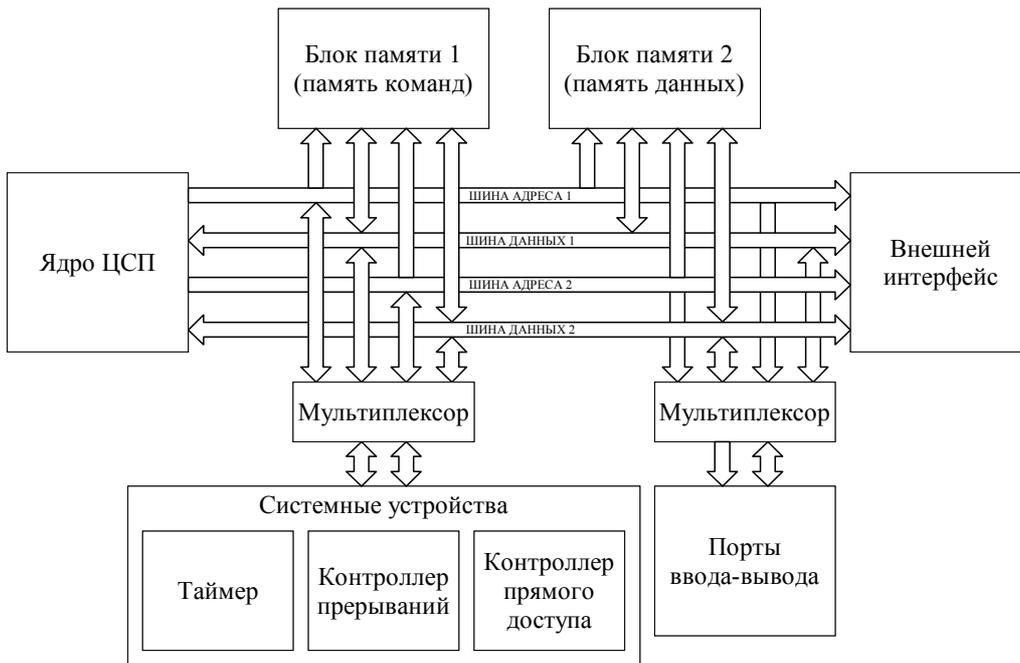


Рис. 5.1. Структурная схема цифрового сигнального процессора

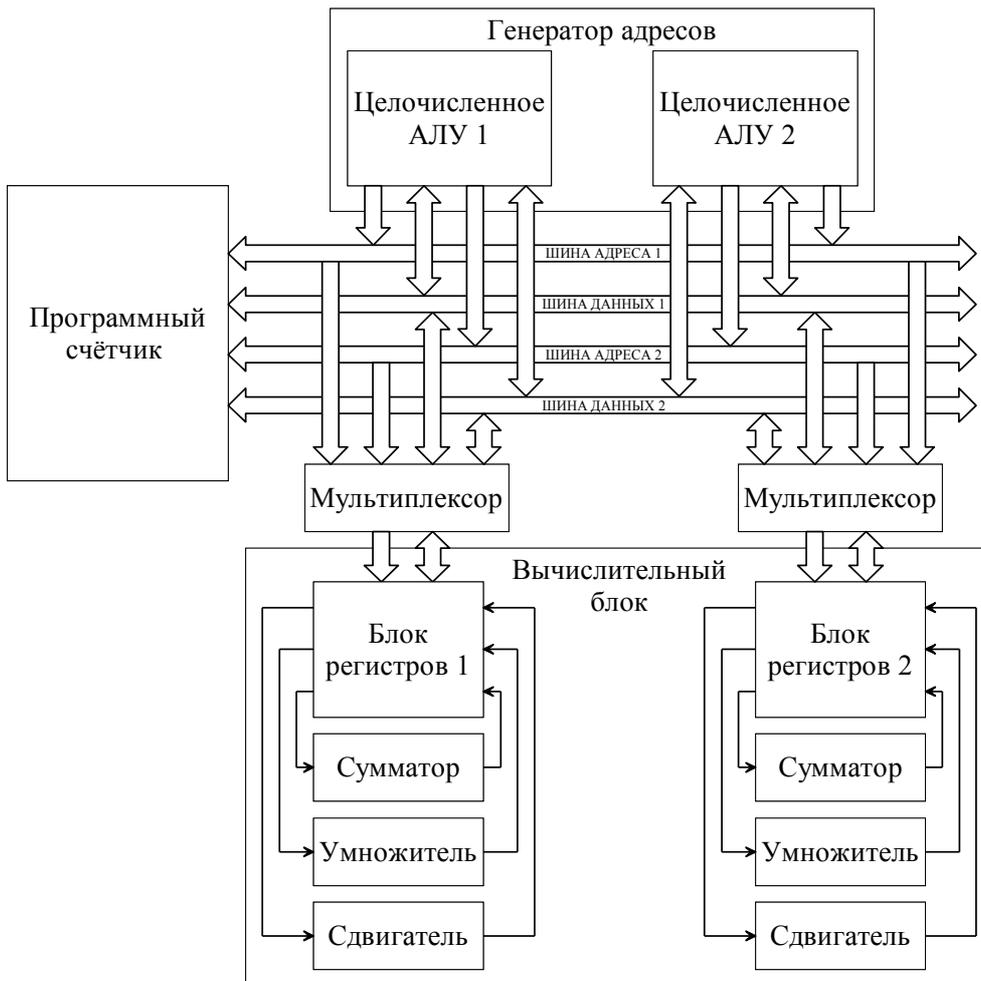


Рис. 5.2. Структурная схема ядра ЦСП

Программный счётчик осуществляет управление течением программы: интерпретацию инструкций, передачу отдельных команд другим блокам ядра и периферийным устройствам, чтение инструкций из памяти. Для обращения к памяти программный счётчик использует генератор адресов, содержащий два целочисленных арифметико-логических устройства (АЛУ), которые осуществляют вычисление адресов. Данные АЛУ используются для обслуживания циклов, чтения и записи данных с постинкрементом адреса.

Операции над данными выполняются в вычислительном блоке, который, как правило, содержит два АЛУ, в состав которых входят блок регистров для хранения данных, сумматор, умножитель (с накоплением), сдвигатель, обеспечивающий выполнение операций логического и арифметического сдвига. Наличие двух одинаковых АЛУ в составе вычислительного блока предназначено для повышения производительности ЦСП. Оба АЛУ могут выполнять либо одинаковые операции над разными данными (режим SIMD – single instruction multiple data), либо разные операции над одинаковыми данными (режим MISD – multiple instruction single data), либо разные операции с разными данными (режим MIMD – multiple instruction multiple data). Наличие блоков регистров в каждом АЛУ позволяет сохранять промежуточные результаты вычислений без обращения к оперативной памяти, что также служит повышению производительности ЦСП. В настоящее время наблюдается тенденция к увеличению числа ядер ЦСП.

