

Министерство образования Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

Н. В. Дроздова, И. Г. Переломова

Экономико-математическое моделирование

Учебное пособие

*Рекомендовано
Научно-методическим советом университета
для студентов, обучающихся по специальностям
Бухгалтерский учет, анализ и аудит, Менеджмент организации,
Финансы и кредит, Мировая экономика*

Ярославль 2010

УДК 330.4
ББК У.в611я73
Д 75

*Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2010 года*

Рецензенты:

М. А. Терентьев, д-р экон. наук, профессор, зав. кафедрой
экономической теории ЯГПУ им. К. Д. Ушинского;
кафедра математики и статистики ЯФ МЭСИ.

Дроздова, Н. В. Экономико-математическое моделирование: учеб. пособие / Н. В. Дроздова, И. Г. Переломова; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. – Ярославль : ЯрГУ, 2010. – 246 с.

ISBN 978-5-8397-0730-6

В учебном пособии рассматриваются вопросы формирования экономико-математических моделей, включая методологию, аксиоматическое обоснование, информационные аспекты. Приводятся классификации экономико-математических моделей, а также многочисленные примеры различных моделей.

Основное внимание уделено формализации экономических процессов и области применения рассмотренных моделей.

Предназначено для студентов, обучающихся по специальностям 080109.65 Бухгалтерский учет, анализ и аудит, 080507.65 Менеджмент организации, 080105.65 Финансы и кредит, 080102.65 Мировая экономика (дисциплина «Математика», блок ЕН), очной, очно-заочной и заочной форм обучения.

УДК 330.4
ББК У.в611я73

© Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова,
2010

ISBN 978-5-8397-0730-6

Введение

Экономико-математическое моделирование – это умение формулировать и решать проблемы, касающиеся каждого человека. И в то же время – это наука, предназначенная для экономистов и математиков.

Первое обстоятельство, на которое следует обратить внимание, заключается в том, что любой человек не только не может полностью осознать окружающую действительность, но даже не в состоянии правильно воспользоваться доступной для него информацией. Например, люди, выслушав одного и того же оратора, часто из полученной информации делают совершенно противоположные выводы. Следовательно, у каждого человека свое представление об окружающем мире, причем это представление лишь частично отражает действительность. Таким образом, можно сделать вывод, что у каждого человека своя модель окружающего мира. Даже если человек собирается купить продукты питания, он:

- обдумывает маршрут, чтобы более экономно использовать время; проверяет свою платежеспособность, вспоминая цены на продукты;

- рассчитывает объем и ассортимент покупок;
- берет соответствующую емкость для продуктов.

Следовательно, каждый индивид предварительно продумывает свои действия, другими словами, он занимается моделированием.

Второе обстоятельство заключается в том, что каждый индивид старается наиболее эффективно использовать имеющуюся в его распоряжении информацию. Отсюда вывод: каждый индивид занимается не просто моделированием, а экономическим моделированием. Так как люди в одних и тех же ситуациях совершают разные поступки, это означает, что и модели у каждого свои. Насколько правильна та или иная модель представления об окружающем мире? Это, очевидно, зависит от способности различать и формулировать проблемы. Экономико-математическое моделирование необходимо прежде всего для однозначной формулировки проблем – не только для индивида, но и для окружающих его людей. В экономической сфере это является наиболее

важной частью деятельности любого менеджера, для которого экономико-математическое моделирование – важнейший инструмент, позволяющий принимать адекватные решения. Причем все аспекты экономико-математического моделирования предназначены для менеджеров, принимающих ответственные решения, а все участвующие в этом процессе должны только помогать менеджеру.

Компьютер позволяет сделать доступной информацию, для получения которой раньше требовалось много времени, но компьютер не позволяет формировать и оценивать принимаемые решения. Экономико-математическое моделирование призвано исправить эту ситуацию. И первая задача, которая естественно возникает в процессе экономико-математического моделирования, – это адекватная формулировка проблемы. Если рассматривать другие науки, то в большинстве из них задачи сформулированы давно и все действия сводятся к поиску наиболее эффективных решений. В экономике не существует вечных задач, существует лишь вечная проблема правильного формулирования той или иной задачи в конкретной экономической ситуации. А ситуации здесь очень разнообразны и очень изменчивы. Поэтому экономико-математические модели, в большинстве случаев, пригодны для использования от 5 до 20 лет, а в дальнейшем необходимо по-другому формулировать и решать задачи, стоящие перед менеджером. Это учебное пособие, как надеются авторы, позволит читателю понять, как надо формулировать проблемы и что для этого надо знать.

В учебном пособии изложены методологические аспекты экономико-математического моделирования. Описана неоклассическая теория производства, потребления и равновесия в условиях совершенной конкуренции, модели экономики в условиях несовершенной конкуренции, а также модели экономического равновесия и экономического развития.

Рассматриваются вопросы формирования экономико-математических моделей, включая аксиоматическое обоснование, информационные аспекты. Приводятся классификации экономико-математических моделей, а также многочисленные примеры моделей, систематизированных по приведенным в пособии принципам.

Основное внимание уделено процессам формализации экономических процессов и области применения полученных моделей.

Наглядность и доступность изложения обеспечивают заинтересованное изучение технологии обоснования и принятия эффективных управленческих решений.

Пособие будет полезно обучающимся по экономическим специальностям, магистрам экономики, аспирантам, преподавателям, читающим курс «Экономико-математическое моделирование», а также всем специалистам, интересующимся теорией и практикой управления сложными экономическими системами.

В соответствии с компетентностным подходом после освоения данного материала обучающийся должен

знать:

- основные понятия, категории и инструменты экономико-математического моделирования;
- методы построения эконометрических моделей объектов, явлений и процессов;
- основы построения, расчета и анализа современной системы показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов на микро- и макроуровне;
- основы математического анализа, необходимые для решения экономических задач;

уметь:

- применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач;

владеть:

- методологией экономического исследования;
- современной методикой построения эконометрических моделей;
- методами и приемами анализа экономических явлений и процессов с помощью стандартных теоретических и эконометрических моделей;
- навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;
- методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.

Глава 1. Методологическая основа моделирования экономических систем

1.1. Основные понятия моделирования

Любая социально-экономическая система сложна, т. к. в ней взаимодействуют десятки и сотни экономических, технических и социальных процессов, постоянно изменяющихся под воздействием внешних условий, в том числе и научно-технического прогресса. В таких условиях управление социально-экономическими и производственными системами превращается в сложнейшую задачу, требующую специальных средств и методов.

Среди социально-экономических систем целесообразно выделить производственную систему (ПС), которая, в отличие от систем других классов, содержит в качестве важнейшего элемента сознательно действующего человека, выполняющего функции управления (принятие решений и их контроль). В соответствии с этим в качестве ПС могут рассматриваться различные подразделения предприятий, сами предприятия, научно-исследовательские и проектные организации, объединения, отрасли и, в отдельных случаях, народное хозяйство в целом.

Моделирование – один из наиболее распространенных способов изучения названных процессов и явлений. Моделирование основывается на принципе аналогии и позволяет изучать объект при определенных условиях и с учетом неизбежной односторонней точки зрения. Объект, труднодоступный для изучения, изучается не непосредственно, а через рассмотрение другого, подобного ему и более доступного – модели. По свойствам модели обычно оказывается возможным судить о свойствах изучаемого объекта. Но не обо всех свойствах, а лишь о тех, которые аналогичны и в модели, и в объекте и при этом важны для исследования. Такие свойства называются существенными.

Известны две точки зрения на сущность моделирования:

- это исследование объектов познания на моделях;
- это построение и изучение моделей реально существующих предметов и явлений, а также предполагаемых (конструируемых) объектов.

В самом общем смысле под моделью понимают логическое (словесное) или математическое описание компонентов и функций, отображающих существенные свойства моделируемого объекта или процесса, обычно рассматриваемых как системы или элементы системы с определенной точки зрения. Модель используется как условный образ, сконструированный для упрощения исследования объекта. В принципе, в экономике применимы не только математические (знаковые), но и материальные модели, однако материальные модели имеют лишь демонстрационное значение. Экономико-математическая модель оказывается в этих условиях основным средством экспериментального исследования экономики, т. к. обладает следующими свойствами:

- имитирует реальный экономический процесс (или поведение объекта);
- обладает относительно низкой стоимостью;
- может многократно использоваться;
- учитывает различные условия функционирования объекта.

Модель может и должна отражать внутреннюю структуру экономического объекта с заданных (определенных) точек зрения, а если она неизвестна, то лишь его поведение, используя при этом принцип «черного ящика». Различается характер подобия между моделируемым объектом и моделью:

- физическое – объект и модель имеют одинаковую или сходную физическую природу;
- структурное – наблюдается сходство между структурой объекта и структурой модели;
- функциональное – объект и модель выполняют сходные функции при соответствующем воздействии;
- динамическое – существует соответствие между последовательно изменяющимися состояниями объекта и модели;
- вероятностное – существует соответствие между процессами вероятностного характера в объекте и модели;
- геометрическое – существует соответствие между пространственными характеристиками объекта и модели.

Модели, бесконечные в своем многообразии, можно классифицировать по самым различным признакам. В первую очередь все модели можно подразделить на *физические* и *описательные*.

И с теми, и с другими мы постоянно имеем дело. В частности, к описательным относятся модели, в которых моделируемый объект описывается с помощью слов, чертежей, математических зависимостей и т. д.

К описательным относятся и экономико-математические модели, которые широко используются в управлении хозяйственными процессами. В литературе нет устоявшегося определения экономико-математической модели. Возьмем за основу следующее определение. **Экономико-математическая модель – это упрощенное описание экономического процесса или объекта, осуществленное в целях их исследования или управления ими.**

Возможны и другие определения экономико-математической модели:

- специальная конструкция показателей и параметров, объединяемая (в явном или неявном виде) системой уравнений в единое целое;

- некоторое математическое выражение, состоящее из совокупности связанных между собой математическими (количественными) зависимостями математических величин, все или часть из которых являются экономическими величинами;

- математическое описание планово-экономической задачи, позволяющее осуществить законченный цикл расчета ее параметров на основе внешних (исходных) данных.

Отмечая сложность формулировки всеобъемлющего определения, будем в дальнейшем понимать под экономико-математической моделью совокупность взаимосвязанных зависимостей, формально отражающих условия функционирования реальных экономических объектов. Другими словами, **экономико-математическая модель – это упрощенное отображение исследуемого экономического объекта (процесса), с помощью которого изучается его функционирование и оценивается изменение его эффективности при возможных изменениях входных характеристик.** Многократная же реализация экономико-математических моделей в этом процессе и называется экономико-математическим моделированием. Таким образом, под экономико-математическим моделированием будем понимать в дальнейшем построение и изучение экономико-математической модели, спо-

собной заменить исследуемый объект. Процесс управления с использованием модели можно рассматривать в этом случае как метод отыскания наилучших решений для анализа поведения реальной производственной системы без непосредственного экспериментирования с самой системой (рис.1.1).

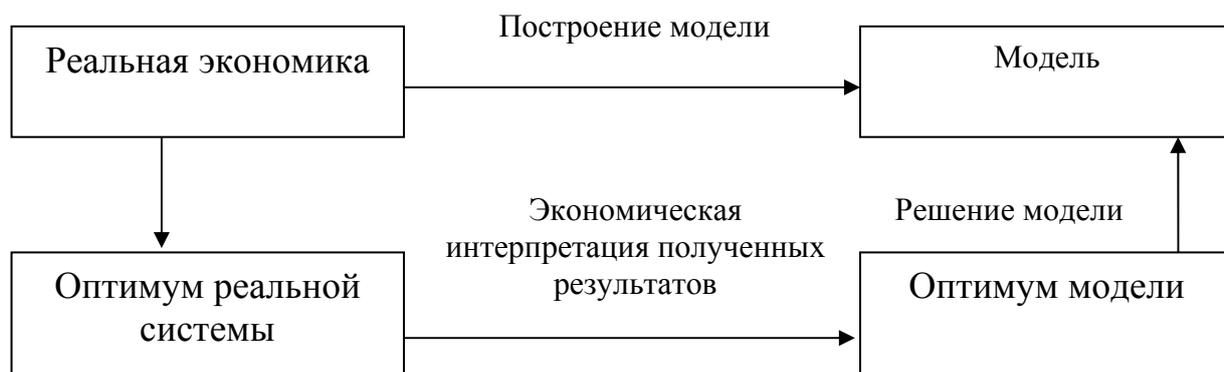


Рис. 1.1. Процесс управления с использованием модели

Как следует из рисунка, «прямой путь», ведущий к оптимальному решению, заменяется «обходным», включающим построение и оптимизацию соответствующей модели. Таким образом, экономико-математическое моделирование дает возможность находить истину не методом дорогостоящих «проб и ошибок», а формулировать рекомендации по управлению экономикой, опираясь на прочный фундамент научного предвидения. Работа с моделью, а не с объектом оборачивается оперативным получением подробной и наглядной информации, вскрывающей его внутренние связи, количественные характеристики и качественные параметры. Многократно уменьшаются материальные и трудовые затраты, присущие экспериментальным подходам, дающим, как правило, лишь небольшое количество нужной информации.

Вычислительный модельный эксперимент не подвластен каким-либо ограничениям – математическая модель может быть безопасно испытана в любых мыслимых и немыслимых условиях. Поскольку количественные исследования на модели позволяют получать представление о том, как будут действовать в различных условиях реальные экономические объекты, модели могут дать большой эффект не только для целей управления, но и для

самого анализа глубинных процессов развития моделируемых систем. Создавая модель, исследователь неизбежно «познает» моделируемую систему: выделяет ее как объект изучения из окружающей среды, строит ее информационное и формальное описание в соответствии с поставленными целями и имеющимися возможностями (ресурсами). В дальнейшем он анализирует систему через поведение модели, изучает ее свойства, состояния, возможные изменения, разрешенные и запрещенные формы существования и т. п.

Особую роль экономико-математическое моделирование играет в решении сложнейшей проблемы эффективного использования вычислительной техники в народном хозяйстве. Решение любой задачи с использованием компьютеров всегда подразумевает необходимость ее строгой формализации. К сожалению, экономические процессы (в отличие от технических) очень слабо формализованы из-за высокой сложности и динамичности поведения людей. Качество решения в этих условиях ограничивается, как показывает практика, не возможностями компьютера, а несовершенством математических моделей. Компьютер лишь ускоряет получение результата, который может быть как правильным, так и неправильным в зависимости от качества соответствующей модели.

Необходимо прежде всего научить менеджера мыслить на модельном уровне, строить эффективные модели, адекватно описывающие исследуемые системы. При построении моделей те или иные теории или гипотезы благодаря формализации становятся обозримыми, уточняются, и это способствует лучшему пониманию изучаемых проблем. Под формализацией понимается описание теорий, осмысленных предложений и т. п. формальными средствами, прежде всего символами математики и математической логики (но бывают и такие случаи, когда роль символов выполняют «обыкновенные» слова, только безукоризненно четко оговоренного содержания). Формализация помогает производить логические заключения, расчеты и другие операции непосредственно с символами, формулами, выступающими заместителями тех понятий, которыми приходится манипулировать в процессе экономико-математического моделирования.

Использование экономико-математических моделей для выработки управленческих решений требует пояснения. Далеко не во всех случаях данные, полученные с помощью экономико-математической модели, могут использоваться непосредственно как готовые управленческие решения. Гораздо чаще они используются в качестве рекомендаций: принятие самих управленческих решений остается за менеджером, что объясняется чрезвычайной сложностью социально-экономических процессов: менеджер, прежде чем приступить к непосредственному решению задачи, должен не только определить цель ее решения, но и собрать необходимые данные, соответствующие состоянию процесса.

Принципиально любая модель может быть сформулирована тремя способами:

- в результате прямого наблюдения и изучения явлений действительности (феноменологический способ);
- вычленения из более общей модели (дедуктивный способ);
- обобщения более частных моделей (индуктивный способ).

Один и тот же объект может быть описан различными моделями в зависимости:

- от взглядов и мировоззрения специалистов;
- исследовательской и практической потребности;
- возможностей математического аппарата;
- возможностей вычислительной техники;
- структуры информационного обеспечения и т. д.

Таким образом, следует подчеркнуть свойство неоднозначности или субъективизм формализации.

1.2. Основные элементы модели

Переменная модели – величина, включенная в модель и принимающая различные значения в процессе решения экономико-математической задачи. Независимые переменные модели принимают значения координат моделируемой системы. Они могут быть управляемыми или сопутствующими.

Управляемые переменные – это переменные модели, значения которых подвергаются изменению в процессе поиска решения. Собственно, наличие управляемых переменных отличает модели нормативного, или конструктивного, типа, в том числе оптимиза-

ционные, от описательных (дескриптивных) моделей. Смысл решения любой задачи состоит в отыскании такого вектора значений управляемых переменных, при котором моделируемая система ведет себя адекватно изменению среды, в которой она находится. Частным случаем оценки адекватности поведения системы является ее оптимум, т. е. экстремальное значение целевой функции.

В любой модели всегда, кроме управляемых переменных, присутствуют факторы, среди которых необходимо выделить управляемые факторы и управляющие параметры. *Управляемый фактор* – фактор, уровни которого целенаправленно выбираются менеджером. Хотя этот термин используется в том же смысле, что и управляемая переменная (переменная модели), строго говоря, понятия «переменная» и «фактор» неравнозначны. Значение управляемого фактора всегда фиксируется при решении задачи, а значение переменной модели определяется.

Управляющие параметры – переменные величины (обычно функции времени), определяющие направление и скорость изменения управляемой системы. Управляющие параметры характеризуют решения, которые надо осуществлять в каждый момент, исходя из интервала между начальным и конечным состоянием системы. Например, предприятию целесообразно показывать наличие прибыли только в определенные периоды времени, когда предстоит выплата дивидендов. В остальные периоды, исходя из основных положений фискальной политики, величина прибыли должна быть минимальна, чтобы минимизировать налоговые платежи.

Кроме того, значения управляющих параметров определяют область допустимых решений. Эти значения должны удовлетворять ограничениям задачи, иначе эта задача будет сформулирована некорректно, что приведет к отсутствию какого-либо решения. Например, в задаче линейного программирования роль управляющих параметров выполняют как коэффициенты в целевой функции, так и параметры в системе ограничений. Значения управляющих параметров обеспечивают достижение наибольшей эффективности управляемого процесса, что может быть зафиксировано в значении целевой функции.

В экономико-математической терминологии такие термины, как «переменная», «параметр», «фактор», а также «величина»,

часто смешиваются, обозначая одно и то же. На деле, по-видимому, следует различать:

- переменную и параметр (как константу);
- переменную как элемент модели;
- фактор как источник воздействия на систему, отражаемый в переменной.

Принято различать экзогенные, или входные (рассчитываемые вне модели), переменные и эндогенные, или выходные (неизвестные, определяемые в процессе решения задачи и возникающие в пределах самой моделируемой системы), переменные, траектория изменения которых определяется в результате реализации моделей. Разделение переменных на экзогенные и эндогенные зависит от точки зрения автора модели и решаемой проблемы, т. е. в одном случае переменная может быть экзогенной, а в другом – эндогенной.

Суть использования экономико-математических моделей в практических исследованиях в основном и заключается в прогнозировании поведения эндогенных переменных при определенных допущениях относительно поведения экзогенных переменных (кстати, допущения о поведении экзогенных переменных могут определяться по другим экономико-математическим моделям). Переменные, способные принимать некоторое ограниченное число значений, т. е. определенные на дискретном множестве, называются соответственно дискретными переменными. Наоборот, если переменная определена на непрерывном множестве и может принять любое в его границах значение – она называется непрерывной.

В экономико-математических исследованиях используют не только математические переменные, но и логические. Кроме того, используется взятый из статистики (из регрессии) термин «объясняющая переменная» для обозначения независимых переменных (факторов), как управляемых, так и сопутствующих. Объясняющие переменные также могут быть как детерминированными, так и стохастическими.

1.3. Система моделей

Система экономико-математических моделей представляет комплекс моделей, связанных друг с другом информационными

каналами. Системы экономико-математических моделей чаще всего отображают структуру моделируемого объекта, но встречаются и другие причины объединения моделей в систему. Так, рассмотрение процесса в динамике может быть удобным с помощью системы моделей, элементы которой соответствуют моментам дискретного времени, в которые фиксируются характеристики процесса. Если различные аспекты функционирования объекта описаны разными моделями, то их объединение в систему также вполне оправдано и целесообразно.

Таким образом, система экономико-математических моделей – это совокупность взаимосвязанных экономико-математических моделей для описания сложных экономических систем, которые невозможно воспроизвести в одной модели, достаточно детализированной для практических целей, т. к. она была бы слишком громоздкой. Поэтому для планирования народного хозяйства разрабатываются системы моделей, построенные обычно по иерархическому принципу, в несколько уровней – тогда они называются многоуровневыми.

Система моделей создает возможность для самостоятельного решения отдельных планово-экономических задач и их последующего согласования. Существуют три основных способа согласования моделей в системе:

- алгоритмический (т. е. через переменные, методы решения, критерии, системы ограничений);
- информационный (т. е. через показатели, структуру информационного обеспечения, единицы измерения);
- неформальный (через управленческие процедуры поддержки решений, т. е. с участием лица, принимающего решения).

Процесс расчета по системе экономико-математических моделей обычно имеет итеративный характер. Задавшись начальным приближением экзогенных переменных для части моделей, рассчитывают их решения, соответствующие взятому начальному приближению, подставляют их в те модели, для которых эти переменные являются экзогенными, производят расчеты по ним и т. д. Стабилизация всех переменных с заданной точностью обычно принимается за критерий окончания процесса. Комплекс моделей, взаимосвязи между которыми строго формально описаны,

может рассматриваться как единая модель. Для расчетов в таком случае применяются типовые алгоритмы, игнорирующие структуру комплекса.

1.4. Агрегирование и дезагрегирование решений по системе моделей

Агрегирование – объединение, укрупнение показателей по какому-либо признаку. С математической точки зрения агрегирование рассматривается как преобразование исходной модели в модель с меньшим числом переменных и/или ограничений. Сущность агрегирования состоит в соединении однородных элементов в более крупные. Среди способов агрегирования можно выделить:

- сложение показателей;
- представление группы агрегируемых показателей через их среднюю величину;
- использование различных взвешивающих коэффициентов;
- использование балльных оценок.

В экономико-математических моделях применение агрегирования вызвано тем, что ни одна модель не в состоянии вместить всего многообразия реально существующих в экономике продуктов, ресурсов, связей. Даже крупноразмерные модели, насчитывающие десятки тысяч показателей, неизбежно являются продуктом агрегирования. В процессе управления при переходе от низшей ступени к высшей показатели агрегируются, а их число уменьшается. Но при этом часть информации теряется и приходится вести расчеты приближенно, на основании статистических закономерностей. Поэтому всегда необходимо сопоставлять выгоду от сокращения расчетов с ущербом, который наносится потерей части информации. Особенно затруднено агрегирование в динамических моделях, поскольку с течением времени меняется соотношение элементов, входящих в укрупненную группу, т. е. возникает структурная неоднородность.

Агрегирование имеет большое значение в модели межотраслевого баланса, где оно предполагает объединение различных производств в отрасли, продуктов – в обобщенные продукты и укрупнение, таким образом, показателей балансовых расчетов.

Межотраслевой баланс обычно оперирует «чистыми отраслями», т. е. условными отраслями, каждая из которых производит и передает другим отраслям один агрегированный продукт. Количество их в модели ограничивается вычислительными возможностями и некоторыми обстоятельствами математического характера, а также подготовкой данных. Однако в принципе, чем больше детализация межотраслевого баланса, тем он лучше отражает действительность, тем точнее расчеты.

Агрегирование в межотраслевом балансе возможно двух типов – вертикальное и горизонтальное. Первое означает объединение продукции по технологической цепочке. Например, в соответствии с этим принципом в одну группу можно объединить железную руду, чугун, сталь, прокат. Тогда отрасль дает потребителям один продукт – прокат. При этом все показатели (прежде всего затраты) относятся на избранную единицу агрегированного продукта. При горизонтальном агрегировании в одну группу объединяются продукты, сходные друг с другом по экономическому назначению или по техническим условиям производства (более подробно про эти модели см. в главе 6).

Деагрегирование – процедура, противоположная агрегированию, – применяется в случае перехода к более мелким элементам при описании какого-либо объекта, по отношению к которым единицы исходного описания представляют агрегаты, либо к показателям, характеризующим такие элементы, вместо показателей, соответствующих их агрегатам в исходном описании. Целесообразность деагрегирования всегда обусловлена желанием или необходимостью получить более детальное, чем исходное, описание. Однако использование деагрегированного описания может быть сопряжено с такими трудностями, как:

- рост размерности;
- ухудшение статистических характеристик данных;
- усложнение интерпретационных задач.

1.5. Этапы экономико-математического моделирования

Процесс экономико-математического моделирования включает:

- идентификацию объекта или процесса;
- спецификацию модели;
- идентификацию и оценку параметров модели;
- установление зависимостей между параметрами модели;
- проверку модели.

Идентификация объекта или процесса заключается в определении характеристик объекта и выявлении приложенных к нему воздействий и его реакций с помощью наблюдения за его входами и выходами и статистической обработки полученных данных. При идентификации объекта должны быть выявлены параметры, определяющие процесс его функционирования. Выявление параметров называется параметризацией. Параметризация – элемент системного анализа объекта (процесса), который заключается в выделении существенных воздействующих факторов, их описании и количественной оценке полученных параметров связи. Параметризация, как правило, не может быть выполнена на основе строго определенных процедур и во многом определяется опытом и интуицией исследователя, т. е. носит эвристический характер. Иногда для создания полноценной модели приходится заменять и уточнять список существенных параметров, а также корректировать их оценки. К тому же по мере развития исследуемого процесса одни параметры могут терять свое значение, другие – наоборот, увеличивать. Так что процесс параметризации может быть длительным и непрерывным.

На основании предварительного анализа рассматриваемого экономического объекта или процесса, т. е. его идентификации, составляется спецификация модели. Это один из этапов построения экономико-математической модели, на котором в математической форме выражаются обнаруженные связи и соотношения, а значит, параметры и переменные, которые на данном этапе представляются существенными для цели исследования. Иными словами, спецификация модели есть выбор формы связи перемен-

ных. Например, в случае регрессионного анализа выбирается формула регрессии, подходящая для обнаруженных сочетаний независимых и зависимых переменных, – линейная, квадратичная или иная.

Спецификация модели не есть нечто раз и навсегда заданное. В ходе использования модели состав и соотношение учтенных в ней факторов может уточняться. В ходе выполнения спецификации модели могут быть допущены ошибки. Ошибкой спецификации называется неправильный выбор типа связей и соотношений между элементами модели, а также выбор в качестве существенных переменных и параметров, которые на самом деле таковыми не являются, и, наконец, отсутствие в модели некоторых существенных переменных. Если модель включает более одного математического выражения, то прямо или косвенно в каждом математическом выражении должны присутствовать переменные модели. Если то или иное условие, характеризующее процесс функционирования объекта, не может быть выражено через переменные модели, то следует пересмотреть выбор переменных.

Под идентификацией параметров модели понимается выбор переменных модели, а также вида и параметров ее уравнений с последующей их оценкой на основе статистических данных, полученных в результате наблюдения или эксперимента. При формировании модели очень важным является построение одного или нескольких аналитических выражений, однозначно определяющих взаимосвязь переменных и параметров модели и отражающих моделируемые процессы. Модель может содержать одно уравнение или неравенство или систему уравнений или неравенств. В ее составе могут быть логические высказывания, а также выделенное некоторое уравнение, характеризующее качество объекта с определенной точки зрения. Последнее уравнение называется критерием, а полученная модель – оптимизационной. В оптимизационной модели уравнения, неравенства и логические высказывания носят название ограничений или условий модели. И критерий, если он включен в состав модели, и другие уравнения, неравенства и логические высказывания содержат параметры, которые для модели конкретного объекта или процесса должны быть определены, т. е. иметь численное значение.

Оценка параметров модели – это количественное значение оцененных параметров. Она может быть точечной и интервальной. Этот этап заключается в определении численных значений существенных параметров модели, выявленных на предварительных этапах анализа исследуемого объекта или процесса. Параметры модели численно оцениваются по данным, полученным путем экономического эксперимента и статистического наблюдения – чаще всего методом наименьших квадратов, методом максимального правдоподобия, а также некоторыми другими статистическими методами.

Существенные параметры – параметры, отобранные в процессе анализа моделируемого объекта как необходимые и достаточные для его характеристики с учетом цели моделирования. Например, для характеристики предприятий в отраслевой модели текущего планирования могут оказаться существенными следующие параметры: производственная мощность, рентабельность выпуска изделий, обеспеченность запасами сырья. *Существенные переменные* – элементы экономико-математической модели, значения которых (показатели, называемые координатами системы) служат характеристикой моделируемой системы. Поскольку число показателей может быть бесконечным, приходится отбирать главные, без которых модель теряет смысл: их называют существенными. Остальные переменные при этом как бы не принимаются во внимание. Однако они «несущественны» не вообще, а лишь для данной задачи. Процесс идентификации объекта и спецификации модели является итерационным, т. е. повторяется многократно. И с каждым циклом модель уточняется, особенно когда речь идет о модели, предназначенной для практических расчетов. В последнем случае к модели предъявляются дополнительные требования со стороны технологии алгоритмизации и программирования.

После построения модели определяется ее тип и выбирается соответствующий этому типу метод решения. Например, если целью решения задачи является выявление закономерности, а выявленная переменная модели единственна, то целесообразно использовать регрессионный статистический аппарат. А если в модели присутствуют ограничения и критерий в виде линейных

функций, то целесообразно воспользоваться симплекс-методом. В рассмотренных случаях уже существуют программные продукты, которые позволяют получить решение сформулированной задачи. Но часто выбор метода сопряжен с определенными трудностями, которые заключаются в том, что:

- подходящий метод вообще отсутствует, и тогда необходима его разработка;
- выбранный метод нуждается в модификации, чтобы учесть конкретные особенности и условия задачи.

При невозможности получить точное решение модели используются приближенные алгоритмические схемы. В данном случае под алгоритмом понимается точное предписание последовательности действий (шагов, процедур), преобразующих исходные данные в искомый результат. При наличии соответствующей исходной информации алгоритм является тем механизмом, который в конечном итоге позволяет получить решение любой экономико-математической задачи.

Оценка качества алгоритма обычно определяется:

- сходимостью (если алгоритм не сходится, то невозможно получить решение);
- скоростью сходимости (чем она выше, тем меньше шагов требуется для получения решения);
- затратами времени (зависит не только от числа шагов, но и от других обстоятельств, например объема вычислений на каждом шаге);
- удобством обращения;
- возможностью работы в интерактивном (диалоговом) режиме.

Среди важнейших типов алгоритмов, используемых для решения экономико-математических задач, принято различать:

- итеративный алгоритм, характеризующийся тем, что вычислительный процесс начинается с некоторого начального значения переменных, а затем обеспечивается последовательное улучшение этого решения;
- моделирующий алгоритм, имитирующий взаимодействие элементов процесса, что при заданной совокупности экзогенных

величин (параметров, переменных) позволяет получить эндогенные величины или их искомые характеристики.

Итеративные алгоритмы, применяемые для решения оптимизационных задач (методы последовательного улучшения плана), можно разделить на три класса:

- алгоритмы, для которых известно, что на каждой итерации решение улучшается, причем число таких итераций для достижения оптимума конечно;

- алгоритмы, для которых каждая итерация улучшает решение, но оптимум достигается лишь как предел бесконечной последовательности решений (бесконечного вычислительного процесса);

- алгоритмы, основанные на методе проб и ошибок, которые обеспечивают улучшение в целом, но не на отдельной итерации.

На каждом этапе построения модели соблюдаются определенные правила, заключающиеся в испытании и проверке принимаемых решений. Это позволяет обнаруживать и устранять недостатки, наиболее типичными из которых являются:

- включение в модель несущественных (для данной задачи) переменных;

- игнорирование в модели существенных переменных;

- недостаточно точная оценка параметров модели;

- недостатки в структуре модели, т. е. неправильное определение зависимостей между переменными, а в случае оптимизации – зависимости принятого критерия от управляемых и неуправляемых переменных.

Усложняя модель, чтобы сделать ее более точной и подробной, необходимо знать, компенсирует ли полученная точность результатов возросшие вычислительные трудности. И наоборот, решая исключить какой-либо элемент из модели, чтобы сделать ее проще, необходимо оценить потери в ее достоверности, т. е. не обойдутся ли они дороже, чем выигрыш от упрощения расчетов. Эффективный путь практического моделирования – использование готовых моделей аналогичных объектов или процессов (с необходимыми уточнениями), а также отдельных блоков модели – стандартных модулей, совокупность которых образует искомую модель (модульный принцип).

1.6. Классификации экономико-математических моделей

Существует множество классификаций типов экономико-математических моделей, которые, однако, носят фрагментарный характер. И это, по-видимому, естественно, т. к. нереально охватить все многообразие социально-экономических задач, объектов и процессов, описываемых различными моделями. Для удобства рассмотрения можно выделить следующие классификационные признаки:

- 1) по способу отражения действительности;
- 2) по предназначению (цели создания и применения);
- 3) по способу логико-математического описания моделируемых экономических систем;
- 4) по временному и пространственному признаку;
- 5) по уровню моделируемого объекта в хозяйственной иерархии;
- 6) по внутренней структуре модельного описания системы;
- 7) по сфере применения.

Наиболее общее деление моделей – по *способу отражения действительности*. Эта классификация отражает также этапы формирования модели и степень формализации объекта или процесса:

- аналоговая модель – модель, свойства которой определяются законами, аналогичными законам изучаемой системы;
- иконическая модель (то же, что портретная модель) – точно повторяющая структуру объекта и отношения между его элементами;
- знаковая модель – модель, в которой используются символы (знаки). Соотношения между величинами, характеризующими моделируемый объект, описываются с помощью уравнений, связывающих эти символы (другое название – символическая модель);
- концептуальная модель – принципиальная основа экономико-математической модели, предназначенной для реализации различными математическими и техническими средствами и, следовательно, для непосредственного решения задачи; это один

из этапов формирования модели. Концептуальная модель не содержит никаких признаков ее реализации и отражает только сущность моделируемого процесса, т. е. это предварительное, приближенное представление о рассматриваемом объекте или процессе. Часто концептуальные модели имеют вид схемы, в которой фиксируются наиболее существенные параметры и связи между ними. На этом этапе ограничиваются обычно не количественными, а качественными категориями, т. е., например, отмечают, что такая-то переменная возрастает при убывании значений другой (а какова точно эта зависимость – выявляется на следующих стадиях разработки модели);

- структурная модель. Является одним из основных типов экономико-математических моделей при их классификации по способам выражения соотношений между внешними условиями, внутренними параметрами и искомыми характеристиками. Наряду с функциональными моделями структурные модели отражают структуру системы, подлежащей исследованию, ее внутренние параметры, характеристики внешних возмущений;

- функциональная модель. Описывает поведение системы безотносительно к ее внутренней структуре. Если обозначить входы и выходы моделируемого объекта соответственно через X и Y , то построение функциональной модели сводится к отысканию оператора D , связывающего X и Y , т. е. $Y = D(X)$. При изучении функциональных моделей возникают гипотезы о причинах тех или иных реакций объекта на воздействие внешней среды и, таким образом, открывается путь к анализу его структуры и формированию структурных моделей.

По назначению (цели создания и применения) различаются:

- балансовая модель, представляющая систему уравнений (балансовых соотношений), которые удовлетворяют требованию наличия ресурса и его использования;

- дескриптивная модель (описательная модель), предназначенная для описания и объяснения наблюдаемых фактов или прогноза поведения объектов, в отличие от нормативных моделей, служащих для определения желательного состояния объекта;

- имитационная модель – модель, предназначенная для экспериментального выявления закономерностей функционирования системы и обычно включающая не только связи, описываемые формальными уравнениями и неравенствами, но и логические связи, определяемые значениями переменных, формируемых в процессе реализации принятого решения. Такие модели используются для описания сложных, трудно формализуемых процессов с целью выявления основных закономерностей поведения системы;

- нормативная модель (то же самое, что прескриптивная модель), предназначенная для определения желательного состояния объекта и исходящая из возможностей развития системы. Нормативная модель должна сочетаться с дескриптивными (описательными) моделями.

По способу логико-математического описания моделируемых экономических систем различаются:

- аналитическая модель, представляющая математические зависимости в экономике и фиксирующая функциональную зависимость результатов от значений переменных и параметров модели;

- вероятностная модель (стохастическая модель), содержащая случайные элементы. Такая модель показывает, что, несмотря на одни и те же значения переменных и параметров, результаты расчета по такой модели различаются. Более того, они образуют некоторую область значений, подчиняющихся определенным закономерностям;

- детерминированная модель, характеризующаяся аналитическим представлением закономерности, в которой для определенной совокупности исходных значений параметров и переменных гарантирован один и тот же единственный результат;

- дискретная модель, все переменные и параметры которой являются дискретными величинами. Такая модель может отображать как дискретные системы, так и непрерывные системы, которые для этого приводятся к дискретному виду с помощью представления непрерывных величин в качестве дискретных путем введения шкал, балльных оценок;

- линейная модель, отображающая состояние или функционирование системы таким образом, что все зависимости прини-

маются линейными. Такая модель может формулироваться в виде одного линейного уравнения или системы линейных уравнений. В ряде случаев нелинейность может приводиться к линейной форме путем математических преобразований переменных;

- математико-статистическая модель, описывающая зависимости между входными и выходными переменными. При этом принципиально возможны две точки зрения на моделируемый процесс. Если считается, что для процесса характерны причинно-следственные связи, являющиеся функциональными, то модель является детерминированной. Если считается, что рассматриваемый процесс носит вероятностный характер, то соответствующая модель называется стохастической;

- матричная модель, построенная в форме таблиц (матриц), отображающих соотношения между элементами системы (наиболее частый случай – рассматриваются соотношения между затратами и результатами);

- нелинейная модель, отражающая состояние или функционирование системы (нелинейной или стохастической) таким образом, что все или некоторые зависимости принимаются нелинейными;

- непрерывная модель, содержащая непрерывные переменные;

- модель равновесия, которая может пониматься двояко. С одной стороны, в таких моделях предполагается, что участники экономической системы самостоятельно принимают решения, а оптимум всей системы находится при согласовании их интересов, т. е. оптимальное состояние системы приравнивается к ее равновесию, с другой стороны – это модель экономического взаимодействия;

- неравновесная модель, описывающая экономическую систему, в которой не соблюдается условие равновесия. Например, цены не уравнивают объемы спроса и предложения. Отсюда такие явления, как дефицитность или избыточность ресурсов;

- регрессионная модель, основанная на уравнении регрессии или системе регрессионных уравнений;

- сетевая модель, способная отобразить с любой степенью детализации состав и взаимосвязи работ во времени на основе применения сетевых графиков;

- числовая модель, основными элементами которой являются конкретные численные значения характеристик моделируемой системы;

- эконометрическая модель, в которой параметры оцениваются с помощью методов математической статистики. Такие модели используются в качестве средств анализа и прогнозирования конкретных экономических процессов как на макро-, так и на микроэкономическом уровне.