Наличие двух групп шин адреса и данных позволяет одновременно обращаться к различным блокам памяти или периферийным устройствам. Данное решение предназначено для повышения скорости передачи данных. Изначально каждая группа шин предназначалась для обращения к одному блоку памяти. В ЦСП последних поколений все шины подключаются ко всем блокам памяти, и шинный арбитр выделяет любую свободную шину при обращении к памяти или периферийному устройству. Следует отметить, что в ЦСП последних поколений, например Analog Devices ADSP TS-101 и ADSP TS-201, Texas Instruments SM320C6424-EP и SM320C6727B-EP, реализуются три группы шин данных и, как минимум, три блока памяти, что призвано повысить производительность. При этом ЦСП последних поколений создаются с использованием модифицированной гарвардской архитектуры, которая допускает хранение данных в памяти команд.

Ещё одним возможным способом повышения производительности является увеличение количества команд, выполняемых одновременно. Использование в ЦСП RISC-архитектуры, при которой каждая команда определяет единственную операцию, и наличие нескольких независимых операционных модулей позволяют выполнять команды параллельно.

Общая команда процессора формируется как большая суперкоманда – набор (пакет) команд для отдельных модулей и, соответственно, имеет большую длину. Подобный подход обозначается аббревиатурой VLIW (Very Long Instruction Word, очень длинное слово команды) [47]. VLIW предполагает использование блоков регистров большого размера для хранения операндов и результатов работы всех операционных модулей. Длинные слова предполагают также существование многоразрядных шин передачи данных и слов команды. В ЦСП последних поколений, например ADSP TS-201, ширина шины данных достигает 128 бит.

Основные характеристики ЦСП некоторых производителей представлены в таблицах 5.1 – 5.4 [48–51].

Таблица 5.1

Семейства ЦСП фирмы Texas Instruments

Семейство	Максимальная тактовая частота, МГц	Производительность ядра, MIPS	Объем внутренней памяти, кБит	Количество ядер	Типы периферии
TMS320C62X	200, 250, 300	400, 500, 600	1024, 3072, 7168,	1	DMA, Timer, EMIF, XBus, PCI, SPORT
TMS320C64X	400, 500, 600, 720, 850, 900, 1000, 1200	3200, 4800, 5600, 7200, 8000, 9600	1024, 1408, 16384	1, 3, 6	DMA, Timer, EMIF, HPI, SRIO, Ethernet, UART, TSIP, McBSP
TMS320C67X (floating-point)	200, 225, 300, 350, 456	1000, 1200, 1350, 1800, 3648	2560, 3648, 5120	1	DMA, Timer, EMIF, UHPI, SPI
TMS320C66X (floating-point)	850, 1000, 1250	6800, 8000, 10000	8704, 32768	1, 2, 8	DMA, Timer, EMIF, SRIO, Ethernet, EART, PCIe, McBSP

Таблица 5.2

Семейства ЦСП фирмы Analog Devices

Семейство	Максимальная тактовая частота, МГц	Производительность ядра, MIPS	Объем внутренней памяти, кБит	Количество ядер	Типы периферии
Blackfin	350, 400, 500, 533, 600	700, 800, 1000, 1200, 1600, 2000, 2400	64, 100, 116, 132, 148, 324, 552	1, 2	DMA, Timer, EMIF, ePPI, USB, SPI, UART, SPORT, LINK, Ethernet
SHARC (floating-point)	200, 266, 333, 400, 450	400, 532, 666, 800, 900	1024, 2048, 3072, 5120	1	DMA, Times, EMIF, SPORT, SPI, UART
TigerSHARC (floating-point)	300, 500, 600	2400, 4000, 4800	4096, 6124, 12248, 24492	1	DMA, Timer, EMIF, LINK, LVDS

Таблица 5.3

Семейства ЦСП фирмы Freescale

Семейство	Максимальная тактовая частота, МГц	Производительность ядра, MIPS	Объём внутренней памяти, кБит	Количество ядер	Типы периферии
MSC81XX	300, 400, 500, 1000	1200, 1600, 2000, 4000	9368, 11488	1, 2, 4, 6	DMA, Timer, SDRAM, SRIO, PCIe, SPI, UART, Ethernet, DSI
MSC825X	1000	4000	9368	1, 2, 4, 6	DMA, Timer, SDRAM, SRIO, PCIe, SPI, UART

Таблица 5.4

Семейства ЦСП фирмы Элвис

Семейство	Максимальная тактовая частота, МГц	Производительность ядра, MIPS	Объём внутренней памяти, кБит	Количество ядер ¹	Типы периферии
MS-XX (плавающая точка)	80, 100	80, 160, 400	1280, 1408	1, 2	DMA, Timer, MPORT (SDRAM), SPORT, LINK, UART, PCI
NVCom (плавающая точка)	250	1000	4096	3	DMA, Timer, MPORT (SDRAM), I2C, UART, Ethernet, MFBSF

Программирование ЦСП осуществляется или на языке высокого уровня С или на ассемблере процессора, который может существенно отличаться у разных производителей.

5.2 Программируемые логические интегральные схемы

ПЛИС представляет собой цифровое логическое устройство, логика работы которого задаётся посредством программирования. Простейшим видом программируемого логического устройства является постоянное запоминающее устройство (ПЗУ). Обладая N адресными линиями и M линиями данных, ПЗУ может реализовать M N-входовых логических функций. Содержимое ПЗУ может рассматриваться как таблица истинности некоторой цифровой схемы, содержащей комбинаторную логику. Программируемые устройства подобного типа называются PAL (Programmable Array of Logic). Недостатком PAL-устройств является отсутствие в их составе триггеров. Несмотря на то что триггеры могут быть реализованы с применением только комбинаторных логических устройств, очевидно, что такое использование ресурсов весьма непродуктивно [52].

¹ ЦСП фирмы «Элвис» содержат также выделенное ядро микроконтроллера для работы с периферией. Указано количество ЦСП ядер без учёта ядра микроконтроллера.

Очевидным шагом к более эффективному использованию логических ресурсов является введение в состав программируемой микросхемы триггеров. Однако в этом случае, кроме программирования таблиц истинности логических элементов, необходимо реализовать также внутренние соединения между выходами логических элементов и входами триггеров. В ПЛИС такие соединения осуществляются коммутируемые программируемыми ключами. Для нормального функционирования этих соединений в ПЛИС существует теньная (конфигурационная) память, хранящая таблицу соединений.