По *временному и пространственному признаку* различаются:

- гравитационная модель – модель взаимодействия между пространственными объектами в пространственном анализе экономики. Такая модель используется при исследовании процессов урбанизации, размещения промышленности, экспортно-импортных отношений, миграции населения. Общая черта этих моделей заключается в том, что сила взаимодействия (интенсивность потоков) в них зависит от значимости (величины) объектов и расстояния между ними;

- динамическая модель, которая должна содержать как минимум одну переменную, относящуюся к периоду, отличному от времени, к которому относятся другие переменные, т. е. описывает экономику в развитии;

- модели с «бесконечным временем», которые трактуются как модели с проблемой «хвоста». Эта проблема призвана учесть ресурсы, которые требуют инвестиций, но дадут отдачу за пределами планового периода. Если в заданном периоде решается задача на минимум затрат при заданных объемах прибыли, то оптимальное решение получается при отсутствии инвестиций, отдача от которых будет за пределами рассматриваемого периода. Но если не предусмотреть в модели дополнительных ограничений, связанных с проблемой «хвоста», то основной капитал как бы «изнашивается» и рентабельность производства падает. Определение оптимального размера инвестиций в моделях развития экономики как раз и рассматривается в моделях с «бесконечным временем»;

- статическая модель, в которой все зависимости отнесены к одному моменту времени. С помощью таких моделей описываются не только статические системы, но и динамические, для ко-

торых фиксируется их состояние в заданный момент. При статическом подходе изучается отраслевая (межотраслевой баланс) или производственная структура, размещение производства, состояние экономики в целом (система национальных счетов);

- точечная модель – упрощенная модель экономической системы без учета процессов транспортировки, связанных с распределением по территории страны экономических объектов, или удаленности стран. Этот вид модели целесообразно использовать для плановых расчетов и особенно в теоретических исследованиях экономики;

- трендовая модель – динамическая модель, в которой развитие экономической системы отражается через тренд ее основных экономических показателей (в частности, тренд средних величин этих показателей, их дисперсии, минимальных и максимальных уровней).

По уровню моделируемого объекта в хозяйственной иерархии выделяется:

- глобальная модель, которая имеет два назначения. Первое – это наиболее общая для отдельной страны экономико-математическая модель, представляющая верхний уровень системы моделей народного хозяйства. Второе – это модели, отражающие процессы глобального характера, т. е. наиболее масштабные социальные, экономические и экологические процессы, охватывающие земной шар;

- макроэкономическая модель, отражающая функционирование экономики страны или региона как единого целого. Макромодели оперируют, как правило, крупноагрегированными показателями – агрегатами (валовой национальный продукт, инвестиции). Макромодели используются для теоретического анализа наиболее общих закономерностей функционирования и развития экономики страны или региона. В практической деятельности применяются для прогнозирования экономических процессов;

- микроэкономическая модель, отражающая функционирование и структуру отдельного элемента экономической системы, его взаимодействие с другими элементами системы в процессе функционирования. Четкое разграничение между макромоделями и микромоделями отсутствует. Но к первым, как правило, отно-

сят наиболее обобщенные глобальные модели. Для микромоделей характерна большая зависимость от внешней среды, дезагрегация показателей.

По *внутренней структуре модельного описания системы* различаются:

- автономная модель – часть системы моделей, которую можно анализировать независимо от других частей. Модель целесообразно рассматривать как автономную, если рассматриваемый объект обладает определенной степенью самостоятельности;

- закрытая модель, у которой нет входов и выходов (либо они признаются неизменными и потому не принимаются во внимание при анализе). Таким образом, моделируемая система считается как бы изолированной от внешней среды (такая система называется замкнутой или закрытой). Естественно, что на самом деле у всякой страны есть экспорт и импорт, экономика всегда тесно связана с внешней природной средой и т. д. Да и вообще, любая экономическая система не замкнута, а открыта. Однако понятие замкнутой модели применяется как научная абстракция, помогающая изучать закономерности реальной экономики. Поведение такой упрощенной модели определяется не внешними факторами, а только внутренним начальным состоянием и внутренними закономерностями развития моделируемой системы;

- открытая модель, в которой учитывается взаимодействие с окружающей средой (внешние связи), в отличие от закрытой модели, где такие связи не принимаются во внимание. Например, в открытой модели экономики страны вводятся показатели, характеризующие экспорт и импорт, или, скажем, такие внешние связи, как туризм, вывоз капиталов. Чем модель более открыта, тем больше число вариантов ее поведения, тем шире, следовательно, область допустимых решений при планировании и принятии управленческих решений. Существуют открытые модели народного хозяйства, в которых предполагается, что конечное потребление находится вне изучаемой сферы. В них конечные продукты экспортируются потребителям, т. е. выводятся за пределы модели;

- комплекс моделей – это совокупность моделей, предназначенных для решения одной сложной задачи. Каждая модель из

комплекса описывает ту или иную сторону моделируемого объекта или процесса на «своем» языке;

- многосекторная модель экономики страны или региона, которую можно представить как совокупность крупных секторов. Если в качестве секторов принимаются отрасли производства, то такая модель называется многоотраслевой, а если хотя бы один сектор производит более одного продукта, то модель является многопродуктовой;

- однопродуктовая модель, характеризующаяся тем, что экономика страны производит один обобщенный продукт, часть которого идет на потребление, а другая часть – на увеличение основного и оборотного капитала.

Что касается сферы применения, то можно отметить необходимость областей применения экономико-математических моделей. Приведенная классификация не является, очевидно, ни всеобъемлющей, ни полной. Но она дает представление обо всем многообразии подходов к моделированию экономических процессов и косвенно свидетельствует о широте применяемого математического аппарата для формального описания этих процессов.

Глава 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ

2.1. Производственные функции. Определение и назначение

Производственная функция (функция производства) представляет собой уравнение, связывающее переменные величины затрат (ресурсов, факторов производства) с величиной выпуска продукции (в дальнейшем просто «выпуска»). Понятия выпуска и факторов производства конкретизируются в зависимости от характера и масштаба рассматриваемой производственной единицы, цели исследования, доступной информации. Например, выпуск может измеряться в натуральных или стоимостных показателях, в реальных или потенциальных величинах. А ресурсы могут рассматриваться либо фактически затраченные, либо имеющиеся в распоряжении на начало производства.

Все параметры производственной функции являются натуральными величинами потока, имеющими размерность количество/время. Если, например, при оптимально организованном производстве за 1 час 5 рабочих на 3 станках изготавливают 20 деталей, то $Q = 20$ шт/час, $L = 5$ час труда, $K = 3$ норма-часа. Для краткости в дальнейших примерах размерность параметров будем опускать.

Число факторов в производственной функции не обязательно ограничивается заранее, однако требуется их сопоставимость по характеру воздействия на выпуск и уровню агрегирования.

В экономическом моделировании наиболее широко представлены макроэкономические производственные функции. Эти функции являются агрегатными производственными функциями, характеризующими зависимость показателя совокупного общественного продукта или иного обобщающего показателя от основных факторов производства.

В качестве основных факторов производства обычно рассматриваются объем капитала, рабочей силы, а также земли. В ряде макроэкономических производственных функций в качестве отдельного фактора учитывается также воздействие научно-

технического прогресса. Макроэкономические производственные функции исследуются самостоятельно или включаются в сложные эконометрические модели.

Производственные функции применяются для анализа влияния различных сочетаний факторов на объем выпуска и решения прогнозных и плановых задач в следующих случаях:

- для анализа влияния различных сочетаний факторов на объем выпуска в определенный момент времени (статический вариант, который отражает текущие связи между экономическими показателями);

- для анализа и прогнозирования соотношения объемов факторов и объемов выпуска в разные моменты времени (динамический вариант, т. е. выявление тенденций экономического развития).

Для отдельного предприятия (фирмы) или отрасли, выпускающей однородный продукт, часто рассматриваются многофакторные производственные функции, связывающие объем валового выпуска (измеренного в натуральных единицах) с затратами:

- рабочего времени по различным видам трудовой деятельности;

- различных видов сырья, энергии, полуфабрикатов, комплектующих изделий (измеренных, как и выпуск, в натуральных единицах).

Такие функции характеризуют действующую технологию или спектр возможных технологий. В отдельной фирме производственная функция описывает максимальный объем выпуска продукции, которую эта фирма в состоянии произвести при каждом сочетании используемых факторов производства.

При построении производственных функций крупных отраслей, регионов или народного хозяйства обычно пользуются стоимостными измерителями (как правило, в постоянных ценах), а выпуск измеряют конечным (а не валовым) продуктом. Кроме того, в этих функциях исключают или сводят к минимуму учет текущих затрат, а также включают небольшое количество переменных (по сравнению с микроэкономическим уровнем). Макроэкономические производственные функции, как правило, содержат 2–4 фактора производства, например живой труд,

основные средства, научно-технический прогресс, обобщающий показатель вовлекаемых природных ресурсов.

Многофакторные микроэкономические производственные функции применяются в технико-экономических расчетах и отражают реально действующие или потенциально допустимые производственные технологии, например, для определения возможных вариантов развития предприятий.

В прикладных исследованиях основное направление использования производственных функций – прогнозирование (особенно средне- и долгосрочное) и перспективное планирование.

Для агрегатных экономических единиц производственная функция строится в предположении, что соответствующий объект моделируется как единое предприятие, функционирующее по принципу «затраты ресурсов – выпуск продукции» или «имеющиеся ресурсы – результаты деятельности». В первом случае рассматриваются потоки ресурсов, а во втором – их общие объемы, запасы. Тем самым принимается гипотеза о целостности объекта, моделируемого с помощью производственной функции, о его неделимости.

Для большинства производственных функций эта гипотеза существенна и с формальной точки зрения, ибо не удастся воспользоваться одной и той же производственной функцией для представления объекта в целом и в виде совокупности образующих его производственных единиц. Другими словами, непосредственное агрегирование для производственной функции, как правило, неосуществимо.

Исключение составляют производственные функции, в которые факторы входят в виде линейной комбинации. Поэтому анализ экономической деятельности как агрегата и как совокупности предприятий ведется изолированно, а совмещение полученных результатов и их интерпретация представляют самостоятельные и главным образом содержательные задачи. Отраслевые производственные функции могут отображать функционирование отрасли как целого либо отображают деятельность ее среднего предприятия.

В первом случае производственная функция связывает временные ряды отраслевых агрегатов выпуска и ресурсов, а внутренняя структура отрасли обычно не учитывается. Во втором слу-

чае производственная функция «пространственно» измеряет показатели для образующих отрасль предприятий. Объединение этих подходов в рамках одного эконометрического исследования технически сложно и требует более жестких предположений о характере эмпирических данных.

Производственная функция является обобщением таких традиционных экономических показателей, как производительность труда, фондоотдача, материалоемкость и т. п. Иногда вместо производственных функций используются соотношения, связывающие между собой не объемы, а темпы прироста ресурсов и выпуска или темпы и объемы одновременно. Такие соотношения обычно называются темповыми производственными функциями. Широкого распространения в экономико-математических исследованиях они не получили.

2.2. Основные требования, предъявляемые к производственным функциям

Производственная функция, устанавливающая зависимость объема производства от наличия или потребления ресурсов, называется функцией выпуска. Частными случаями производственной функции являются:

- функция издержек, описывающая связь между объемом выпуска и издержками производства;
- инвестиционная функция, описывающая зависимость необходимых инвестиций от производственной мощности будущего предприятия.

Формально производственная функция может быть записана следующим образом:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

где Y – объем выпуска; x_j – объем ресурса j .

Предполагается, что функция $f(x)$ удовлетворяет некоторым условиям, вытекающим из общеэкономических соображений. Вид функции и некоторые ограничения на значения параметров вытекают, как правило, из теоретических представлений о структуре и функционировании моделируемого объекта, а конкретные численные значения параметров находятся в результате

обработки имеющейся в распоряжении исследователя информации. Это могут быть:

- результаты пространственных выборок, данные о технико-экономических характеристиках используемых, потенциально доступных или проектируемых технологий, агрегатов, производственных комплексов (в этом случае рассматриваются статические модели);

- временные ряды (ряды динамики) или результаты пространственно-временных выборок показателей ресурсов и выпуска (тогда речь идет о динамических моделях).

Параметры функции оцениваются, в основном, методами корреляционно-регрессионного анализа. Полученные таким образом производственные функции представляют статистические зависимости между ресурсами и выпуском. Причем часто оценка погрешности такова, что пользоваться полученными зависимостями на практике не представляется возможным, особенно в случае множественной регрессии. Поэтому полученные зависимости отражают только предполагаемые тенденции развития и обладают низкой достоверностью. В работах западных экономистов неоклассического направления значения параметров производственной функции часто определяют исходя из гипотезы:

- о равенстве отношения предельных производительностей ресурсов отношению цен на них. Например, в качестве «цены труда» рассматривают среднюю ставку заработной платы, а «цены капитала» – норму процента;

- о равенстве эластичностей выпуска по ресурсам и долей их владельцев в доходе.

Иногда производственную функцию записывают в более общем виде:

$$G(Y, x_1, x_2, \dots, x_n) = 0.$$

Тогда последнее выражение называют уравнением производственной поверхности. Его можно обобщить на случай совместного производства нескольких видов продукции:

$$G(Y_1, Y_2, \dots, Y_m, x_1, x_2, x_n) = 0.$$

Но такие многопродуктовые производственные поверхности встречаются лишь в сугубо теоретических работах.

Производственная поверхность – это геометрическое представление производственной функции. В простейшем двумерном случае (один ресурс – один продукт) применяется термин «производственная кривая». Эта кривая позволяет оценить объем производства продукта при наличии определенного количества ресурсов.

Примем, что переменным фактором является труд. Тогда в коротком периоде у производственной функции остается одна переменная – количество используемого труда. Типичная зависимость между выпуском продукции и количеством труда, применяемого при фиксированном объеме капитала, представлена на рис. 2.1. В алгебраическом виде эта функция записывается следующим образом:

$$Q = aL + bL^2 - cL^3,$$

где a , b , c – вещественные коэффициенты, определяемые технологией производства.

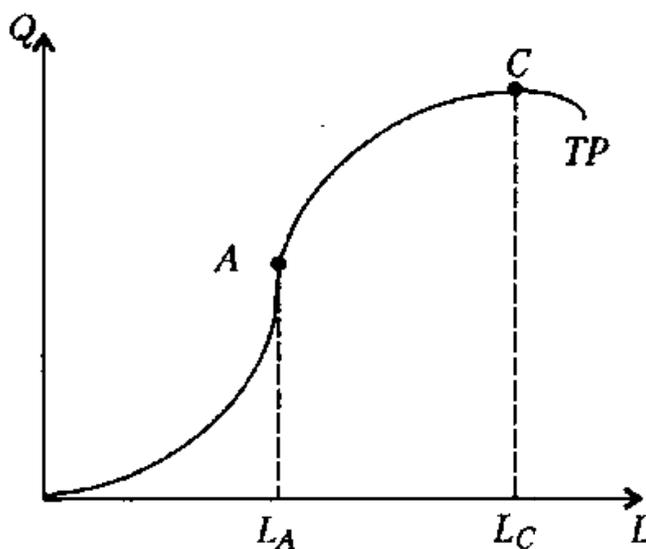


Рис. 2.1. Кривая общего выпуска продукции

Если факторов и товаров более одного, например n , m , то можно говорить уже не кривой, а о некоторой гиперповерхности, описывающей все возможные комбинации рассматриваемых товаров, которые можно произвести при полном использовании имеющихся факторов производства. Эта гиперповерхность соединяет точки, показывающие, что дальнейшее наращивание

выпуска одного товара возможно только за счет сокращения выпуска других. Примером может служить граница области допустимых значений в задаче линейного программирования. Другой термин для обозначения этого понятия – кривая (поверхность) производственных возможностей. Производственная функция может быть также представлена множеством изоквант, связанных с различными уровнями объема производства.

Общепринятого мнения, каким именно набором свойств, вытекающих из общеэкономических соображений, должна обладать производственная функция, не существует. Однако обычно требуется, чтобы она обладала всеми или хотя бы некоторыми из следующих свойств:

1. $Y = f(0, 0, \dots, 0) = 0$, т. е. выпуск невозможен при отсутствии ресурсов;

2. Если $x'_j > x_j$, для $\forall j \in 1:n$, то $f(x'_1, x'_2, \dots, x'_n) > f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, т. е. при увеличении затрат всех ресурсов выпуск также растет;

3. $\frac{\partial f(x)}{\partial x_j} \leq 0$, $j \in 1:n$, т. е. при увеличении затрат любого из ресурсов, при неизменном количестве остальных, выпуск не сокращается;

4. $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial^2 x_j} \leq 0$, $j \in 1:n$, т. е. с увеличением затрат любого из ресурсов, при неизменном количестве остальных, эффективность вовлечения в производство дополнительной его единицы не возрастает (принцип убывающей отдачи последовательных вложений);

5. $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_j \partial x_i} \geq 0$, $j, i \in 1:n$, т. е. эффективность затрат любого из ресурсов при увеличении затрат какого-либо другого ресурса и неизменном количестве остальных не снижается;

6. $Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – строго квазивогнута;

7. $Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – вогнута (выпукла вверх).

Это более жесткая формулировка принципа убывающей отдачи последовательных вложений, из которой, в частности, следует свойство 4;

8. $Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – однородна степени λ , т. е.

$$f(ax_1, ax_2, \dots, ax_n) = a^\lambda f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

При $\lambda > 1$ с увеличением масштабов производства его эффективность растет (растущая отдача, или экономия от масштаба), при $\lambda < 1$ – падает (падающая отдача, или потери от масштаба),

при $\lambda = 1$ – не меняется. В одних случаях значение λ оценивается статистически, в других на него накладываются априорные ограничения. В подавляющем большинстве малоразмерных моделей экономического роста предполагается, что $\lambda = 1$.

Однако не все производственные функции и не при всех значениях входящих в них переменных обладают перечисленными свойствами.

Иногда, хотя и редко, применяют производственные функции, для которых не выполняются первые три свойства, хотя они наиболее «естественны». Часто требуется, чтобы производственная функция обладала указанными свойствами не при всех, а лишь при «экономически осмысленных» или реально достижимых значениях переменных. Множество таких значений называют *экономической областью*.

Иногда требуется, чтобы производственная функция, помимо указанных выше свойств, обладала и некоторыми другими. Так, довольно часто налагаются ограничения на значения производственной функции или ее первых производных при стремлении одного из аргументов к нулю или бесконечности (так называемые асимптотические условия). Наиболее простое и естественное условие состоит в том, что значение функции равно нулю при нулевом значении любого из аргументов, например, для случая двухфакторной макроэкономической производственной функции.

Однородную производственную функцию произвольной степени часто называют неоклассической, если она имеет:

- положительные первые частные производные;
- отрицательные вторые частные производные;
- положительные вторые смешанные производные по всем факторам производства.

Производственная функция позволяет рассчитать ряд важных характеристик, описывающих различные стороны исследуемой производственной единицы. Наиболее часто рассчитывают следующие характеристики:

1. Предельная производительность (предельный продукт) фактора j , $\frac{\partial f(x)}{\partial x_j}$, $j \in 1:n$ – показывает, насколько увеличивается

выпуск при увеличении затрат фактора j на одну единицу, при неизменном количестве остальных факторов;

2. Частная эластичность выпуска по фактору j (частная факторная эластичность), $\frac{\partial f(x)}{\partial x_j} \cdot \frac{x_j}{f(x)}$, $j \in 1:n$ – показывает, на

сколько процентов увеличится выпуск при увеличении затрат фактора j на 1%, при неизменном количестве остальных факторов. Частная эластичность представляет отношение предельной производительности к средней.

Например: коэффициент эластичности выпуска ($\varepsilon_{Q,L}$) по переменному фактору (труду) показывает, на сколько процентов изменится выпуск при увеличении объема переменного фактора на 1%:

$$\varepsilon_{Q,L} = 100 \frac{\Delta Q}{Q} / 100 \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \times \frac{L}{Q}.$$

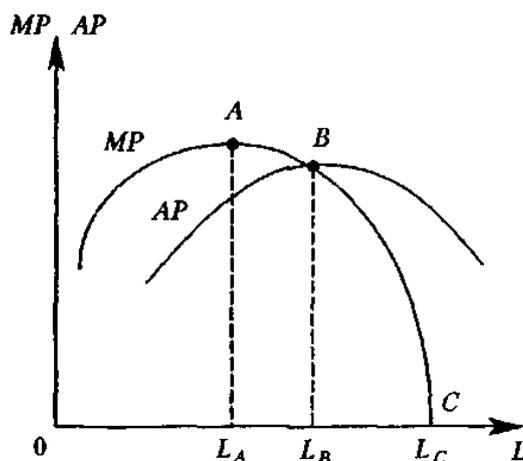


Рис. 2.2. Кривые средней и предельной производительности труда

По рис. 2.2 можно заметить, что при увеличении количества используемого труда от 0 до L_B имеет место $\varepsilon_{Q,L} > 1$; при $L = L_B$ коэффициент $\varepsilon_{Q,L} = 1$; в интервале $L_B < L < L_C$ эластичность выпуска по переменному фактору убывает от 1 до 0, а при использовании заданного объема капитала и количестве труда

больше L_c коэффициент эластичности принимает отрицательное значение.

Таким образом, техническая результативность производства в коротком периоде проходит четыре стадии (I – IV), представленные в табл. 2.1 (на рис. 2.2 они отделены друг от друга точками A , B и C).

Таблица 2.1

**Стадии технической результативности производства
в коротком периоде**

<i>Показатель</i>	<i>Стадия I</i>	<i>Стадия II</i>	<i>Стадия III</i>	<i>Стадия IV</i>
TR	Растет	Растет	Растет	Снижается
AR	Растет	Растет	Снижается	Снижается
MR	Растет	Снижается	Снижается	Снижается
$\varepsilon_{Q,L}$	> 1	> 1	$\{1,0\}$	< 0

Практический аспект проведенного анализа заключается в том, чтобы определить, какой объем переменного фактора целесообразно использовать в коротком периоде. Очевидно, что на стадии I надо увеличивать количество используемого труда, а переходить в стадию IV экономически нецелесообразно. Стоит ли переходить в стадии II и III? Для ответа на этот вопрос, кроме технологии, нужно знать цены производимой продукции и факторов производства. После того как они будут введены в наш анализ, можно будет ответить на поставленный вопрос.

При использовании показателей средней и предельной производительностей, а также эластичности весь выпуск как бы вмещается только одному, переменному фактору. Но с не меньшим основанием результат производства можно «приписать» постоянному фактору. Его средняя производительность ($AP_K = Q/K$) повышается при увеличении количества применяемого труда до тех пор, пока растет общий выпуск. Но поскольку в коротком периоде решения принимают по поводу объемов использования переменного фактора, то определяют показатели его результативности.

3. Эластичность производства

$$\pi(x_1, x_2, \dots, x_n) = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \left(\frac{\lambda}{f(\lambda x_1, \dots, \lambda x_n)} \cdot \frac{\partial f(\lambda x_1, \dots, \lambda x_n)}{\partial \lambda} \right).$$

Эластичность производства показывает, на сколько процентов увеличится выпуск при увеличении на 1% затрат каждого фактора. Этот показатель является локальной характеристикой эффекта масштаба производства. Очевидно, что

$$\pi(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial Y}{\partial x_j} \cdot \frac{x_j}{Y}.$$

4. Предельная норма замены (замещения) фактора j фактором i . Этот показатель определяет количество фактора j , которое требуется для замены одной единицы фактора j при сохранении на неизменном уровне объема выпуска и количества остальных факторов. Обычно обозначается R_{ij} и по определению равна:

$$R_{ij} = - \frac{\partial x_i}{\partial x_j}, \text{ при } Y = \text{const}, x_k = \text{const}, k \neq i, j.$$

Очевидно, что $R_{ij} = \frac{\partial Y}{\partial x_j} : \frac{\partial Y}{\partial x_i}$.

5. Эластичность замены (замещения) фактора j фактором i . Наряду с предельной нормой замещения этот показатель характеризует возможности замены одного фактора другим. В простейшем случае определяется как

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{\partial R_{ij}}{\partial \frac{x_i}{x_j}} \cdot \frac{x_i/x_j}{R_{ij}} \right)^{-1}, \text{ при } Y = \text{const}, x_k = \text{const}, k \neq i, j.$$

Существует и ряд других определений эластичности замещения для многофакторных производственных функций. Все существующие определения эквивалентны только для двухфакторных линейно однородных производственных функций. В этом случае все они приводят к формуле:

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = \sigma = \frac{\frac{\partial Y}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial Y}{\partial x_2}}{Y \cdot \frac{\partial^2 Y}{\partial x_1 \partial x_2}}.$$

Часто конкретный вид производственной функции выводят, исходя из гипотез о значениях и характере изменения каких-либо из указанных пяти характеристик.

Таким образом, с помощью производственных функций изучается взаимозаменяемость факторов производства, которая может быть неизменной либо переменной (т. е. зависимой от объемов ресурсов). Соответственно, функции делят на два вида:

- с постоянной эластичностью замены (CES – Constant Elasticity of Substitution);
- с переменной эластичностью замены (VES – Variable Elasticity of Substitution).

2.3. Основные формы представления производственных функций

В настоящее время математиками-аналитиками предложено множество конкретных производственных функций. Чаще всего используются следующие:

- 1) линейная $Y = a_1x_1 + \dots + a_nx_n$;
- 2) леонтьевская $Y = \min\left(\frac{x_1}{a_1}, \dots, \frac{x_n}{a_n}\right)$;
- 3) Кобба – Дугласа $Y = A \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \dots \cdot x_n^{a_n}$;
- 4) с постоянной эластичностью замещения. В простейшем варианте эта функция имеет вид:

$$Y = A[a_1x_1^{-p} + a_nx_n^{-p}]^{-\frac{\lambda}{p}}.$$

Наиболее популярной и в теоретических, и в прикладных исследованиях является функция Кобба – Дугласа: она сочетает простоту математической записи, очевидную экономическую интерпретацию и относительную легкость определения численных значений ее параметров. Особенность этой мультипликативно-степенной формы производственной функции состоит в том, что если один из сомножителей равен нулю, то результат обращается также в нуль. Это свойство соответствует тому факту, что в большинстве случаев для производства необходимы все факторы и при отсутствии одного из них выпуск продукции невозможен. Например, даже в самом автоматизированном производстве

нельзя обойтись без соответствующего персонала. В самой общей форме (форма называется канонической) мультипликативно-степенная функция записывается в следующем виде:

$$Y = A \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \dots \cdot x_n^{a_n}, \text{ или } Y = A \cdot \prod_i x_i^{a_i}.$$

Коэффициент A учитывает размерность, которая, в свою очередь, зависит от выбранной единицы измерений затрат и выпуска. Сомножители от первого до n -го могут иметь различное содержание в зависимости от того, какие факторы оказывают влияние на общий результат (т. е. выпуск продукции). Например, в производственной функции, которая применяется для изучения экономики в целом, в качестве результативного показателя можно принять объем конечного продукта, а в качестве сомножителей – основные факторы производства:

- численность занятого населения x_1 ;
- величину основного и оборотного капитала x_2 ;
- площадь используемой земли x_3 .

В таблице 2.2 представлена функция Кобба–Дугласа. В ней данные, округленные до целых чисел, соответствуют формуле $Q = L^{0,75} K^{0,25}$.

Показатели степеней α и β производственной функции равны коэффициентам эластичности выпуска по факторам

$$\varepsilon_{Q,L} = \frac{MP_L}{AP_L} = \frac{\alpha AK^\beta L^{\alpha-1}}{AK^\beta L^{\alpha-1}} = \alpha;$$

$$\varepsilon_{Q,K} = \frac{MP_K}{AP_K} = \frac{\beta AL^\alpha K^{\beta-1}}{AL^\alpha K^{\beta-1}} = \beta.$$

При попытке оценить результативность производства в длительном периоде путем деления общего выпуска продукции на количество используемых факторов возникает затруднение из-за того, что нельзя суммировать число рабочих с числом станков или гектарами земли. Тем не менее определенную характеристику технологии можно получить, наблюдая за изменением выпуска при изменении объемов обоих факторов производства в одно и то же число раз, т. е. меняя масштаб производства. Результат воздействия на выпуск пропорционального изменения обоих факторов называют *эффектом масштаба*. При непропорци-

ональном изменении факторов меняется не только масштаб, но и соотношение между количеством труда и объемом капитала; оба они оказывают определенное воздействие на выпуск, поэтому в данном случае изменения результативности производства нельзя связывать только с изменением масштаба.

Рост объемов труда и капитала в n раз может сопровождаться увеличением выпуска: 1) в n раз; 2) более чем в n раз; 3) менее чем в n раз. В первом случае говорят, что технология имеет неизменный эффект масштаба, во втором – растущий и в третьем – снижающийся. В табл. 2.2 приведены числовые примеры для каждого из них.

Таблица 2.2

**Технологическая результативность производства
в длительном периоде**

Технология производства	Объем выпуска при			Эффект масштаба
	L = 20 K = 100	L = 30 K = 150	L = 40 K = 200	
$Q = L^{0,75} K^{0,25}$	29,9 (1)	44,9 (1,5)	59,8 (2)	Постоянный
$Q = L^{0,75} K^{0,5}$	94,6 (1)	157,0 (1,7)	224,9 (2,4)	Растущий
$Q = L^{0,5} K^{0,25}$	14,1 (1)	19,2 (1,4)	23,8 (1,7)	Снижающийся

Примечание. В скобках указано, во сколько раз увеличен выпуск по сравнению с исходным.

С помощью функции Кобба – Дугласа была сделана попытка оценить связь таких факторов, как труд и капитал, с ростом национального дохода США в 20–30 годах XX века:

$$N = A \cdot L^{\alpha} \cdot K^{\beta},$$

где N – национальный доход; A – коэффициент размерности; L и K – соответственно объемы приложенного труда и капитала; α, β – коэффициенты эластичности производства по труду L и капиталу K .

Функция Кобба – Дугласа используется для описания объема производства в зависимости от числа занятых (наряду с капиталом):

$$Y = c \cdot K^a \cdot L^b,$$

где Y – объем производства; K – величина капитала; L – численность занятых; c – постоянный параметр производительности; a – коэффициент эластичности производства по отношению к величине капитала; b – коэффициент эластичности производства по отношению к численности занятых. Сумма коэффициентов эластичности ($a + b$) характеризует эффект масштаба производства:

- возрастающий, если $a + b > 1$;
- постоянный, если $a + b = 1$;
- убывающий, если $a + b < 1$.

Хотя сумма ($a + b$) может принимать любые значения, чаще всего предполагается неизменный масштаб производства. В связи с этим предположением один параметр определяется через другой: $b = 1 - a$. В «классической» производственной функции Кобба – Дугласа $\alpha = 0,33$, $\beta = 0,67$.

Среди моделей, характеризующих влияние демографического фактора на экономическое развитие, выделяются динамические модели, основанные на предположении, что технологические изменения влияют на объем производства непосредственно (модель Р. Солоу):

$$Y_t = c \cdot e^{r \cdot t} \cdot (K_t)^{a(t)} \cdot (L_t)^{b(t)},$$

где t – календарный год; r – постоянный темп технического развития.

Второй метод учета технического развития предполагает изменение влияния отдельных факторов производства, которое моделируется с помощью динамического изменения коэффициентов эластичности (модель М. Брауна):

$$Y_t = c \cdot (K_t)^{a(t)} \cdot (L_t)^{b(t)}.$$

Третий метод основан на том, что техническое развитие приводит к качественному изменению внутри факторов производства (модель В. Солоу):

$$Y_t = c \cdot (K_t^*)^a \cdot (L_t^*)^b,$$

где индекс * отражает качественные изменения в физическом или человеческом капитале.

Степенные коэффициенты (параметры) мультипликативно-степенной производственной функции показывают ту долю в процентном приросте конечного продукта, которую вносит каждый из сомножителей (или на сколько процентов возрастет продукт, если затраты соответствующего ресурса увеличить на один процент). Эти параметры являются коэффициентами эластичности производства относительно затрат соответствующего ресурса. Если сумма коэффициентов составляет 1, то это означает однородность функции: она возрастает пропорционально росту количества ресурсов. Но возможны и такие случаи, когда сумма параметров больше (или меньше) единицы. Это показывает, что увеличение затрат приводит к непропорционально большему (или непропорционально меньшему) росту выпуска (эффект от масштаба производства).

В динамическом варианте применяются разные формы производственной функции. Например, в двухфакторном случае:

$$Y(t) = A(t) \cdot L^a(t) \cdot K^b(t),$$

где множитель $A(t)$ обычно возрастает во времени, отражая общий рост эффективности факторов производства в динамике.

Логарифмируя, а затем дифференцируя по t указанную функцию, можно получить соотношения между темпами прироста конечного продукта (или, например, национального дохода) и прироста факторов производства (темпы прироста переменных принято описывать в относительных величинах, в процентах). Дальнейшая адаптация производственной функции может заключаться в использовании переменных коэффициентов эластичности.

Наиболее гибкой и содержательной считается CES-функция, частным случаем которой являются функции Кобба – Дугласа, однако в общем случае оценка ее параметров затруднена.

Примеры других производственных функций приводятся для случая двух факторов $Y = f(K, L)$, где K – капитал, а L – объемы приложенного труда (затраты живого труда). Значительное число

производственных функций получены в результате комбинации различных вариантов приведенных выше четырех функций. Среди них:

1) функция с линейной эластичностью замещения

$$Y = A \cdot K^a (\beta K + L^{1-a}).$$

Эта функция выводится из предположения, что эластичность замещения линейно зависит от фондовооруженности. Для этой производственной функции эластичность замены (замещения) фактора К фактором L равна $\sigma = 1 + \frac{\beta}{a} \cdot \frac{K}{L}$;

2) многорежимная функция

$$Y = A \prod [a_j K^{-p} + (1 - a_j) L^{-p}]^{-\frac{Y_j}{p}}.$$

Эта функция выводится из предположения, что эластичности выпуска по ресурсам представляют n-уровневые ступенчатые функции фондовооруженности (для эластичности по капиталу – убывающую, для эластичности по труду – возрастающую).

Среди неоднородных производственных функций наиболее часто используется квадратичная функция

$$Y = aK + bL + cK \cdot L - dK^2 - eL^2,$$

а также функция

$$Y = A \cdot [aK^{-\beta_1} + (1 - a)L^{-\beta_2}]^{-\frac{1}{3}} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k a^{n-k},$$

называемая функцией Солоу, или функцией Хилхорста. Достоинства этой производственной функции заключаются в том, что ее верификация позволяет проверить гипотезу об однородности. Если β_1 и β_2 оказываются близкими, эта гипотеза принимается, в противном случае – отвергается.

Описываемые производственной функцией соотношения носят статистический характер, т. е. проявляются только в среднем, в большой массе наблюдений, поскольку реально на результат производства воздействуют не только анализируемые факторы, но и множество неучтенных в этом виде модели. Кроме того, применяемые показатели как затрат, так и результатов неизбежно

являются продуктами сложного агрегирования. Например, обобщенный показатель затрат труда в макроэкономической функции вбирает затраты труда разной производительности, интенсивности, квалификации и т. д.

2.4. Моделирование научно-технического прогресса

Важнейшей проблемой использования производственных функций является учет в них фактора технического прогресса. Моделирование научно-технического прогресса развивается в двух направлениях:

- 1) анализ динамики сквозных агрегатных показателей, измеряющих экономический рост;
- 2) изучение процессов появления и распространения нововведений.

Анализ динамики сквозных агрегатных показателей тесно связан с политэкономическими теориями, и в частности с таким понятием, как производственная функция. В первой трети XX века экономистами было отмечено, что темп прироста производительности труда превышает темп роста фондовооруженности в среднем за период, близкий к продолжительности экономического цикла. С позиций теории факторов производства, когда рассматриваются два основных фактора – труд и капитал (иногда к ним добавляют третий – природный), объяснить такой рост экономики не удастся. Поэтому был сделан вывод о существовании еще одного фактора, влияющего на экономический рост, – технического прогресса.

В соответствии с теорией австрийского экономиста Й. Шумпетера, считавшего, что изменение технологии происходит под воздействием внешних (по отношению к экономике) возмущений, на долю технического прогресса стали относить ту часть экономического роста, которую нельзя объяснить традиционно рассматриваемыми экономическими факторами. Так возникла идея измерения технического прогресса в виде «остатка», получившая широкое распространение. Эта идея была разработана с помощью аппарата производственных функций и послужила

базой для построения многочисленных моделей технического прогресса. Начальные попытки состояли в изучении отношения выпуска Y к той его части, которая соответствовала «вкладу» труда L и капитала K :

$$\frac{Y}{\frac{\partial Y}{\partial L} L + \frac{\partial Y}{\partial K} K}.$$

Рост этого отношения интерпретировался как оценка результирующего «вклада» технического прогресса. В реальной экономике возможны разнообразные воздействия на динамику выпуска со стороны изменений в технологии. Так, технология, положительно влияющая на темпы роста в данный момент, может в дальнейшем стать тормозом для роста. И наоборот, технология, требующая в данный момент значительных расходов, может стать через какое-то время прогрессивной и производительной.

Производственные функции стали средством адекватного представления роли технического прогресса и способов его измерения. Интерпретировать результаты развития экономики было удобнее в темповых характеристиках. Если переменные производственной функции типа Кобба – Дугласа $Y = AK^{\alpha}L^{\beta}$ считать зависящими от времени, то ее легко преобразовать в линейное соотношение между темпами прироста:

$$y = \alpha K + \beta L,$$

где α, β – темпы прироста.

В 1939 г. голландский экономист Я. Тинберген предложил учитывать время в производственной функции типа Кобба – Дугласа:

$$Y = AK^{\alpha}L^{\beta} \cdot \exp(\gamma t).$$

«Остаток», который рассматривался западными экономистами еще до Тинбергена, получил удобное выражение. Концепция Шумпетера была формализована, а соотношение между темпами приобрело вид:

$$y = \alpha K + \beta L + \gamma.$$

Производственная функция, для которой $\alpha = 0,25, \beta = 0,75$, интерпретируется следующим образом:

- увеличение на 1% основных фондов (основного капитала) ведет к приросту (при фиксированной численности занятых) на 0,25%;

- увеличение на 1% численности занятых вызывает соответственно прирост выпуска на 0,75%.

Это так называемые экстенсивные факторы роста. Кроме того, наблюдается прирост выпуска на 2% в среднем за год за счет всех остальных факторов, совместное влияние которых относят за счет результирующего технического прогресса (интенсивные факторы роста). Если в среднем за период $K = 3\%$, $L = 1\%$, то

$$y = 0,25 \cdot 0,03 + 0,75 \cdot 0,01 + 0,02 = 0,035,$$

т. е. выпуск будет увеличиваться на 3,5% в год. Чтобы определить вклад «технического прогресса» в экономический рост, рассчитывают величину $\frac{y}{Y}$. В данном примере этот вклад объясняет 57% прироста, т. е. на долю интенсивных факторов относят 57% прироста выпуска, а на долю экстенсивных – 43%.

Когда технический прогресс вводится в производственную функцию с помощью множителя, не зависящего от рассматриваемых в ней факторов, говорят о нейтральном техническом прогрессе.

Однако отделить, например, в производственной функции типа Кобба – Дугласа $Y = AK^\alpha L^\beta \cdot \exp(\gamma t)$ нейтральный технический прогресс, выражаемый параметром γ , от так называемой экономии на масштабах производства с помощью экономических процедур практически невозможно. Экономия на масштабах производства проявляется, когда сумма $\alpha + \beta$ превышает единицу, т. е. пропорциональное увеличение K и L ведет к непропорционально быстрому росту выпуска Y . Статистически надежные оценки удается получить лишь для производственной функции, где $\alpha + \beta = 1$.

При моделировании технического прогресса отдельно оценивают производственную функцию для различных периодов (возможно, и небольших). В этом случае пользуются понятием технологических сдвигов. Так, если для производственной функции Кобба – Дугласа, соответствующей более позднему периоду,

отношение $\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$ увеличилось по сравнению с его значением в предыдущем периоде, то говорят о капиталоемком сдвиге в технологии. В противном случае имеет место трудоинтенсивный сдвиг.

Известны многочисленные попытки усовершенствовать модельные представления о техническом прогрессе, порождаемые производственными функциями. В частности, введение в модель параметра «срок службы основного капитала» позволило отразить зависимость производительности основных фондов от времени, учесть не только физический, но и моральный износ оборудования. Предпринимались попытки моделирования роста квалификации вновь вовлекаемых в производство трудовых ресурсов и влияния своевременной переподготовки работающих. Рассматриваются модели, в которых технический прогресс воплощен в факторах роста. Были предложены производственные функции, где первоначальная идея Шумпетера о неэкономической природе технического прогресса отвергалась и вводились разнообразные гипотезы относительно связи технического прогресса с той или иной комбинацией факторов. Такие решения означали усложнение вида функции, и их оправданность в большинстве случаев вызывает сомнение.