В настоящее время наиболее распространенные серии ПЛИС имеют следующую архитектуру:

- CPLD (Complex Programmable Logic Device), устройства, использующие для хранения конфигурации энергонезависимую память (Flash или EEPROM);
- FPGA (Field Programmable Gate Array), устройства, использующие для хранения конфигурации энергозависимую память, которая требует инициализации после включения питания.

ПЛИС с архитектурой CPLD

Микросхемы CPLD состоят из матрицы однотипных логических ячеек (макроячеек). На рис. 5.3 приведена внутренняя структура макроячейки ПЛИС семейства Xilinx XC9500 [52].

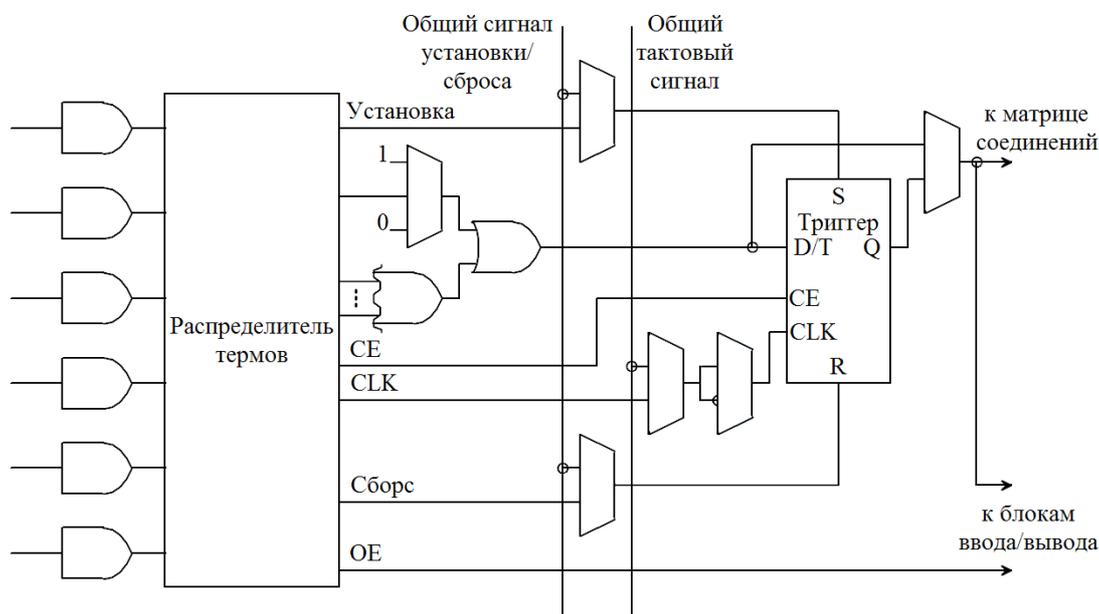


Рис. 5.3. Структура макроячейки ПЛИС семейства Xilinx XC9500

В состав макроячейки входят триггер и распределитель термов, который имеет большое количество входов (до 36). Выходом макроячейки может быть как выход триггера, так и выход распределителя термов. Кроме того, управляющие сигналы триггера также могут быть сформированы на

базе логических функций распределителя. Такая структура позволяет реализовать на базе макроячейки разнообразные цифровые модули и схемные решения.

Отдельные макроячейки, входящие в состав ПЛИС, объединены в функциональные блоки. Кроме того, электрический интерфейс с внешними устройствами обеспечивается блоками ввода-вывода (Input/Output – IO), которые создают условия для буферизации выходных сигналов и согласования входных логических уровней. Эти блоки включают в себя выходные буферы с тремя состояниями и могут программироваться на ввод или вывод индивидуально. Для оптимального размещения логических устройств на кристалле ПЛИС имеют специальные трассировочные ресурсы (матрица соединений Fast Connect), облегчающие соединение макроячеек и внешних выводов ПЛИС. Структура ПЛИС семейства Xilinx CX9500 представлена на рис. 5.4.

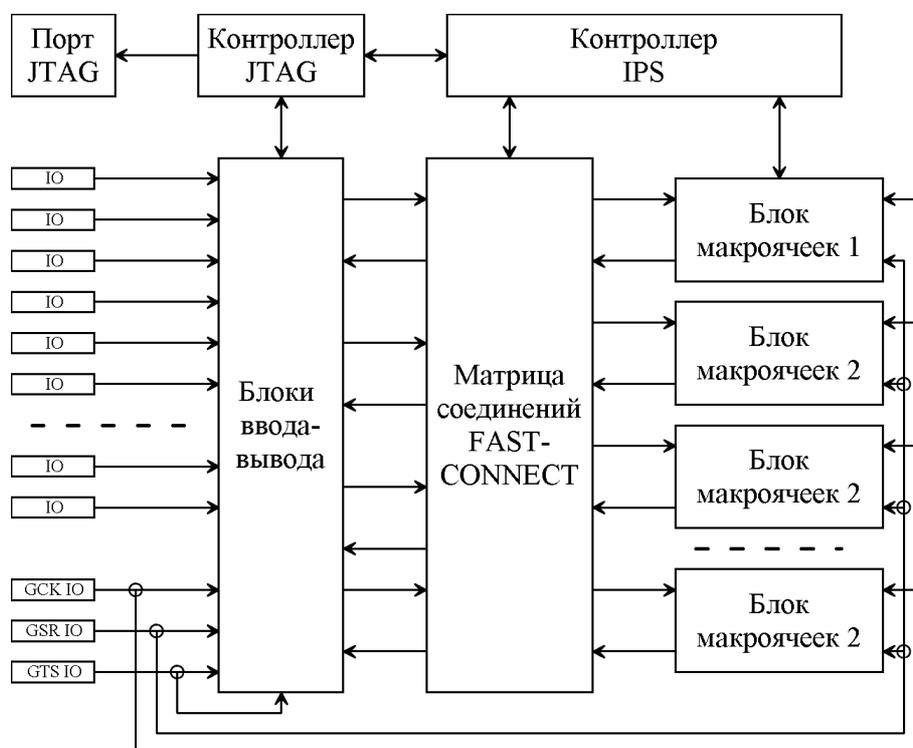


Рис. 5.4. Структура ПЛИС семейства Xilinx CX9500

Кроме того, некоторые блоки ввода-вывода могут выполнять специальные функции. Например, блок ввода-вывода общего тактового сигнала (Global Clock – GSK) содержит в своем составе специальный буферный элемент с высокой скоростью нарастания выходного сигнала. Выход этого блока может быть соединён с макроячейками специальными трассировочными линиями, обеспечивающими минимальную задержку распространения сигнала, что позволяет добиваться наилучших скоростных характеристик. Аналогично сигнал установки/сброса (Global Set/Reset – GSR) обеспечивает сброс или установку всех триггеров

макроячеек, а общий сигнал перевода в высокоимпедансное состояние (Global Tri-State – GTS) переводит все выходные буферы ПЛИС в высокоимпедансное состояние.

Для программирования конфигурационной памяти используется интерфейс JTAG. Контроллер JTAG и контроллер IPS, предназначенный для программирования флеш-ПЗУ, располагаются на кристалле и обеспечивают достаточно простую технологию перепрограммирования ПЛИС CPLD.

Технология изготовления и структура макроячеек ПЛИС CPLD в значительной степени обуславливают преимущественные области их применения. Прежде всего, многоходовые логические генераторы способны реализовать весьма сложные функции. Это делает ПЛИС CPLD весьма привлекательными для реализации конечных автоматов с достаточно сложными условиями перехода между состояниями. Кроме того, очевидной сферой использования CPLD является замена комбинаторной логики и устройств малой и средней степени интеграции в цифровых (в том числе, микропроцессорных) системах общего назначения.

Простота структуры и наличие большого количества трассировочных ресурсов даёт большую свободу в размещении проекта на кристалле и позволяет в конечном итоге минимизировать задержки распространения сигналов по кристаллу. Необходимо отметить также, что CPLD часто способны обеспечить 100 %-ное использование логических ресурсов, благодаря разветвленной схеме внутренних соединений и возможности комбинировать ресурсы логических генераторов.

Однако та же структура макроячеек вносит и некоторые ограничения. Прежде всего, наиболее дефицитным логическим ресурсом CPLD является триггер. Поэтому CPLD мало пригодны для проектирования устройств, насыщенных триггерами, а также регистрами и счётчиками, использующими триггеры для своей реализации.

ПЛИС с архитектурой FPGA

Основным элементом FPGA фирмы Xilinx является конфигурируемый логический блок (CLB). Структура CLB ПЛИС семейства Xilinx Spartan приведена на рис. 5.5.

Базовая логическая ячейка ПЛИС FPGA содержит два триггера и 4-входные логические генераторы LUT (Look-Up Table – таблица истинности). В составе ПЛИС FPGA отсутствует флеш-память для хранения конфигурации, поэтому все таблицы истинности логических элементов должны быть занесены в обычную статическую память. Её фрагментами и являются LUT, которые представляют собой блоки памяти с организацией 16x1. Это позволяет реализовать таблицу истинности любого 4-входного логического элемента. Кроме того, являясь по своей сути фрагментом памяти, каждая LUT может быть использована как

оперативное запоминающее устройство с организацией 16x1 или как 16-разрядный сдвиговый регистр. Это даёт возможность создавать небольшие по объёму блоки распределённой по кристаллу памяти. Наличие двух триггеров в составе CLB позволяет реализовывать устройства, насыщенные регистрами, счётчиками и другими подобными узлами.

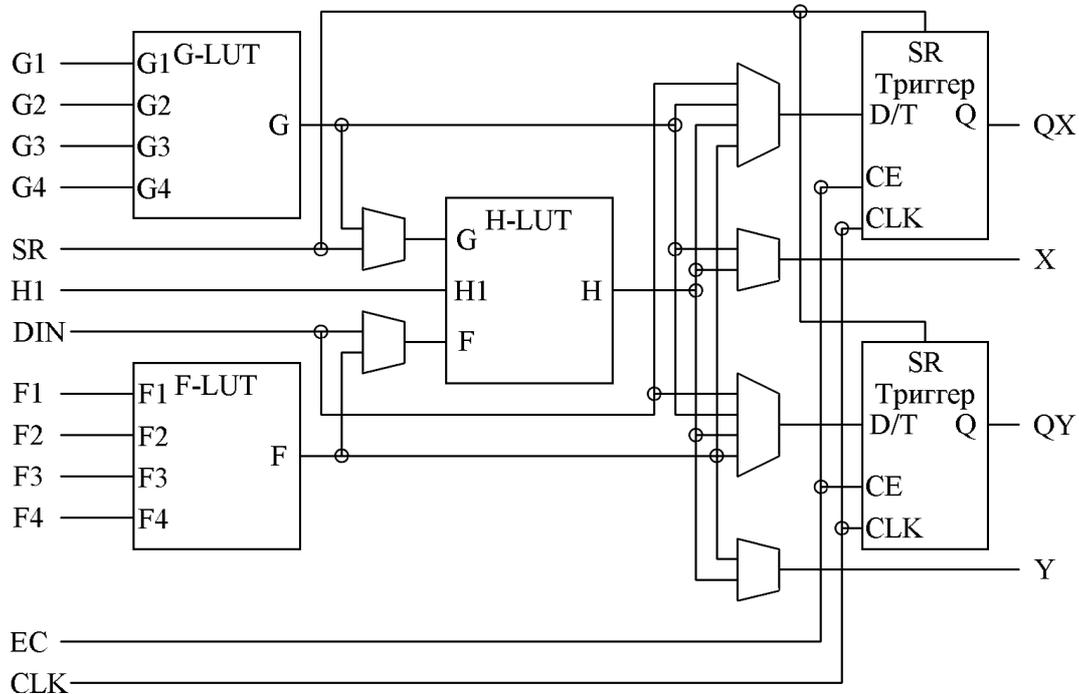


Рис. 5.5. Структура CLB ПЛИС семейства Xilinx Spartan

ПЛИС, выполненная по технологии FPGA, состоит из прямоугольной матрицы CLB, между CLB располагаются программируемые трассировочные линии. Отдельные CLB не имеют индивидуальных выходов, соединённых с внешними выводами ПЛИС. Вместо этого функции преобразования сигналов выполняют блоки ввода-вывода (Input/Output Block, IOB). Между матрицей CLB и блоками ввода-вывода имеются отдельные межсоединения, которые и обеспечивают подключение внешних сигналов. Структура ПЛИС FPGA семейства Xilinx Spartan представлена на рис. 5.6.

Архитектура с отдельным расположением основных логических ресурсов и блоков ввода-вывода создаёт и некоторые трудности при создании топологии внутренних соединений. Если проекты, выполняемые в ПЛИС CPLD, часто допускают 100 %-ное использование макроячеек, то подобный результат для устройств FPGA является практически недостижимым. Это связано с тем, что выбранное алгоритмами трассировки кристалла взаимное расположение отдельных узлов проекта внутри ПЛИС может оказаться неудобным для последующего соединения их с блоками ввода-вывода. Для семейства Spartan можно ожидать успешной трассировки относительно сложных проектов вплоть до

60–70 %-ного использования CLB. Для ПЛИС FPGA последних поколений данный показатель достигает 80–90 %.