Применяя модели технического прогресса с производственными функциями, следует учитывать жесткость предположений, на которых они основаны. Интерпретация результатов, полученных с помощью этих моделей, является решающим этапом исследования.

Даже небольшие несоответствия в интерпретации способны породить неадекватные выводы. Чаще всего такие модели применяют при анализе народно-хозяйственной ретроспективы. Однако, сравнивая различные периоды, не следует делать выводы, что при более высоких уровнях γ (т. е. при более высокой доле интенсивных факторов роста) экономика страны развивалась лучше, т. к.:

1) агрегатные показатели, используемые в производственных функциях, не адекватны приписываемому им в соответствующих моделях смыслу;

2) гипотеза о разделении воздействия на выпуск экстенсивных и интенсивных факторов – абстракция, использование которой допустимо только в тех случаях, когда это оправданно;

3) нет оснований утверждать, что более высокие темпы роста экономики всегда предпочтительнее. В частности, постоянное стремление к поддержанию более высоких темпов сдерживает структурные преобразования и противодействует таким важным составляющим технического прогресса, как переход к использованию принципиально новых видов ресурсов и удовлетворение экологических требований;

4) введение технического прогресса в качестве невоспроизводимого фактора практически исключает использование соответствующих моделей для анализа альтернативных стратегий развития народного хозяйства. Тем самым эти модели оказываются непригодными для решения именно тех задач, которые стимулировали развитие макроэкономического моделирования.

Возможность воздействия на научно-технический прогресс с помощью нормативных коэффициентов эффективности капитальных вложений рассматривается с трех точек зрения:

1) установления общего для всей экономики страны норматива эффективности, который можно определить из моделей, содержащих производственную функцию с техническим прогрессом;

2) введения норматива для различных отраслей, поскольку каждая из них выполняет в народном хозяйстве свою содержательную функцию и потому установление общего норматива невозможно;

3) анализа эффективности или, точнее, результативности в рамках отдельных проектов и решений с преобладанием аргументов содержательного, главным образом технологического, характера.

При этом группировки в агрегаты или сравнения альтернативных решений, близких по ряду признаков, полезны в качестве ориентировочных прикидок. Сопоставляя эти три позиции, нужно учитывать, что формальные оценки эффективности, в первую очередь стоимостные, опирающиеся на те или иные гипотезы окупаемости, базируются на предположении о стабильности не только

основных хозяйственных структур, но и структуры цен, по которым осуществляются реальные расчеты. Любые способы пересчета из одних цен в другие, кроме некоторых форм дисконтирования, применяться здесь не могут, т. к. соответствующие расчеты эффективности можно оправдать только с точки зрения поиска рационального способа использования ресурсов, свободных к данному моменту. Поэтому традиционные оценки эффективности крупных проектов, реализация которых способна существенно повлиять на хозяйственные структуры, не могут служить непосредственным основанием для принятия решений. В подобных случаях необходимо проследивать всю технологическую цепочку, связанную с обеспечением воспроизводства при рассматриваемых альтернативных решениях. Когда отдельные хозяйственные подразделения ориентированы на достижение наибольшей, формально рассчитанной эффективности, они не заинтересованы в выборе решений, оправданных с более широких позиций, если эти решения хотя бы незначительно ухудшают их собственные показатели. Поэтому формальное применение этих оценок эффективности с целью стимулирования научно-технического прогресса может привести к возникновению обратных тенденций.

В работах по моделированию технического прогресса большое внимание уделялось распространению (диффузии) новой техники, попыткам отразить побудительные мотивы к внедрению нововведений, в основном свойственные индивидуальным участникам хозяйственного процесса. Одной из существенных характеристик процесса диффузии оказывается возможность вытеснения и замены существующих технологий новыми, более прогрессивными. Работы по диффузии технологий, хотя и обладают большей прикладной направленностью в сравнении с моделями, созданными для измерения вклада научно-технического прогресса в экономический рост, не оказали заметного влияния на развитие экономической теории и не получили широкого применения на практике. С помощью этих моделей могут быть получены рекомендации, главным образом, общего характера. Ведутся исследования закономерностей, обобщающих процесс появления крупных открытий и изобретений в конкретных областях технологии. Подобные исследования представляют интерес как эле-

мент теоретического обоснования при выборе стратегии технического развития. Большое распространение получили попытки отразить технологические сдвиги с помощью моделирования межотраслевого баланса. Теоретический интерес представляют также работы, анализирующие воздействие на темпы экономического роста конкретного набора из множества допустимых технологий в моделях неймановского типа.

При интерпретации модельных расчетов приоритет отдается аспектам содержательного характера.

2.5. Методы определения параметров производственных функций

На практике применяются три основных метода определения параметров макроэкономических производственных функций:

- 1) на основе обработки рядов динамики (временных рядов);
- 2) на основе данных о структурных элементах агрегатов;
- 3) на основе данных о распределении национального дохода (распределительный метод).

При построении производственных функций необходимо избавляться от явлений мультиколлинеарности параметров и автокорреляции – в противном случае неизбежны грубые ошибки.

Рассмотрим наиболее часто встречающиеся аналитические представления производственных функций:

Линейная производственная функция:

$$P = a_1x_1 + a_nx_n,$$

где a_1, \dots, a_n – оцениваемые параметры модели: здесь факторы производства замещаемы в любых пропорциях.

Функция Кобба – Дугласа основывается на предположении о понижающейся предельной отдаче ресурсов, постоянстве коэффициентов эластичности производств по затратам ресурсов. Предельный эффект затрат связан с дополнительным экономическим эффектом (доход, прибыль), вызываемым дополнительной затратой единицы одного ресурса при неизменной величине остальных, это предел соотношения прироста результата и затрат, которые его вызвали, т. е. частная производная результирующей функции по данному аргументу:

$$U_j = \frac{\partial u(x)}{\partial x_j},$$

где U_j – предельный эффект использования ресурса j ; $u(x)$ – функция полезности (под функцией полезности можно понимать функцию эффективности); x_j – объем использования ресурса j .

Эластичность замещения ресурсов в любой точке кривой Кобба – Дугласа равна единице. Хотя данную функцию нельзя отнести к линейным, значения параметров A , a , β можно оценить с помощью линейного регрессионного анализа по методу наименьших квадратов. Для этого ее приводят к линейному виду, прологарифмировав обе части уравнения (обычно используются натуральные логарифмы):

$$\ln N = \ln A + a \ln L + \beta \ln K.$$

Модификация функции, учитывающей технический прогресс, достигается введением дополнительного сомножителя e^{π} , где π – темп технического прогресса (константа).

Из гипотезы о том, что эластичности замещения между всеми факторами постоянны, выводится CES-функция:

$$P = A[(1 - a)K^{-b} + aL^{-b}]^{-\frac{c}{b}}.$$

В этом случае эластичность замещения ресурсов не зависит ни от K , ни от L и, следовательно, постоянна

$$E_{KL} = \frac{1}{1+b}.$$

Отсюда и происходит название функции. Функция CES, как и функция Кобба – Дугласа, исходит из допущения о постоянном убывании предельной нормы замещения используемых ресурсов. Между тем эластичность замещения капитала трудом и, наоборот, замены труда капиталом в функции Кобба – Дугласа, равная единице, здесь может принимать различные значения, не равные единице, хотя она и является постоянной. Наконец, в отличие от функции Кобба – Дугласа, логарифмирование функции CES не приводит к линейному виду, что вынуждает использовать для оценки параметров более сложные методы нелинейного регрессионного анализа.

Функция VES (один из вариантов):

$$P = A \cdot K^{-a} \cdot L^{-\beta} t^{\gamma_t} \cdot \exp \left[c \left(\frac{K}{L} \right) \right].$$

Здесь эластичность замещения принимает различные значения в зависимости от уровня капиталовооруженности труда K/L , откуда и происходит название функции.

В экономическом моделировании очень широко представлены модели с использованием производственных функций. В качестве основных факторов производства обычно рассматриваются объем капитала, рабочей силы, а также земли. В ряде производственных функций в качестве отдельного фактора учитывается также воздействие научно-технического прогресса. Производственные функции исследуются самостоятельно или включаются в сложные эконометрические модели.

Глава 3. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ И ЭТАПЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СПРОСА И ПОТРЕБЛЕНИЯ

3.1. Математическое моделирование функции индивидуального и совокупного спроса

Спрос – это представленная на рынке потребность в товарах и услугах, равная величине имеющихся у населения денежных средств. Объем (величина) спроса формируется:

- из текущих доходов, включающих заработную плату, пенсии, пособия, стипендии, предпринимательский доход;
- денежных сбережений, образовавшихся в прошлые периоды.

Сумму денег, фактически израсходованных на покупку товаров и услуг, принято называть реализованным спросом. Однако последний не всегда отражает действительные покупательские намерения. Он может включать скрытый неудовлетворенный спрос, т. е. случаи, когда покупатель взамен отсутствующего в продаже товара вынужден приобрести другой, в меньшей мере удовлетворяющий его потребности, или «отложить» деньги, но не с целью накопления, а именно из-за отсутствия приемлемых способов их потратить.

Скрытый неудовлетворенный спрос свидетельствует о нарушении необходимого соответствия между структурой спроса и товарного предложения.

Для исследования динамики объема и структуры денежных доходов населения на приобретение товаров и услуг используются различные способы моделирования спроса. Существуют две фундаментальные концепции, моделирующие поведение потребителя на рынке благ, – кардиналистская и ординалистская, отличающиеся исходными предпосылками и инструментами анализа, но приводящие к одинаковым выводам.

Функция индивидуального спроса. Многофакторный анализ спроса осуществляется с применением методов математической статистики. Обычно модель спроса представляется регрессионной функцией. Количество спрашиваемого индивидом

блага зависит от цены данного блага (P_i), цен других благ (P_j) и бюджета индивида (I):

$$Q_i^D = Q_i^D(P_i, P_j, I).$$

График функции индивидуального спроса представлен на рис. 3.1. Отрицательный наклон линии спроса отображает закон спроса.

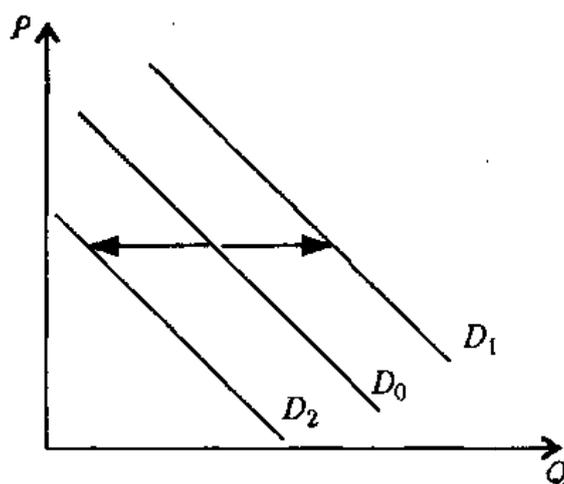


Рис. 3.1. Кривая индивидуального спроса

Излишки потребителя. Каждая точка на кривой спроса показывает, с одной стороны, сколько единиц товара потребитель согласен купить по данной цене, с другой — какую максимальную сумму денег он согласен заплатить за очередную единицу товара. Так, индивид, линия спроса которого изображена на рис. 3.2, за 8-ю единицу блага согласен заплатить 8 ден. ед., а за 12-ю — только 6 ден. ед. Если потребитель может купить любое количество благ по единой цене, то образуется излишек потребителя — разность между максимальной суммой денег, которую потребитель согласен заплатить за купленные товары, и той суммой денег, которую он за них заплатил. На рис. 3.2 по цене 4 ден. ед. потребитель купит 16 ед. товара и его потребительский излишек, представленный площадью заштрихованного треугольника, равен 64. По изменению величины излишка потребителя можно судить о том, как изменение цены товара влияет на благосостояние покупателя.

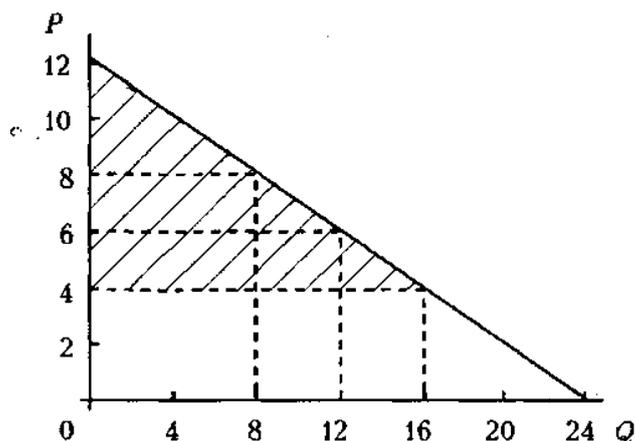


Рис. 3.2. Излишек потребителя

Моделирование спроса включает четыре этапа.

Первый этап. Отбор факторов, вводимых в модель. При отборе факторов учитываются стандартные требования: факторы, включаемые в модель, должны отражать существенные особенности изучаемого явления:

- характеристики факторов должны быть количественно измеримыми;
- факторы должны быть независимыми друг от друга, т. е. между ними не должно быть функциональной связи.

Наиболее существенным фактором, определяющим структуру спроса, является размер совокупного дохода. При одинаковом уровне дохода структура спроса различается у отдельных групп населения в зависимости от их социального и профессионального состава. Поэтому закономерности спроса необходимо изучать дифференцированно, в разрезе соответствующих социальных групп.

Большое влияние на спрос оказывают: состав дохода (соотношение денежной и натуральной его частей); уровень и соотношение розничных цен; степень насыщения потребностей в различных товарах; взаимозависимость и взаимозаменяемость в потреблении отдельных благ.

На структуру спроса в той или иной мере воздействуют и другие факторы, но не все они могут быть учтены в модели. Объясняется это тем, что не каждый фактор поддается точному измерению, а о некоторых из них нет достаточно полной и достоверной информации. Учесть влияние таких факторов во времени можно с помощью введения в модель специального фактора – тренда.

Наряду с факторами, общими для всех или большинства товаров (доход, цена и т. д.), спрос на каждый товар зависит и от специфических, присущих только ему факторов. Поэтому многофакторные модели спроса строятся дифференцированно, т. е. для разных товаров в них включаются различные аргументы.

Влияние других аргументов функции Q_i^D на количество спрашиваемого блага выражается в соответствующем сдвиге линии спроса. Так, при увеличении бюджета потребитель по каждой цене будет спрашивать большее количество, т. е. его кривая спроса сдвинется вправо. В связи с этим важно различать изменение объема спроса на каждое благо (перемещение по линии D) и изменение спроса (сдвиг линии D). Когда все факторы, определяющие объем спроса на благо, кроме его цены, постоянны, функция спроса принимает частный вид функции спроса по цене: $Q = Q(P)$.

Второй этап. Установление математической формы связи между величиной спроса и обуславливающими его факторами. Уравнения множественной регрессии могут быть линейными, нелинейными и комбинированными. На практике чаще всего встречаются линейные (типа: $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$) и приведенные к линейным формам связи, в частности степенные зависимости (например,

$$\log y = a_0 + a_1 \log x_1 + a_2 \log x_2 + \dots + \log a_n x_n).$$

Третий этап. Решение сформулированной задачи, которое сводится к определению значений параметров регрессионных уравнений. Способы решения могут быть различными, чаще других применяется метод наименьших квадратов.

Для проверки степени соответствия рассчитанных в результате решения задачи теоретических значений спроса эмпирическим данным может быть использован следующий прием. По полученной модели производится экстраполяция на период, по которому имеются отчетные данные. Если найденные результаты достаточно близки к эмпирическим значениям зависимой переменной, модель считают пригодной для перспективных расчетов.

Четвертый этап. На заключительном этапе осуществляется прогноз спроса путем подстановки прогнозных значений факторов, учтенных в модели, в рассчитанное уравнение регрессии.

Точность выявленных тенденций спроса и его прогноза в большой мере зависит от информационной базы расчетов, а также интуиции и опыта исследователя. В качестве информационной базы могут служить данные статистики товарооборота и другие источники общих народно-хозяйственных статистических показателей, материалы выборочных обследований семейных бюджетов.

Экономико-математические построения, описывающие взаимосвязи и зависимости между потреблением и определяющими его факторами, относятся к моделям потребления. Модели потребления используются для анализа динамики потребления за прошедший период, построения его прогнозов на перспективу разной продолжительности.

Наибольшее распространение в практике аналитических и прогнозных расчетов получили модели потребления, построенные на основе регрессионного анализа: в уравнении регрессии в качестве функции выступает объем потребления, а в качестве независимых переменных – определяющие его факторы.

Модели потребления для случая линейной связи между потреблением и определяющими его факторами имеют вид:

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^m a_j x_j,$$

где y – потребление конкретного вида товара или агрегата товаров; x_j ; m – учтенные в модели факторы; a_j – параметры модели.

Если анализу подлежит общий объем потребления населением товаров и услуг, то в качестве определяющих факторов в модель могут быть включены:

- общий объем валового внутреннего продукта;
- величина денежных доходов населения;
- индекс розничных цен на потребительские товары и индекс тарифов на платные услуги.

Если же моделируется потребление отдельных товаров, то в модель достаточно включать факторы, характеризующие доходы населения, цены соответствующих товаров и, возможно, еще некоторые факторы, отбираемые в соответствии с особенностями данного товара.

В зависимости от источника информации различаются модели, основанные:

- на данных сплошного статистического учета;
- на данных выборочного обследования бюджетов семей.

Достоинством первых моделей является то, что они могут учесть динамику потребления и определяющих его факторов. Достоинством вторых моделей – явный учет распределения населения по уровню среднедушевого дохода, который оказывает сильное влияние на объемы и структуру потребления, как в целом, так и по отдельным товарам. Однако с помощью определенных математических процедур существует возможность придавать моделям потребления, основанным на данных бюджетной статистики, динамический характер, а в моделях, строящихся на данных динамических рядов потребления и определяющих его факторов, учитывать распределение населения по доходу. Это значительно расширяет возможности этих двух типов моделей. Специальную группу представляют модели потребления, основанные на пространственной информации.

Свою специфику имеет построение моделей потребления технически сложных товаров длительного пользования. Она зависит от того, в каких показателях исчисляется их потребление. Если используются показатели годового объема продажи товаров, то в обычную регрессионную модель потребления достаточно ввести дополнительно фактор научно-технического качества, который оказывает ощутимое влияние на уровень продажи этих товаров. Этот фактор может выражаться с помощью различных показателей, но чаще всего используется доля новых марок технически сложных товаров длительного пользования определенного вида (например, телевизоров, холодильников, стиральных машин) в общем объеме производства. Чаще всего (в том числе и в международных сопоставлениях) потребление товаров длительного пользования характеризуется показателем обеспеченности населения ими в расчете на каждые 100 семей или 1000 человек. В этом случае для анализа и прогнозирования потребления товаров длительного пользования применяются модели, в основе которых лежат логистические функции вида:

$$y = \frac{H}{1 + a \cdot e^{bt}},$$

где y – уровень обеспеченности населения данным товаром длительного пользования; H – верхний предел уровня обеспеченности этим товаром; t – время; e – основание натуральных алгоритмов; a, b – параметры модели.

В конкретных случаях в формулу логистической функции вводятся различные дополнительные переменные и параметры в соответствии со спецификой задачи. При выполнении практических прогнозных расчетов уровня обеспеченности с помощью логистических функций важную роль играет определение верхнего предела обеспеченности H . Обычно в качестве значения H берутся либо рациональные нормативы обеспеченности, либо точки насыщения, после достижения которых дальнейший рост обеспеченности семей данным видом товаров длительного пользования не происходит. Для анализа и прогнозирования потребления населения (в том числе и обеспеченности семей товарами длительного пользования) применяются и более сложные экономико-математические модели. Однако, как показывает опыт расчетов, усложнение моделей потребления не всегда приводит к повышению точности полученных с их помощью результатов, а нередко точность прогноза даже снижается. К тому же для усложненных моделей потребления не всегда удается получить достаточную и достоверную первичную информацию, что вынуждает пользоваться оценочными данными.

3.2. Функции полезности и потребления на основе гипотез количественного и порядкового измерения полезности (кардиналистская и ординалистская концепция)

Для моделирования поведения потребителя целесообразно использовать целевую функцию потребления. Такого рода целевая функция является частным случаем функции полезности, которая, в свою очередь, представляет математическую модель потребительских предпочтений.

Построение функции полезности на основе гипотез количественного измерения полезности (кардиналистская концепция)

Кардиналистская концепция основана на трех гипотезах.

Гипотеза I. Потребитель может выразить свое желание приобрести некоторое благо посредством количественной оценки его полезности.

Единица, служащая потребителю масштабом измерения полезности, получила название ютила (utility – полезность). Оценки полезности субъективны, поэтому нельзя складывать ютилы, приписываемые одному и тому же благу различными потребителями. Но каждый отдельный потребитель проводит с оценками полезности все математические операции, которые применимы к числам. Зависимость между полезностью, получаемой потребителем, и количеством потребляемых им благ называют функцией полезности.

Из гипотезы I следует, что каждый вид благ имеет для потребителя общую и предельную полезность. Общая полезность некоторого вида благ есть сумма полезностей всех имеющихся у потребителя единиц этого блага. Так, общая полезность 10 яблок равна сумме ютилов, которые потребитель приписывает каждому яблоку. Как изменяется величина общей полезности блага по мере увеличения его количества? Для ответа на этот вопрос используется вторая гипотеза.

Гипотеза II. Предельная полезность блага убывает, т. е. полезность каждой последующей единицы определенного вида благ, получаемой в данный момент, меньше полезности предыдущей единицы. Это утверждение, получившее название «первый закон Госсена», исходит из того, что потребности людей насыщаемы.

Если предположения о возможности количественного измерения полезности и убывании ее предельной величины соответствуют действительности, то это означает, что в основе плана потребления индивида лежит составленная им таблица, в которой каждая единица потребляемых благ имеет количественную оценку полезности. Примером такой таблицы служит табл. 3.1, названная по имени первого ее составителя таблицей Менгера.

Таблица 3.1

Количественное измерение полезности благ, ютила

Номер порции	Вид блага			
	хлеб	молоко	сахар	...
I	15	12	10	...
II	10	11	8	...
III	8	10	6	...
IV	7	7	3	...
V	5	6	1	...
...

Гипотеза III. Потребитель так расходует свой бюджет, чтобы получить максимум полезности от совокупности приобретенных благ.

В соответствии с гипотезой III потребитель, ориентируясь на свою таблицу Менгера, с учетом заданных цен формирует такой ассортимент покупок, который при его бюджете дает максимальную сумму ютилов.

Для достижения этой цели потребитель должен руководствоваться вторым законом Госсена, который гласит: максимум полезности обеспечивает такая структура покупок, при которой отношение предельной полезности (MU) блага к его цене (P) одинаково для всех благ –

$$\frac{MU_A}{P_A} = \frac{MU_B}{P_B} = \dots = \frac{MU_N}{P_N} = \lambda.$$

Докажем второй закон Госсена от противного. Допустим, что для какой-либо пары благ равенство не выполняется, например: $\frac{MU_H}{P_H} > \frac{MU_G}{P_G}$. Это означает, что при покупке блага H в среднем

на 1 руб. приобретается большая полезность, чем при покупке блага G . Следовательно, увеличение объема покупок блага H за счет уменьшения объема покупок блага G позволяет потребителю при заданном бюджете повысить свою удовлетворенность. И только тогда, когда равенство выполняется по всем благам, при заданном бюджете нельзя увеличить сумму общей полезности

покупаемых благ. В этом случае говорят, что потребитель достиг равновесия.

Пример. Допустим, что индивид, таблица полезности которого совпадает с табл. 1.1, имеет 25 руб. 20 коп. На эти деньги он купил 3 кг хлеба по цене 2 руб. за 1 кг, 4 л молока по цене 2,8 руб. за 1 л и 2 кг сахара по цене 4 руб. за 1 кг. По табл. 1.1 легко подсчитать, что общая полезность всего набора купленных благ составит

$$15 + 10 + 8 + 12 + 11 + 10 + 7 + 10 + 8 = 91.$$

Проверим, соответствует ли такая структура расходов второму закону Госсена. При указанных количествах купленных благ предельная полезность хлеба для индивида равна 8, молока – 7 и сахара – 8 ютилам. Поделим предельные полезности на цены благ: $8/2 = 4$; $7/2,8 = 2,5$; $8/4 = 2$. Несоблюдение условия потребительского равновесия свидетельствует о возможности увеличения общей полезности расходов бюджета индивида. Если отказаться от 2-го кг сахара и на сэкономленные деньги купить еще 2 кг хлеба, то условие будет соблюдено: $5/2 = 7/2,8 = 10/4 = 2,5$. В результате общая полезность нового набора купленных благ возросла

$$15 + 10 + 8 + 7 + 5 + 12 + 11 + 10 + 7 + 10 = 95.$$

В соответствии со вторым законом Госсена повышение цены блага i при неизменности остальных цен и бюджета потребителя снижает объем спроса на это благо: рост P_i , ведет к уменьшению $\frac{MU_i}{P_i}$; для восстановления равенства $\frac{MU_i}{P_i} = \lambda$ нужно увеличить MU_i , что в соответствии с первым законом Госсена достигается за счет сокращения объема потребления блага i . Из аналогичных рассуждений следует, что снижение цены блага ведет к увеличению спроса на него. В этом суть закона спроса: объем спроса увеличивается при снижении и уменьшается при повышении цены блага.

Обратим внимание на то, что изменение цены одного из потребляемых благ меняет структуру расходов потребителя; в результате может измениться объем спроса не только на потребление

данного, но и других благ. Следовательно, объем спроса индивида на благо зависит как от его цены, так и от цен других благ.

Если при неизменных ценах растет бюджет потребителя, то он может повысить общую полезность за счет увеличения объема спроса на блага, предельная полезность которых больше нуля. Поэтому с ростом бюджета индивид увеличивает объем спроса.

Таблица Менгера представляет собой дискретную функцию полезности. Если она непрерывна, то второй закон Госсена и функция спроса на каждое благо выводятся аналитически.

Допустим, что индивид потребляет лишь три вида благ (A , B , C); их воздействие на уровень полезности отображается функцией

$$U = Q_A^\alpha Q_B^\beta Q_C^\gamma; \quad 0 < \alpha < 1; \quad 0 < \beta < 1; \quad 0 < \gamma < 1.$$

Бюджет индивида равен I , тогда его бюджетное ограничение задается следующим равенством: $I = P_A Q_A + P_B Q_B + P_C Q_C$,

Чтобы узнать, какая структура покупок обеспечивает потребителю максимум полезности, нужно максимизировать функцию Лагранжа $\Phi = Q_A^\alpha Q_B^\beta Q_C^\gamma - \lambda(P_A Q_A + P_B Q_B + P_C Q_C - M)$.

Условие ее максимизации следующее:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial Q_A} = \alpha Q_A^{\alpha-1} Q_B^\beta Q_C^\gamma - \lambda P_A = 0 \Rightarrow \alpha Q_A^{\alpha-1} Q_B^\beta Q_C^\gamma = \lambda P_A; \\ \frac{\partial \Phi}{\partial Q_B} = \beta Q_A^\alpha Q_B^{\beta-1} Q_C^\gamma - \lambda P_B = 0 \Rightarrow \beta Q_A^\alpha Q_B^{\beta-1} Q_C^\gamma = \lambda P_B; \\ \frac{\partial \Phi}{\partial Q_C} = \gamma Q_A^\alpha Q_B^\beta Q_C^{\gamma-1} - \lambda P_C = 0 \Rightarrow \gamma Q_A^\alpha Q_B^\beta Q_C^{\gamma-1} = \lambda P_C. \end{cases}$$

Так как в левой части данных равенств стоит предельная полезность каждого из благ, то легко заметить, что условие максимизации функции Лагранжа представляет второй закон Госсена.

После преобразований получим

$$Q_B = \frac{\beta P_A Q_A}{\alpha P_B}; \quad Q_C = \frac{\gamma P_A Q_A}{\alpha P_C}.$$

Подставив значения данных равенств в бюджетное уравнение, получим функцию спроса индивида на благо A

$$I = P_A Q_A \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\gamma}{\alpha}\right) \Rightarrow Q_A^D = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} \cdot \frac{I}{P_A}.$$

Заменив в выражениях объем спроса функцией спроса на благо A , получим функции спроса на два других блага

$$Q_B^D = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \cdot \frac{I}{P_B}; \quad Q_C^D = \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \cdot \frac{I}{P_C}.$$

Обратим внимание на то, что среди аргументов функций спроса на каждое благо не оказалось цен других благ, т. е. объем спроса на одно благо не зависит от цен других благ. Такой результат связан с особым типом функции полезности индивида в рассмотренном случае. Если предпочтения потребителя отображаются функцией полезности, то объем спроса на благо зависит только от его цены и величины бюджета. Цены других благ не влияют на объем спроса данного блага, так как в этом случае вкусы потребителя таковы, что он на каждый вид благ выделяет фиксированную долю бюджета. Эта доля определяется как отношение показателя степени при данном благо к сумме всех показателей степени функции полезности.

Если функцию полезности заменить функцией вида

$$U = (Q_A + k)^\alpha (Q_B + l)^\beta (Q_C + m)^\gamma,$$

где k, l, m – константы, то объем спроса индивида на каждое благо будет зависеть от его бюджета и всего вектора цен:

$$Q_A^D = -k + \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} \times \frac{M + kP_A + lP_B + mP_C}{P_A};$$

$$Q_B^D = -l + \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \times \frac{M + kP_A + lP_B + mP_C}{P_B};$$

$$Q_C^D = -m + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \times \frac{M + kP_A + lP_B + mP_C}{P_C}.$$

В этом случае товары A, B, C являются для потребителя взаимозаменяемыми: повышение цены на один товар приводит к увеличению спроса на другие.

Для двух взаимодополняемых благ (например, компьютер и программное обеспечение) функция полезности может иметь вид

$$U = \frac{Q_H Q_G}{Q_H + Q_G}.$$

Ей соответствуют следующие функции спроса:

$$Q_H^D = \frac{M}{P_H + \sqrt{P_H P_G}}; \quad Q_S^D = \frac{M}{P_G + \sqrt{P_H P_G}}.$$

Объем спроса на взаимодополняемые блага находится в обратной зависимости от цен обоих благ.

Обратим внимание на то, что объем спроса на благо может не зависеть от бюджета потребителя. Если функция полезности индивида имеет вид

$$U = Q_F + \sqrt{Q_G},$$

то его спрос отображается следующими функциями:

$$Q_F^D = \frac{I}{P_F} - \frac{P_F}{4P_G}; \quad Q_G^D = \left(\frac{P_F}{2P_G} \right)^2.$$

Объем спроса на благо G зависит только от вектора цен при любом бюджете потребителя. Предпочтения такого индивида называют квазилинейными, так как они выражаются квазилинейной функцией полезности.

Таким образом, вид функции полезности определяет характер зависимости объема спроса потребителя от его бюджета и цен благ.

Построение функции полезности на основе гипотез порядкового измерения полезности (ординалистская концепция)

Согласно *гипотезе I* (см. 3.1) индивид способен количественно измерять полезность каждой единицы потребляемых благ. Такое утверждение является слабым звеном кардиналистской концепции. В связи с этим была разработана модель поведения потребителя, основанная на гипотезах порядкового измерения полезности (удовлетворенности) индивида.

В ординалистской концепции потребитель оценивает и сравнивает не отдельные единицы благ, а наборы (потребительские корзины). При этом от него не требуется определять, насколько или во сколько раз одна корзина полезней другой; достаточно

установить, какой из двух наборов он признает лучшим. В основе ординалистской концепции лежат пять гипотез.

Гипотеза полной упорядоченности (сформированности предпочтений). При наличии двух различных наборов благ потребитель всегда предпочитает один из них другому или признает их равнозначными (одинаково предпочтительными).

Гипотеза ненасыщения. Потребитель предпочитает большее количество данного блага меньшему его количеству.

Гипотеза транзитивности. Если потребитель предпочитает набор A набору B , а набор B набору C , то он предпочитает набор A набору C ; соответственно, если набор A для потребителя равнозначен набору B и набор B равноценен набору C , то A и C тоже для него равнозначны.

Гипотеза транзитивности позволяет однозначно расставить (проранжировать) множество наборов благ по их предпочтительности независимо от очередности попарного сравнения наборов.

Гипотеза рефлексивности. При наличии двух одинаковых наборов благ потребитель считает, что любой из них не хуже другого.

На основе уже этих четырех гипотез можно сделать некоторые выводы относительно поведения потребителя на рынке благ.

Когда потребитель сопоставляет различные наборы, содержащие только два блага, область его выбора можно представить графически, как показано на рис. 3.3. На осях координат в данном случае откладываются количества благ. Если потребительская корзина состоит из трех различных благ, то область выбора образует трехмерное пространство, а при n видов благ – n -мерное пространство. Для упрощения ограничим ассортимент набора только двумя благами; при этом одно из них (например, деньги) может представлять совокупность других благ.

Из *гипотезы ненасыщения* следует, что потребитель предпочтет набор, представленный точкой F , набору, отмеченному точкой G , так как точке F соответствует большее количество обоих благ. Потребитель предпочтет также корзины, которым соответствуют точки M и N , набору G , потому что набор N превосходит набор G количеством блага A , а набор M – количеством блага B . Однако для выбора между наборами F и M или

F и N информации пока недостаточно. В соответствии с гипотезой ненасыщения движение из точки G вправо вверх повышает благосостояние потребителя, а влево вниз – снижает его.

По гипотезе полной упорядоченности ряд потребительских наборов (корзин) индивид может признать равнозначными. Совокупность точек в пространстве двух благ, представляющих равнозначные для потребителя наборы, называют кривой безразличия. Из гипотезы ненасыщения следует, что кривая безразличия имеет отрицательный наклон: наборы, равнозначные набору G , не могут оказаться в областях, отмеченных на рис. 3.3 знаками «+» и «-». Более точные очертания кривой безразличия позволяет определить пятая гипотеза.

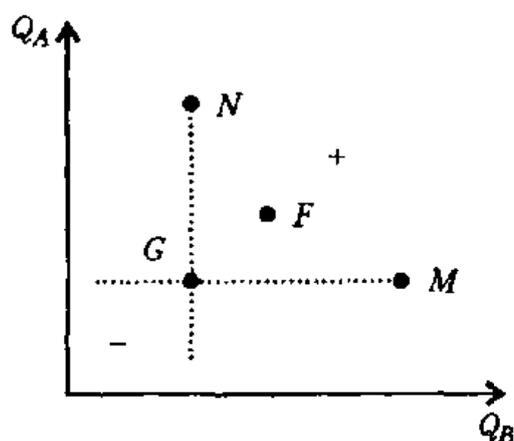


Рис. 3.3. Пространство двух благ

Гипотеза выпуклости. Кривая безразличия выпукла к началу координат.

Выпуклость кривой безразличия к началу координат означает, что в пределах заданного уровня благосостояния каждая последующая единица уменьшающегося блага равнозначна все большему количеству увеличивающегося блага (рис. 3.4).

Чтобы сохранить данный уровень удовлетворенности (остаться на данной кривой безразличия), каждая последующая порция блага A должна компенсироваться все возрастающим количеством блага B : от 4-й единицы блага A индивид согласен отказаться в обмен на одну дополнительную единицу блага B ; от 3-й единиц блага A он откажется только в том случае, если взамен получит 2 ед. блага B ; при наличии двух единиц блага A одну из

них потребитель согласен обменять не меньше чем на 4 ед. блага B . Гипотеза выпуклости эквивалентна первому закону Госсена: при малом запасе блага каждая его единица ценится выше, чем при большом.

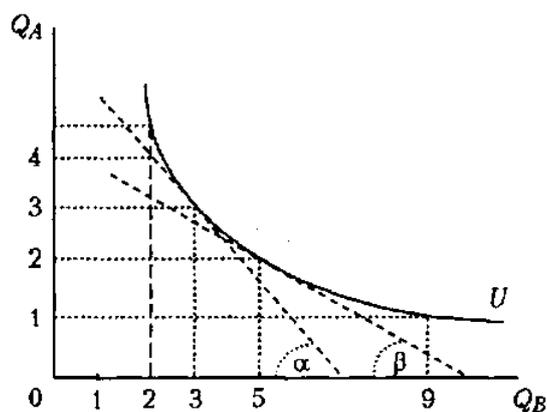


Рис. 3.4. Кривая безразличия

Предельная норма замещения двух благ. Наличие множества равнозначных для потребителя сочетаний разных количеств двух благ свидетельствует о том, что для него эти блага в определенной мере взаимозаменяемы. Количественной характеристикой такой взаимозаменяемости является предельная норма замещения. Предельная норма замещения блага A благом B ($MRS_{B,A}$) показывает, насколько можно сократить потребление блага A при увеличении потребления блага B на единицу, не изменяя при этом степень удовлетворенности потребителя.

Из приведенного определения следует, что предельная норма замещения двух благ, взятых в определенном количественном соотношении, графически выражается наклоном касательной к кривой безразличия в точке, представляющей это сочетание. Так, в случае, представленном на рис. 3.4, предельная норма замещения блага A благом B равна $\operatorname{tg}\alpha$, когда потребитель располагает тремя единицами каждого блага, и $\operatorname{tg}\beta$ когда у потребителя 2 ед. блага A и 5 ед. блага B .

Из-за выпуклости кривой безразличия к началу координат абсолютное значение $MRS_{B,A}$ уменьшается по мере движения вдоль кривой безразличия слева направо. Предельная норма замещения двух благ всегда отрицательна по определению.

Карта безразличия. Все множество кривых безразличия в пространстве двух благ образует карту безразличия. Она однозначно выражает предпочтения потребителя и позволяет предсказать его отношение к любым двум сочетаниям различных благ. Так, глядя на карту безразличия, представленную на рис. 3.5, можно утверждать, что потребитель из двух комбинаций, соответствующих точкам Y и Z , выберет первую, поскольку по гипотезе ненасыщения он предпочитает точку X точке Z , а Y и X для него равнозначны, так как лежат на одной и той же кривой безразличия. Следовательно, чем дальше кривая безразличия расположена от начала координат, тем большему уровню благосостояния она соответствует.

По определению кривые безразличия не могут пересекаться, так как точка их пересечения представляла бы комбинацию двух благ, имеющую для потребителя в данный момент различную полезность. Но кривые безразличия могут оказаться смещенными к одной из осей координат, как показано на рис. 3.6, что отображает изменение предпочтений индивида с ростом его благосостояния в пользу одного из благ.

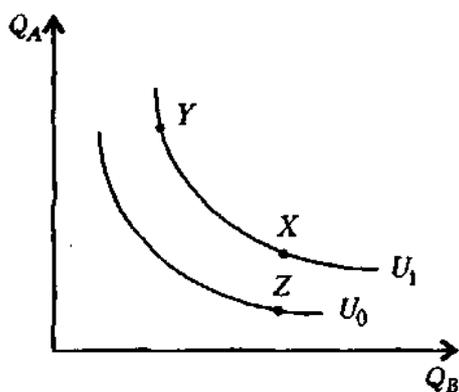


Рис. 3.5. Предпочтения потребителя

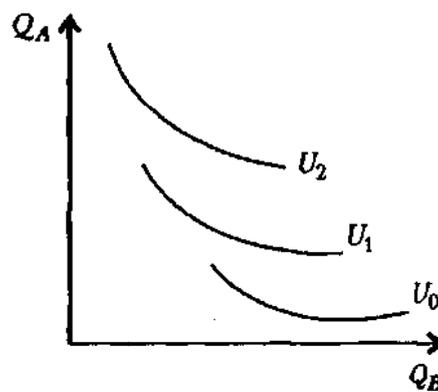


Рис. 3.6. Изменение предпочтений индивида с ростом благосостояния

Карта безразличия в ординалистской концепции выполняет ту же роль, что и таблица Менгера в кардиналистской концепции. На ее основе индивид формирует план потребления, максимизирующий при заданных ценах и бюджете его удовлетворенность.