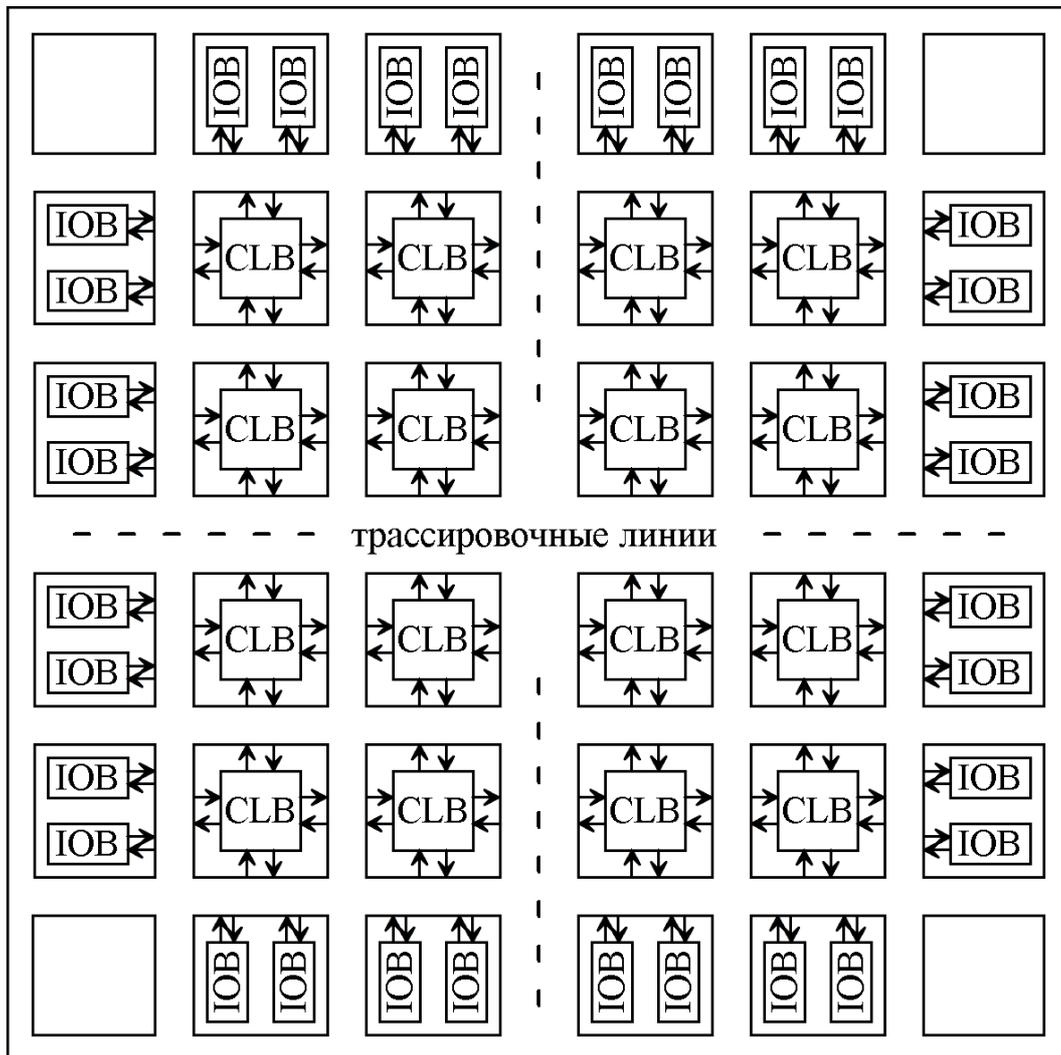


Рис. 5.6. Структура ПЛИС FPGA семейства Xilinx Spartan

Помимо матрицы CLB и блоков ввода-вывода, ПЛИС FPGA последних поколений оснащаются блочной памятью, которая располагается по периферии матрицы CLB. Эта память может использоваться как для хранения данных, так и для реализации комбинаторной логики. Подобным образом достигается максимальная гибкость в выборе методологии проектирования, поскольку одна и та же логическая структура может быть реализована целым рядом способов.

Практически все ПЛИС последних поколений оснащаются аппаратными устройствами быстрого умножения. Умножители расположены вблизи отдельных блоков выделенной памяти и позволяют с минимальными аппаратными затратами выполнять операцию «умножение с накоплением», при этом блочная память может выступать в роли устройства хранения множителей. Внедрение аппаратных

умножителей обеспечивает ПЛИС широкие возможности в области цифровой обработки сигналов. Кроме того, некоторые ПЛИС оснащаются одним или несколькими ядрами микропроцессоров. Наличие микропроцессора в кристалле ПЛИС создаёт дополнительные возможности для управления внешними устройствами и обработки сигналов. При необходимости ядро микропроцессора может быть сформировано программно на логических ресурсах ПЛИС.

Характеристики семейств ПЛИС FPGA фирм-производителей Altera и Xilinx представлены соответственно в таблицах 5.5 и 5.6 [53, 54].

Таблица 5.5

Характеристики ПЛИС FPGA фирмы Altera

Семейство	Эквивалентное число логических вентилей	Объём блочной памяти, кбит	Число аппаратных умножителей	Аппаратный процессор
Cyclone II	4608 – 68416	117 – 1125	13 – 150	–
Cyclone III	5136 – 198464	333 – 3888	23 – 396	–
Cyclone IV	6272 – 149760	270 – 6480	0 – 360	–
Cyclone V	25000 – 301000	1190 – 12200	50 – 684	ARM Cortex-A9
Arria II	45125 – 348500	2900 – 11200	232 – 1040	–
Arria V	75000 – 504000	8000 – 34000	480 – 2312	Dual-core ARM Cortex-A9
Stratix III	47500 – 338000	1836 – 16272	216 – 768	–
Stratix IV	72600 – 813050	6462 – 20136	384 – 1288	–
Stratix V	236000 – 952000	13000 – 52000	512 – 3926	–

Таблица 5.6

Характеристики ПЛИС FPGA фирмы Xilinx

Семейство	Эквивалентное число логических вентилей	Объём блочной памяти, кбит	Число аппаратных умножителей	Аппаратный процессор
Spartan 3	1728 – 74880	72 – 1872	4 – 104	–
Spartan 6	3840 – 147443	216 – 4824	8 – 180	–
Virtex 4	12312 – 200448	864 – 9936	32 – 512	IBM PowerPC 405
Virtex 5	82994 – 331776	3456 – 18576	48 – 384	IBM PowerPC 405
Virtex 6	74496 – 566784	5616 – 38304	288 – 2016	–
Virtex 7	215000 – 1955000	13000 – 68000	740 – 3600	–
Zynq-7000	179200 – 2841600	240 – 3020	80 – 2020	Dual-core ARM Cortex-A9

В настоящее время программирование ПЛИС осуществляется на так называемых языках описания аппаратуры (Hardware Description Language) VHDL и Verilog. Эти языки приближены к обычным алгоритмическим языкам программирования. Кроме того, многие системы моделирования, например MATLAB и SystemView, имеют возможность трансляции моделей на HDL, т. е. модели РТС могут быть легко перенесены на ПЛИС.