Равновесие потребителя. В случае потребления лишь двух благ бюджет индивида представляется равенством

$$I = P_A Q_A + P_B Q_B.$$

Решим данное уравнение относительно Q_A , тогда

$$Q_A = \frac{I}{P_A} - \frac{P_B}{P_A} Q_B.$$

Это уравнение называют уравнением бюджетной линии, все точки которой представляют доступные потребителю при данном бюджете комбинации двух благ. Из данного выражения следует, что бюджетная линия имеет отрицательный наклон; угол ее наклона определяется соотношением цен $\frac{P_B}{P_A}$, а отдаленность от начала координат – величиной бюджета (I). Если при фиксированном бюджете и неизменной цене блага A цена блага B снижается, то наклон бюджетной линии уменьшается: $\alpha_1 > \alpha_0$ (рис. 3.7). Если при фиксированных ценах благ увеличивается бюджет потребителя, то бюджетная линия отодвигается от начала координат параллельно самой себе.

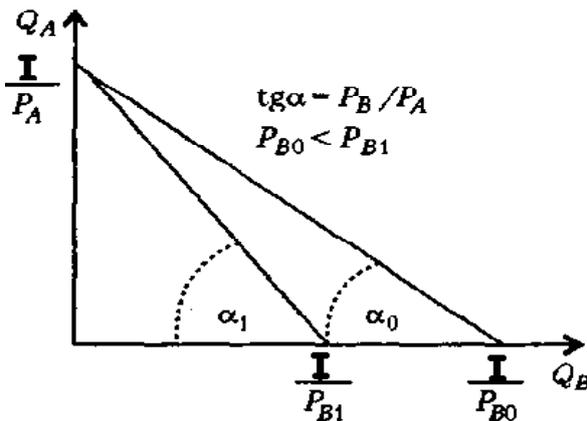


Рис. 3.7. Бюджетные линии

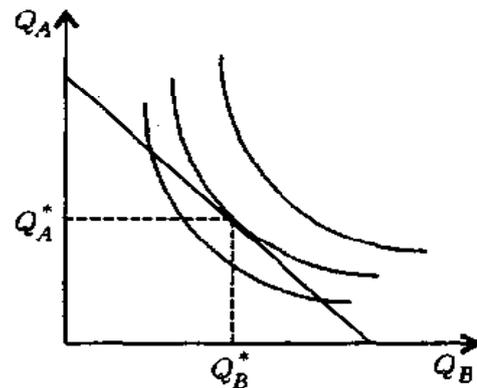


Рис. 3.8. Равновесие потребителя

Для определения ассортимента покупок, обеспечивающего потребителю максимальную удовлетворенность при заданных ценах и бюджете, достаточно на его карте безразличия провести бюджетную линию. Точка касания бюджетной линии с кривой безразличия указывает на искомый набор покупаемых благ (рис. 3.8).

Формальным признаком достижения потребителем максимальной удовлетворенности при заданном бюджете является равенство абсолютного значения предельной нормы замещения двух благ соотношению их цен

$$|MRS_{B,A}| = \frac{P_B}{P_A},$$

так как в точке касания кривой безразличия с бюджетной линией наклон первой $MRS_{B,A}$ равен наклону второй $\frac{P_B}{P_A}$.

Предельная норма замещения двух благ характеризует субъективную оценку эквивалентности этих благ для конкретного потребителя, а соотношение их цен – объективную (рыночную) оценку. Когда обе эти оценки совпадают, потребитель достигает максимальной удовлетворенности при своем бюджете, т. е. оказывается в состоянии равновесия (см. рис. 3.8). Это условие эквивалентно второму закону Госсена.

Если каждый вид товара продается по единой для всех цене, то в состоянии равновесия предельная норма замещения любой пары благ у всех потребителей будет одинаковой независимо от индивидуальных предпочтений и бюджетов.

Используя карту безразличия и бюджетную линию, проследим за реакцией находящегося в равновесии потребителя на изменения его бюджета и цен благ.

3.3. Линии «доход – потребление»

Когда бюджет потребителя растет при неизменных ценах благ, бюджетная линия, перемещаясь параллельно самой себе вправо, касается все более отдаленных кривых безразличия (рис. 3.9). Соединив все точки равновесия потребителя, получим линию «доход (бюджет) – потребление» (УС). Она показывает, как при фиксированных ценах изменяется потребление индивида по мере роста его бюджета. Для большинства благ линия «доход – потребление» имеет положительный наклон (рис. 3.9, а): с ростом дохода увеличивается потребление обоих благ. Но по отношению к некоторым благам индивид имеет карту безразличия со сдвинутыми к одной из осей координат кривыми безразличия. В этом случае линия «доход – потребление» может иметь отрицательный наклон (рис. 3.9, б): по мере роста дохода индивид сокращает потребление одного из благ. Такое благо условно называют «некачественным» (inferior good).

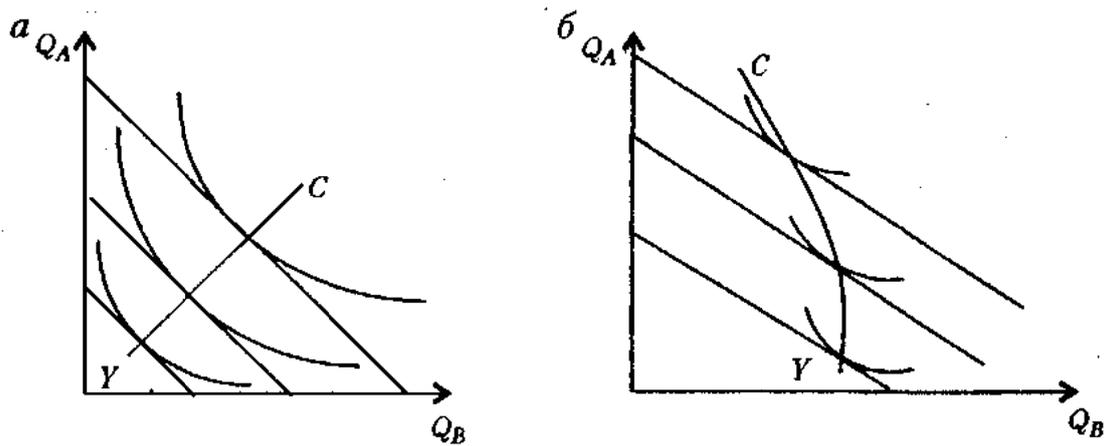


Рис. 3.9. Линии «доход – потребление»

Зависимость объема спроса на благо от дохода потребителя в условиях стабильных цен, представленную в графическом виде, называют кривой Энгеля по имени немецкого статистика XIX в. Э. Энгеля, который первым провел углубленный анализ структуры расходов домашних хозяйств. Он отмечал, что с ростом семейного дохода доля расходов на питание сокращается, на одежду и жилье – не изменяется, на образование – увеличивается.

3.4. Линии «цена – потребление»

Когда при фиксированной номинальной величине бюджета изменяется цена одного из благ, бюджетная линия поворачивается вокруг точки своего пересечения с осью другого блага, переходя от одной кривой безразличия к другой (рис. 3.10, верхняя часть). Все точки касания поворачивающейся бюджетной линии с кривыми безразличия образуют линию «цена – потребление» (PC). Она отражает реакцию потребителя на изменение цены одного из благ. В нижней части рис. 3.10 показано, как на основе линии «цена – потребление» строится график индивидуального спроса. Если изменится бюджет потребителя, то бюджетные линии сместятся и в том же направлении сдвинется график индивидуального спроса (см. рис. 3.10). Кроме того, с изменением цены одного из благ меняется объем спроса не только на это, но и на другое благо.

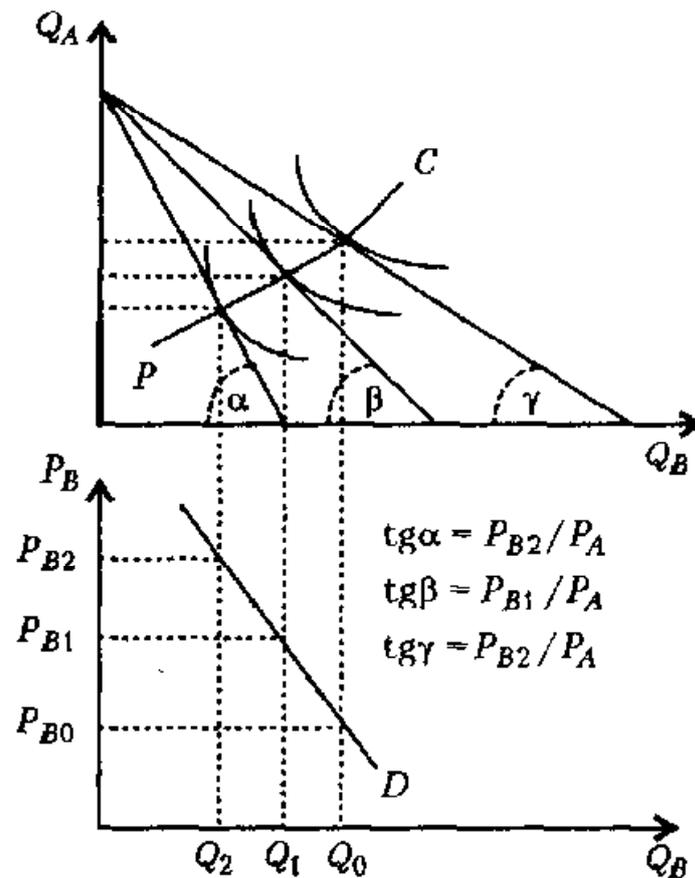


Рис. 3.10. Построение кривой индивидуального спроса

Таким образом, зависимость между объемом индивидуального спроса и определяющими его факторами, выведенная в ординалистской концепции, в общем виде представляется такой же функцией, как и в кардиналистской.

3.5. Предельный анализ и понятие эластичности в теории потребления

Эластичность спроса на благо. Для характеристики чувствительности объема спроса к изменениям значений аргументов функции спроса используются коэффициенты эластичности спроса.

Коэффициент прямой эластичности спроса (e^D) показывает, на сколько процентов изменится объем спроса на благо при изменении его цены на 1%.

Различают точечную и дуговую эластичность. *Точечная эластичность* (или эластичность в точке) характеризует относи-

тельное изменение объема спроса при бесконечно малом изменении цены. Эластичность спроса по цене в точке определяется по формуле

$$e^D = \frac{\Delta Q^D}{\Delta P} \times \frac{P}{Q^D}.$$

Из закона спроса следует, что $e^D < 0$, так как первый сомножитель – величина отрицательная.

Коэффициент прямой эластичности спроса можно определить по графику функции спроса. Если он имеет вид прямой линии, то для определения абсолютного значения e^D нужно разделить длину отрезка от точки, соответствующей избранному сочетанию P, Q , до пересечения прямой спроса с осью абсцисс на длину отрезка, расположенного между этой же точкой и осью ординат (рис. 3.11, а). Это следует из того, что

$$tg\beta = \frac{dQ}{dP} = \frac{CO_0}{BQ_0}; \quad tg\alpha = \frac{P_0}{Q_0} = \frac{BQ_0}{OQ_0}.$$

Поэтому

$$|e^D| = \frac{CQ_0}{BQ_0} \times \frac{BQ_0}{OQ_0} = \frac{CQ_0}{OQ_0} = \frac{BC}{AB}.$$

При движении по прямой спроса $tg\beta$ остается постоянным, а $tg\alpha$ изменяется. Поэтому каждой точке прямой линии спроса соответствует свое значение коэффициента эластичности спроса по цене. Тем не менее если две линии спроса имеют разный наклон, то говорят, что спрос, представленный более пологой линией, имеет большую эластичность, чем соответствующий более крутой линии. В этом случае имеется в виду, что при любом объеме эластичность спроса по цене на более пологой линии спроса превышает таковую на более крутой линии.

В случае нелинейной функции спроса для графического определения значения e^D нужно к точке, соответствующей выбранной комбинации P, Q , провести касательную и разделить длину ее отрезка от точки касания до пересечения с осью абсцисс на длину отрезка от этой же точки до пересечения с осью ординат (рис. 3.11, б).

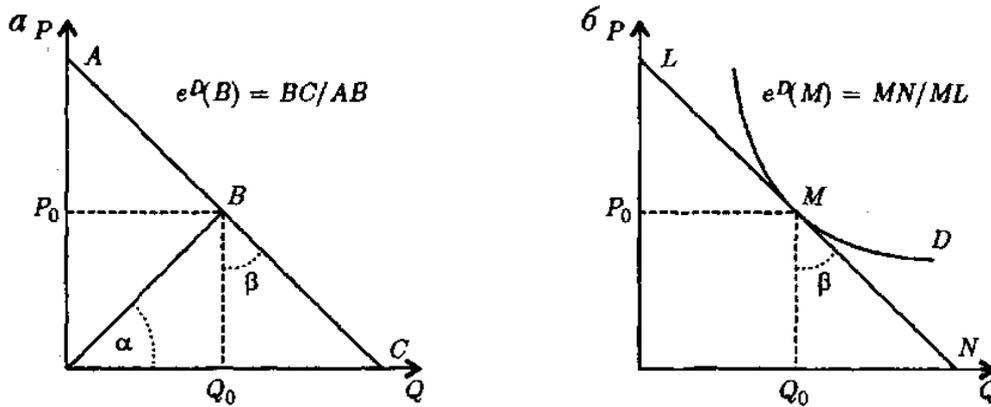


Рис. 3.11. Графическое определение эластичности спроса по цене

Если кривая спроса задана линейной функцией, например $Q_D = a - bp$, наклон ее, очевидно, будет $\frac{\Delta Q^D}{\Delta P} = -b$. Подставляя последнее выражение в уравнение точечной эластичности, получим

$$e^D = -b \times \frac{P}{Q^D}.$$

Это означает, что коэффициент эластичности будет *различным* в разных точках такой кривой, несмотря на один и тот же ее наклон. Графически коэффициент точечной эластичности линейной кривой спроса определяется соотношением отрезков кривой, лежащих выше и ниже интересующей нас точки. При этом наклон линейной кривой спроса остается, по определению, *неизменным* на всем ее протяжении (рис. 3.12).

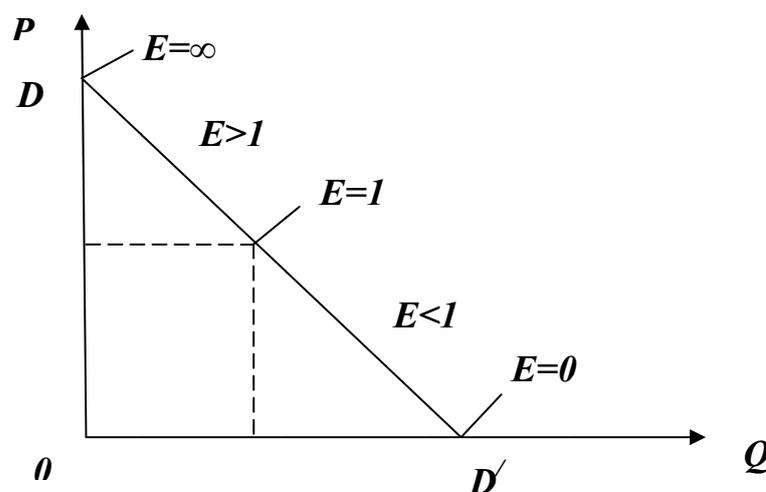


Рис. 3.12. Различная эластичность спроса при неизменном наклоне линии спроса

Однако в реальной экономической жизни чаще встречаются значительные изменения цены и объема спроса. В этом случае, как очевидно, формула точечной эластичности вообще непригодна для расчета коэффициента эластичности, т. к. использование формулы даст различные результаты в зависимости от того, какой из двух уровней цены и объема мы примем при определении второго сомножителя ее правой части. На рис. 3.13 отображена ситуация, при которой возможны, по крайней мере, два решения, приводящие к различным результатам:

$$e^D = \frac{\Delta Q^D}{\Delta P} \times \frac{P_1}{Q_1^D} \quad \text{или} \quad e^D = \frac{\Delta Q^D}{\Delta P} \times \frac{P_2}{Q_2^D}.$$

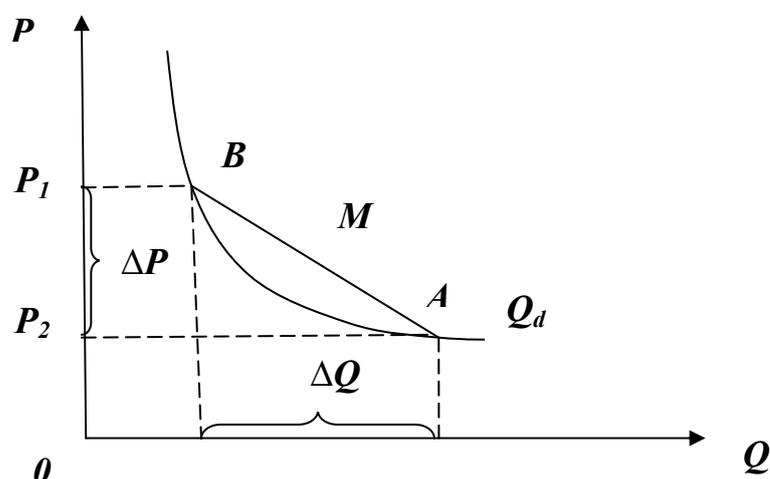


Рис. 3.13. Дуговая эластичность спроса

Чтобы избежать неопределенности в расчетах, используют один из двух стандартных методов. Либо в расчете коэффициента эластичности используют *наименьшие* значения цены и объема, в нашем примере тогда $e^D = \frac{\Delta Q^D}{\Delta P} \times \frac{P_2}{Q_2^D}$, либо используют их *средние* для интервала значения. В этом случае говорят о дуговой эластичности.

Дуговая эластичность определяется как *средняя эластичность*, или эластичность в середине хорды (точка \$M\$ на рис. 3.13), соединяющей две точки. Практически используются средние для дуги \$AB\$ значения цены и объема спроса:

$$e^D = \frac{\Delta Q^D}{\Delta P} \times \frac{(P_1 + P_2)/2}{(Q_1 + Q_2)/2} = \frac{\Delta Q^D}{\Delta P} \cdot \frac{P_1 + P_2}{Q_1 + Q_2}.$$

Использование формулы расчета коэффициента эластичности, очевидно, позволяет определить лишь приблизительное значение эластичности по дуге AB на кривой спроса. Ошибка будет тем больше, чем более вогнутой к началу координат окажется в действительности дуга AB .

Коэффициент эластичности используется для наиболее общей характеристики спроса.

Если $e^D = 0$, спрос совершенно неэластичен, никакое изменение цены не влияет на объем спроса.

Если $e^D = \infty$, спрос совершенно эластичен, малое повышение цены ведет к бесконечно большому сокращению спроса. И наоборот, малое снижение цены ведет к бесконечно большому увеличению объема спроса.

При $e^D = 1$ говорят, что спрос имеет единичную эластичность, изменение цены на 1% ведет к изменению объема спроса также на 1%. В этом случае кривая спроса имеет форму равнобочной гиперболы.

Линии спроса с нулевой, единичной и бесконечной эластичностью показаны на рис. 3.14.

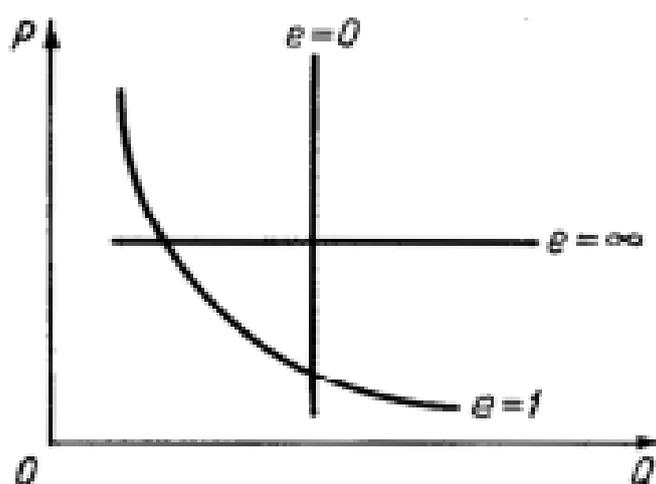


Рис. 3.14. Линии спроса с нулевой, единичной и бесконечной эластичностью

Если $0 < e^D < 1$, говорят, что спрос неэластичен, увеличение (снижение) цены на 1% сопровождается снижением (повышением) объема спроса менее чем на 1%. Если $1 < e^D < \infty$, говорят, что спрос эластичен, повышение (снижение) цены на 1% сопровождается снижением (повышением) объема спроса более чем на 1%.