5.3 Требования к производительности аппаратных средств при полунатурном моделировании радиоканалов

Требования к производительности аппаратных средств, обеспечивающих имитацию радиоканалов в реальном масштабе времени, определяются общим числом выборок импульсной характеристики (ИХ) канала и интервалом её дискретизации. Следует также учитывать, что некоторые РТС (обычно – радиолокационные) имеют изменяемую разрешающую способность по дальности – времени. При этом если интервал дискретизации ИХ радиофизической сцены будет фиксирован, то количество выборок ИХ будет изменяться в зависимости от разрешающей способности РТС по времени. В случае большого диапазона изменения разрешающей способности РТС это приведёт к неэффективному использованию ресурсов устройства ЦОС, на котором будет реализовываться формирующий КИХ-фильтр, или даже невозможности реализации требуемой длины ИХ на доступной элементной базе. Если же интервал дискретизации ИХ радиофизической сцены будет изменяться в соответствии с изменениями разрешающей способности РТС по дальности, то количество выборок ИХ будет сохраняться постоянным при любом разрешении РТС. Таким образом, можно сформулировать рекомендацию, что при реализации имитатора для РТС с переменной разрешающей способностью по времени интервал дискретизации ИХ радиофизической сцены следует изменять пропорционально изменениям разрешающей способности РТС.

Если интервал дискретизации ИХ радиофизической сцены выбрать вдвое меньше разрешающей способности РТС по времени, то частота дискретизации комплексной ИХ будет равна полосе частот зондирующего сигнала. Производительность устройства ЦОС, которая необходима для реализации формирующего КИХ-фильтра с количеством выборок ИХ N и частотой их дискретизации f_{Δ} , может быть вычислена по формуле:

$$P = 4 N f_{\Delta}, \quad (5.3.1)$$

где единицей измерения P является количество операций умножения с накоплением в секунду.

Максимальная производительность устройств ЦОС, которые содержат аппаратные одноктактные умножители с накоплением, может быть определена по следующей формуле:

$$P = N_M f_{\tau \max}, \quad (5.3.2)$$

где N_M – количество аппаратных умножителей с накоплением, которое содержит устройство ЦОС; $f_{\tau \max}$ – максимальная допустимая тактовая частота устройства ЦОС.

В соответствии с данным выражением были рассчитаны максимальные производительности некоторых устройств ЦОС, значения которых представлены в таблице 5.7.

Таблица 5.7

Производительность устройств ЦОС

Наименование	N_M	$f_{\tau \max}$, МГц	P , 10^9 умножений с накоплением в секунду
ЦСП Texas Instruments TMS320C6454	2	1000	2,00
ЦСП Analog Devices ADSP-TS201S	2	600	1,20
ПЛИС Xilinx Spartan 3 S	40	350	1,40
ПЛИС Xilinx Spartan 6 SLX	180	390	70,2
ПЛИС Xilinx Virtex 4 VSX	192	450	86,40
ПЛИС Xilinx Virtex6 VSX	2016	600	1209,6
ПЛИС Altera Stratix V GS	3510	500	1755
ПЛИС Altera Arria II GZ	1040	380	395,2
ПЛИС Altera Cyclone IV GX	360	287	103,3

Обобщая результаты выбора элементной базы можно сформулировать следующую рекомендацию. Для реализации имитатора канала, ИХ которого содержит N выборок, при максимальной полосе частот сигнала РТС f_{δ} необходимо использовать устройство ЦОС, количество аппаратных умножителей с накоплением N_M и максимальная тактовая частота $f_{\tau \max}$ которого удовлетворяют условию:

$$4N f_{\delta} \leq \eta N_M f_{\tau \max}, \quad (5.3.3)$$

где η – коэффициент использования ресурсов устройства ЦОС (вводится в связи с тем, что ресурсы ПЛИС не полностью используются при реализации проекта; нормальным коэффициентом использования ПЛИС является 80–90 % от общего объёма ресурсов).

С использованием выражения (5.3.3) для рассмотренных устройств ЦОС были получены зависимости максимального реализуемого количества выборок ИХ от частоты дискретизации ИХ. Графики данных зависимостей представлены на рис. 5.7.

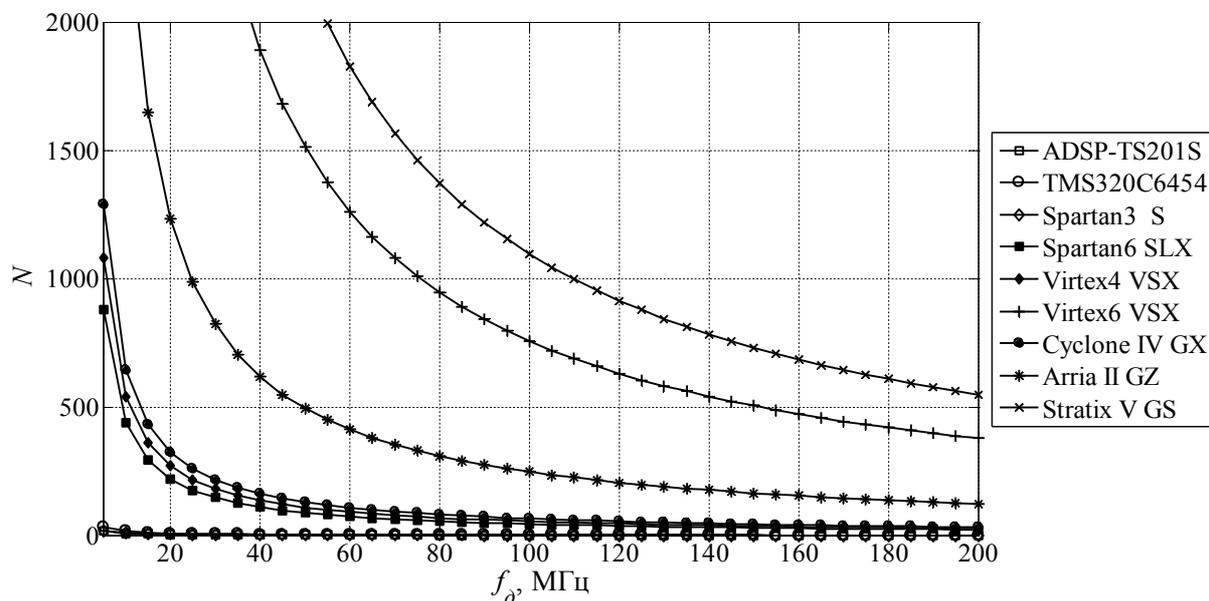


Рис. 5.7. Зависимость максимального реализуемого количества выборок ИХ от частоты дискретизации ИХ для различных устройств ЦОС.

Современные ПЛИС обеспечивают возможность имитации в реальном масштабе времени всех видов радиоканалов для систем радиосвязи и радионавигации и для большинства радиолокационных систем.

5.4 Контрольные вопросы

1. Что представляют собой ЦСП? Каковы отличительные особенности ЦСП от процессоров общего назначения?
2. Укажите основные принципы гарвардской архитектуры вычислительных машин. В чём состоят отличия модифицированной гарвардской архитектуры от классической?
3. Почему RISC-архитектура процессора позволяет повысить производительность вычислительных операций?
4. Приведите схему, отражающую общие принципы построения ЦСП? Какими техническими средствами обеспечивается повышение производительности ЦСП?
5. Приведите общую структурную схему ядра ЦСП? Какими техническими средствами обеспечивается повышение производительности ядра ЦСП?
6. Изложите суть подхода очень длинного слова команды. Чем обеспечивается возможность использования данного подхода?

7. Что представляют собой ПЛИС? На какие виды разделяются ПЛИС?
8. Какова общая структура ПЛИС CPLD и структура её макроячеек?
9. Какова общая структура ПЛИС FPGA и структура её конфигурируемых логических блоков CLB?
10. Какой объём логических ресурсов может быть максимально использован на ПЛИС CPLD и FPGA? Почему?
11. Какие типы устройств лучше реализовывать на ПЛИС CPLD и FPGA? Почему?
12. Укажите возможные способы разработки программ для ПЛИС.
13. Каким требованиям должны удовлетворять аппаратные средства для реализации имитатора радиоканала, работающего в реальном масштабе времени?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васильев, К. К. Математическое моделирование систем : учебное пособие / К. К. Васильев, М. Н. Служивый. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – 170 с.
2. Галкин, А. П. Моделирование каналов систем связи / А. П. Галкин, А. Н. Лапин, А. Г. Самойлов. – М. : Связь, 1979. – 100 с.
3. Монаков, А. А. Основы математического моделирования радиотехнических систем : учебное пособие / А. А. Монаков. – СПб. : ГУАП, 2005. – 100 с.
4. Борисов, Ю. П. Математическое моделирование радиотехнических систем и устройств / Ю. П. Борисов, В. В. Цветнов. – М. : Радио и связь, 1985. – 176 с.
5. Быков, В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике / В. В. Быков. – М. : Советское радио, 1971. – 328 с.
6. Jeruchim, Michel C. Simulation of Communication Systems Modeling, Methodology and Techniques / Michel C. Jeruchim, Philip Balaban, K. Sam Shanmugan. – 2-nd ed. – N. Y.: Kluwer Academic Publishers, 2002. – 937 p.
7. Шеннон, Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука / Р. Шеннон. – М. : Мир, 1978. – 420 с.
8. Волков, Л. Н. Цифровые системы радиосвязи : базовые методы и характеристики : учебное пособие / Л. Н. Волков, В. С. Немировский, Ю. С. Шинаков. – М. : Эко-Трендз, 2005. – 392 с.
9. Хан, Г. Статистические модели в инженерных задачах / Г. Хан, С. Шапиро. – М. : Мир, 1969. – 396 с.
10. Вероятностные методы в инженерных задачах : справочник / А. Н. Лебедев, М. С. Куприянов, Д. Д. Недосекин, Е. А. Чернявский. – СПб. : Энергоатомиздат, 2000. – 333 с.
11. Баскаков, С. И. Радиотехнические цепи и сигналы : учебник для вузов по спец. «Радиотехника». – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Высшая школа, 2000. – 462 с.
12. Опенгейм, А. Цифровая обработка сигналов / А. Опенгейм, Р. Шафер. – М. : Техносфера, 2006. – 856 с.
13. Гоноровский, И. С. Радиотехнические цепи и сигналы : учебник для вузов / И. С. Гоноровский. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Радио и связь, 1986. – 512 с.
14. Тихонов, В. И. Статистическая радиотехника / В. И. Тихонов. – М. : Советское радио, 1966. – 680 с.
15. Левин, Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б. Р. Левин. – М. : Советское радио, 1968. – 504 с.
16. Рабинер, Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд. – М. : Мир, 1987. – 848 с.

17. Digital mobile radio towards future generation systems : COST 231 Final report.

18. Okamura, Y. Field strength and its variability in VHF and UHF land-mobile service / Y. Okumura, E. Ohmori, T. Kawano, K. Fukuda // Review of the Electrical Communication Laboratory. – 1968. – Vol. 16, № 9–10. – P. 825–873.

19. Рекомендация МСЭ-R P.1407 : Многолучевое распространение и параметризация его характеристик.

20. Recommendation ITU-R P.1816 : The prediction of time and spacial profile for broadband land mobile services using UHF and SHF bands.

21. Gans, M. J. A power-spectral theory of propagation in the mobile-radio environment / M. J. Gans // IEEE Trans. Veh. Technol. – 1972. – Vol. VT-21, № 1. – P. 27–38.

22. Haas, E. Aeronautical channel modeling / E. Haas // IEEE Trans. Veh. Technol. – 2002. – Vol. 51, № 2. – P. 254–264.

23. Clarke, R. H. 3-D mobile radio channel statistics / R. H. Clarke, W. L. Khoo // IEEE Trans. Veh. Technol. – 1997. – Vol. 46, № 3. – P. 798–799.

24. Cox, D. C. Delay Doppler characteristics of multipath propagation at 910 MHz in a suburban mobile radio environment / D. C. Cox // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. – 1972. – Vol. AP-20, № 5. – P. 625–635.

25. Recommendation ITU-R F.1487 : Testing of HF modems with bandwidths of up to about 12 kHz using ionospheric channel simulators.

26. Bello, P. A. Aeronautical channel characterizations / P. A. Bello // IEEE Trans. Commun. – 1973. – Vol. 21, № 21. – P. 548–563.

27. Орлов, Р. А. Моделирование радиолокационных отражений от земной поверхности / Р. А. Орлов, Б. Д. Торгашин. – Л. : Изд-во Лен. ун-та, 1978. – 148 с.

28. Чёрный, Ф. Б. Распространение радиоволн / Ф. Б. Чёрный. – М. : Советское радио, 1972. – 464 с.

29. Борзов, А. Б. Методы цифрового моделирования радиолокационных характеристик сложных объектов на фоне природных и антропогенных образований / А. Б. Борзов, А. В. Соколов, В. Б. Сучков // Успехи современной электроники. Зарубежная радиоэлектроника. – 2001. – № 5. – С. 55–66.

30. Борзов, А. Б. Цифровое моделирование входных сигналов систем ближней радиолокации от сложных радиолокационных сцен / А. Б. Борзов, А. В. Соколов, В. Б. Сучков // Успехи современной радиоэлектроники. – 2004. – № 9–10. – С. 38–62.

31. Сухаревский, О. И. Рассеяние электромагнитных волн воздушными и наземными объектами / О. И. Сухаревский и др. – Харьков : ХУПС, 2009. – 468 с.

32. Киселёва, Ю. В. Определение характеристик имитатора радиолокационных сигналов режима картографирования / Ю. В. Киселёва,

А. Н. Кренёв // Радиолокация, навигация, связь : сб. докладов VIII Международной научно-технической конференции, 23–25 апреля 2002 г., Воронеж. – Воронеж : Саквое, 2002. – Т. 3. – С. 2016–2026.

33. Киселёва, Ю. В. Полунатурное моделирование в задаче картографирования земной поверхности / Ю. В. Киселёва, А. Н. Кренёв // Телекоммуникации. – 2003. – № 2. – С. 26–29.

34. Фейнберг, Е. Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности / Е. Л. Фейнберг. – М. : Наука, 1999. – 497 с.

35. Штагер, Е. А. Рассеяние радиоволн на телах сложной формы / Е. А. Штагер. – М. : Радио и связь, 1986. – 184 с.

36. Радиолокационные методы исследования Земли / под ред. Ю. А. Мельника. – М. : Советское радио, 1980. – 262 с.

37. Блюх, П. В. Критерий дальней зоны при рассеянии флуктуирующих волн на колеблющемся теле / П. В. Блюх, Е. А. Штагер // Труды IX симпозиума по теории дифракции и рассеянию волн. – Тбилиси, 1985. – 214 с.

38. Штагер, Е. А. О критерии дальней зоны при измерении среднего эффективного поперечника рассеяния группы отражателей / Е. А. Штагер // Радиотехника и электроника. – 1970. – Т. 25, № 9. – С. 1791–1796.

39. Марков, Г. Т. Антенны / Г. Т. Марков, Д. М. Сазонов. – М. : Энергия, 1975. – 528 с.

40. Виноградов, К. Е. Физическое моделирование сигнала, отражённого от поверхности, в задаче радиолокационного картографирования / К. Е. Виноградов и др. // Перспективы использования новых технологий и научно-технических решений в ракетно-космической и авиационной промышленности : труды Международной конференции / под ред. Е. И. Артамонова. – М. : Институт проблем управления РАН, 2008. – С. 98–99.

41. Герасимов, А. Б. Имитация эхо-сигналов поверхности для отработки радиолокационных систем дистанционного зондирования в режимах картографирования / А. Б. Герасимов, А. Н. Кренёв, Д. С. Погребной // Радиофизические методы в дистанционном зондировании сред : сб. докладов Четвёртой Всероссийской научной школы и конференции. Муром, 30 июня – 3 июля 2009 г. – Муром : Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2009. – С. 331–335.

42. Герасимов, А. Б. Методика и результаты измерений основных метрологических характеристик имитатора эхо-сигнала радиофизической сцены / А. Б. Герасимов, А. Н. Кренёв, Д. С. Погребной // Проектирование и технологии электронных средств. – 2009. – № 4. – С. 47–51.

43. Герасимов, А. Б. Условия наименьшей трудоёмкости моделирования эхо-сигнала поверхности Земли с заданной погрешностью / А. Б. Герасимов // Вестник Ярославского государственного университета

им. П. Г. Демидова. Серия Естественные и технические науки. – 2011. – № 1.–С. 48 – 53.

44. Герасимов, А. Б. Имитация радиосигналов, рассеянных сложными радиофизическими сценами, в реальном масштабе времени : автореф. дис. ... канд. техн. наук / А. Б. Герасимов. – Владимир, 2011. – 23 с.

45. GSM 05.05 Version 5.0.0 : Digital cellular communication systems (Phase 2+) ; Radio transmission and reception. 1996. March. – URL:http://www.etsi.org/deliver/etsi_gts/05/0505/05.00.00_60/gsmts_0505v050000p.pdf

46. Марков, С. Цифровые сигнальные процессоры / С. Марков. – Кн. 1. – М. : Микроарт, 1996. – 144 с.

47. Соломина, А. И. Алгоритмы и процессоры цифровой обработки сигналов / А. И. Соломина, Д. А. Улахович, Л. А. Яковлев. – Спб. : БХВ-Петербург, 2002. – 464 с.

48. Analog Devices web site. Processors and DSP. – URL:<http://www.analog.com/en/processors-dsp/products/index.html>

49. Texas Instruments web site. Digital signal processors. – URL:<http://www.ti.com/lscs/ti/dsp/overview.page>

50. Freescale web site. StarCore Digital signal processors. – URL:http://www.freescale.com/webapp/sps/site/homepage.jsp?code=STARCORE_HOME

51. Интернет сайт Элвис. Цифровые сигнальные процессоры. – URL:<http://multicore.ru/index.php?id=27>

52. Тарасов, И. Е. Разработка цифровых устройств на основе ПЛИС Xilinx с применением языка VHDL. – М. : Горячая линия – Телеком, 2005. – 252 с.

53. Xilinx web site. Programmable Devices – URL:<http://www.xilinx.com/products/silicon-devices/index.htm>

54. Altera web site. Devices – URL:<http://www.altera.com/devices/dvcs-index.html>

Учебное издание

Герасимов Александр Борисович
Кренёв Александр Николаевич
Селянская Екатерина Андреевна

Полунатурное моделирование радиотехнических систем

Учебное пособие

Редактор, корректор М. В. Никулина
Правка, верстка А. Б. Герасимов

Подписано в печать 26.02.2014. Формат 60×84¹/₁₆.

Усл. печ. л. 7,44 Уч.-изд. л. 7,0.

Тираж 60 экз. Заказ .

Оригинал-макет подготовлен
в редакционно-издательском отделе ЯрГУ.

Ярославский государственный университет
им. П. Г. Демидова.

150000, Ярославль, ул. Советская, 14.