Прямая эластичность спроса по цене зависит прежде всего от наличия *товаров-заменителей*. Чем больше таких товаров-заменителей, чем ближе их основные свойства, тем эластичнее спрос на данный товар. Отсутствие товаров-заменителей предопределяет совершенную неэластичность спроса (например, спрос на поваренную соль). Поэтому, чем более агрегированную группу товаров мы рассматриваем, тем ниже эластичность спроса (например, спрос на мясопродукты менее эластичен, чем спрос на колбасы, а спрос на колбасы менее эластичен, чем спрос на колбасу определенного вида).

Эластичность зависит также от *разнообразия возможностей (направлений)* использования данного товара. Чем разнообразнее эти возможности, тем выше и эластичность (например, спрос на универсальное оборудование более эластичен, чем на специализированное).

Прямая эластичность спроса зависит также от степени *насыщения потребностей*. Если почти все семьи уже имеют хотя бы по одному холодильнику, небольшое снижение рыночной цены вряд ли существенно скажется на объеме спроса и продаж. Напротив, на стадии начального насыщения спроса, скажем, на компьютеры, сравнительно небольшое снижение цены может вызвать значительный рост спроса и продаж.

Наконец, эластичность спроса зависит от фактора времени. Спрос более эластичен в длительном периоде, чем в коротком, поскольку для приспособления к изменившемуся соотношению цен необходимо время. Безусловно, шок от повышения цен на энергоресурсы приведет к появлению новых энергосберегающих технологий и, значит, к относительному сокращению спроса на них. Но переход к новым технологиям не может произойти утром следующего после освобождения цен на энергоресурсы дня.

Перекрестная эластичность спроса по цене характеризует относительное изменение объема спроса на один товар при изменении цены другого. *Коэффициент перекрестной эластичности спроса* ($e_{i,j}^D$) показывает, на сколько процентов изменится объем спроса на благо i при изменении цены блага на 1%:

$$e_{i,j}^D = \frac{\Delta Q_i}{\Delta P_j} \times \frac{P_j}{Q_i}.$$

Коэффициент перекрестной эластичности может быть положительным, отрицательным и нулевым.

Если $e_{i,j}^D > 0$, то товары i и j называют *взаимозаменяемыми*, повышение цены j -го товара ведет к увеличению спроса на i -й (например, различные виды топлива).

Если $e_{i,j}^D < 0$, то товары i и j называют *взаимодополняющими*, повышение цены j -го товара ведет к падению спроса на i -й (например, автомашины и бензин).

Если $e_{i,j}^D = 0$, то такие товары называют *независимыми*, повышение цены одного товара не влияет на объем спроса на другой (например, хлеб и цемент).

Основным фактором, определяющим перекрестную эластичность спроса по цене, являются естественные свойства благ, их способность замещать друг друга в потреблении. Если два товара могут с одинаковым успехом использоваться для удовлетворения одной и той же потребности, коэффициент перекрестной эластичности этих товаров по цене будет высок, и наоборот.

Следует иметь в виду, что перекрестная эластичность спроса по цене может быть асимметричной. Если цена мяса снизится, спрос на кетчуп возрастет. Но если цена кетчупа повысится, то это вряд ли повлияет на спрос на мясо.

Коэффициент перекрестной эластичности может быть использован для характеристики взаимозаменяемости и взаимодополняемости товаров лишь при небольших изменениях цен. При значительных изменениях цен будет проявляться влияние эффекта дохода, что приведет к изменению спроса на оба товара. Так, например, если цена картофеля снизится вдвое, то возрастет потребление не только картофеля, но и других товаров. В этом

случае $e_{i,j}^D < 0$ и эти товары будут классифицироваться как взаимодополняющие, что неверно.

Эластичность спроса по доходу характеризует относительное изменение спроса на какой-либо товар в результате изменения дохода потребителя. **Коэффициент эластичности спроса по доходу или бюджету (e_i^D)** показывает, на сколько процентов изменится объем спроса на благо i при изменении дохода на 1%:

$$e_i^D = \frac{\Delta Q_i}{\Delta I} \times \frac{I}{Q_i}.$$

Если $e_i^D < 0$, товар является *низкокачественным*, увеличение дохода сопровождается падением спроса на этот товар.

Если $e_i^D > 0$, товар называется *нормальным*, с ростом дохода увеличивается и спрос на этот товар.

Среди нормальных товаров можно выделить три группы. *Товары первой необходимости*, спрос на которые растет медленнее роста доходов ($0 < e_i^D < 1$) и потому имеет предел насыщения. *Предметы роскоши*, спрос на которые опережает рост доходов ($e_i^D > 1$) и потому не имеет предела насыщения. Товары, спрос на которые растет в меру роста доходов ($e_i^D = 1$), называют товарами *«второй необходимости»*. Эта классификация не совпадает с часто встречающейся классификацией потребностей по их очередности, так как потребности существуют и удовлетворяются комплексно и никакой очередности не имеют. Заметим, что для лиц с разным уровнем дохода (или для одного и того же человека при изменяющемся уровне дохода) одни и те же блага могут оказаться либо предметами роскоши, либо товарами первой необходимости.

Эластичность спроса, как и эластичность предложения, является важной характеристикой конъюнктуры рынка. Коэффициенты эластичности широко используют при выработке маркетинговой стратегии фирмы.

3.6. Уравнение Слуцкого как модель функции полезности

Уравнение Е. Е. Слуцкого возникает в микроэкономической теории поведения потребителя. Экономистов часто интересуют изменения поведения потребителя в ответ на изменения экономической среды, в частности, как реагирует выбор товара потребителем на изменение цены товара. Естественно было бы полагать, что с ростом цены на товар спрос на него упадет. Однако можно построить такие примеры, в которых оптимальный спрос на товар уменьшается при падении его цены. Именно для объяснения изменения величины спроса под влиянием ценового фактора и существует такая микроэкономическая модель функции полезности, как уравнение Слуцкого.

При построении модели уравнения Слуцкого используются ограничения, основанные на аксиомах теории ординализма. В модели используются следующие переменные:

- m – доход потребителя,
- p_1, p_2 – цены блага 1 и блага 2 соответственно,
- x_1, x_2 – величина потребления блага 1 и блага 2 соответственно,
- Δx^s – величина эффекта замещения,
- Δx^i – величина эффекта дохода.

При построении модели Слуцкого применяются бюджетная линия и кривая безразличия, отражающая наборы благ, имеющие одинаковую полезность для потребителя.

При изменении цены товара имеют место два рода эффектов: изменяется пропорция, в которой мы можем обменять один товар на другой, и общая покупательная способность нашего дохода.

Первый эффект – изменение спроса вследствие изменения пропорции обмена между двумя товарами – называют эффектом замещения. Вторым эффектом – изменение спроса вследствие повышения покупательной способности – называют эффектом дохода. Это лишь приблизительные определения двух указанных эффектов. Чтобы дать им более точное определение, рассмотрим оба эффекта более детально.

Разложим эффект цены на две составляющие: сначала мы допустим, что изменяются относительные цены, и скорректируем денежный доход таким образом, чтобы покупательная способность оставалась постоянной, а затем позволим меняться покупательной способности, сохраняя при этом относительные цены постоянными.

Лучше всего это можно объяснить с помощью рис. 3.15. На нем изображена ситуация снижения цены товара 1. Это означает, что бюджетная линия поворачивается вокруг точки пересечения с вертикальной осью и становится более полой. Указанное движение бюджетной линии можно разбить на два шага: сначала поверните бюджетную линию вокруг исходного набора спроса, а затем сдвиньте полученную при этом повороте бюджетную линию наружу к новому набору спроса.

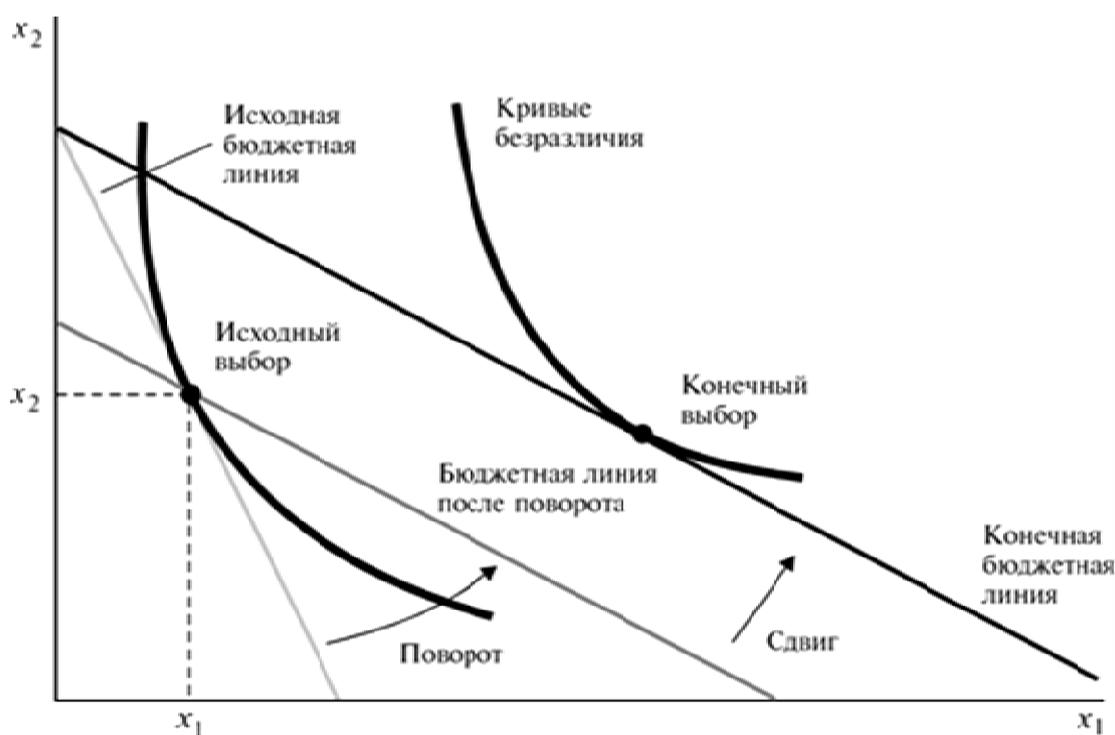


Рис. 3.15. Изменение положения линии бюджетного ограничения в результате снижения цены на товар x

Данное построение позволяет удобным образом разложить изменение спроса на две части. Первый шаг – поворот – есть движение, при котором изменяется наклон бюджетной линии, в то время как соответствующая ей покупательная способность остается постоянной, второй же шаг есть движение, при котором наклон не ме-

няется, а покупательная способность изменяется. Это разложение представляет собой гипотетическое построение, потребитель просто наблюдает изменение цены и в ответ на него выбирает новый товарный набор. Однако, исследуя изменение выбора потребителя, полезно представлять себе, что бюджетная линия занимает новое положение в два этапа – сначала поворот, а затем сдвиг.

Каков экономический смысл бюджетных линий, полученных в результате поворота и сдвига? Сначала рассмотрим линию, полученную в результате поворота. Мы имеем бюджетную линию с тем же наклоном и, следовательно, теми же относительными ценами, что и у конечной бюджетной линии. Однако денежный доход, связанный с данной бюджетной линией, отличается от того, который характеризует конечную бюджетную линию, поскольку данная бюджетная линия имеет другую точку пересечения с вертикальной осью. Поскольку исходный потребительский набор (x_1, x_2) лежит на бюджетной линии, полученной в результате поворота исходной бюджетной линии, этот потребительский набор является доступным. Покупательная способность потребителя осталась постоянной в том смысле, что исходный товарный набор при новой бюджетной линии, полученной поворотом исходной, остается доступным.

Определим, насколько сильно надо изменить денежный доход, чтобы старый набор оставался доступным. Пусть m' – сумма денежного дохода, при которой исходный потребительский набор станет доступным; это сумма денежного дохода, ассоциируемая с бюджетной линией, полученной в результате поворота. Поскольку набор (x_1, x_2) доступен и при (p_1, p_2, m) , и при (p_1', p_2, m') , получаем:

$$m' = p_1'x_1 + p_2x_2 \qquad m = p_1x_1 + p_2x_2.$$

Вычитание второго уравнения из первого дает

$$m' - m = x_1(p_1' - p_1).$$

Из данного уравнения следует, что изменение денежного дохода, необходимое для того чтобы сделать старый набор доступным по новым ценам, равно первоначальной величине потребления товара 1, умноженной на изменение цены.

Если считать, что $\Delta =$ представляет изменение цены товара 1, а $\Delta = -$ представляет изменение дохода, необходимое для того, чтобы сделать старый набор доступным, то получаем

$$\Delta = \dots$$

Следует учесть, что изменение дохода и изменение цены всегда однонаправлены: если цена растет, приходится увеличивать доход, чтобы прежний набор оставался доступным.

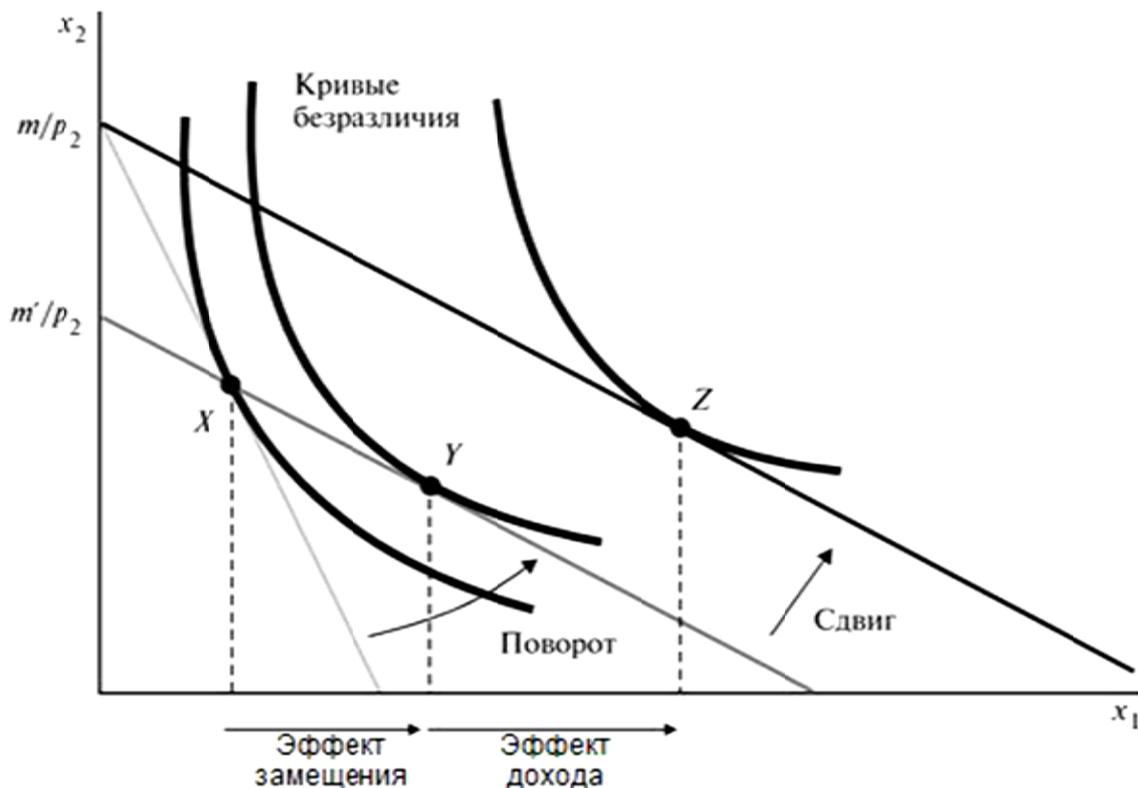


Рис. 3.16. Графическое представление эффекта дохода и эффекта замещения

Хотя набор (x_1, x_2) все еще доступен, обычно при переходе к бюджетной линии, полученной поворотом, он уже не является оптимальным. На рис. 3.16 оптимальный набор, лежащий на бюджетной линии, полученной из исходной ее поворотом, обозначен через Y. Этот товарный набор становится оптимальным, когда мы изменяем цену, а затем корректируем денежный доход таким образом, чтобы просто сохранить доступность старого товарного набора. Движение от X к Y известно как эффект замещения. Этот

эффект показывает, каким образом потребитель «замещает» один товар другим при изменении цены, но при сохранении постоянной покупательной способности.

Говоря более строго, эффект замещения есть изменение спроса на товар 1 при изменении цены товара 1 до p_1' и одновременном изменении денежного дохода до m' :

$$\Delta x_1^S = x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m).$$

Для определения эффекта замещения следует воспользоваться функцией спроса данного потребителя, чтобы исчислить его оптимальный выбор при (p_1', m') и (p_1, m) . Изменение спроса на товар 1 может быть большим или маленьким в зависимости от формы кривых безразличия данного потребителя. Однако, зная функцию спроса, нетрудно просто подставить в нее соответствующие числа, чтобы подсчитать эффект замещения (конечно, спрос на товар 1 вполне может зависеть и от цены товара 2; но в проделываемом нами упражнении цена товара 2 принята постоянной, поэтому мы не стали включать ее в функцию спроса, чтобы не делать запись громоздкой).

Эффект дохода

Обратимся теперь к рассмотрению второго этапа приспособления спроса к изменению цены – сдвигу бюджетной линии. Ему также нетрудно дать экономическое истолкование. Нам известно, что параллельный сдвиг бюджетной линии происходит тогда, когда доход меняется, а относительные цены остаются постоянными. Поэтому второй этап приспособления спроса к изменению цены называют эффектом дохода. Мы просто изменяем доход потребителя с m' на m , сохраняя цены постоянными на уровне (p_1', p_2) . Вследствие этого изменения мы попадаем на рисунке 3.16 из точки Y в точку Z . Это последнее движение естественно именовать эффектом дохода, поскольку мы изменяем только доход, сохраняя цены фиксированными на новом уровне.

Говоря более строго, эффект дохода Δx_1^n есть изменение спроса на товар 1 при изменении дохода с m' до m и сохранении цены товара 1 постоянной на уровне:

$$\Delta x_1^n = x_1(p_1', m) - x_1(p_1', m').$$

Эффект дохода ведет либо к повышению, либо к понижению спроса на товар 1 в зависимости от того, о каком товаре идет речь – нормальном или низшей категории.

При снижении цены необходимо уменьшать доход, чтобы сохранить покупательную способность постоянной. Если товар нормальный, то такое уменьшение дохода приведет к сокращению спроса. Если товар является товаром низшей категории, уменьшение дохода приведет к увеличению спроса.

Эффект замещения всегда действует в сторону, противоположную движению цены. Мы говорим, что эффект замещения отрицателен, поскольку изменение спроса, вызываемое эффектом замещения, противоположно изменению цены: если цена на данный товар растет, спрос на него вследствие действия эффекта замещения уменьшается.

Общее изменение спроса

Общее изменение спроса Δx_1 есть изменение спроса, вызываемое изменением цены при сохранении дохода постоянным:

$$\Delta x_1 = x_1(p_1', m) - x_1(p_1, m).$$

Как мы видели выше, это изменение можно подразделить на два изменения: эффект замещения и эффект дохода. Или, пользуясь принятыми выше обозначениями,

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= \Delta x_1^S + \Delta x_1^N \\ x_1(p_1', m) - x_1(p_1, m) &= [x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m)] + \\ &+ [x_1(p_1', m) - x_1(p_1', m')]. \end{aligned}$$

Если выразить смысл данного уравнения словами, то оно говорит о том, что общее изменение спроса равно сумме эффекта замещения и эффекта дохода. Это уравнение называется тождеством Слуцкого. Обратите внимание на то, что это тождество: оно соблюдается для всех значений p_1 , p_1' , m и m' . Первый и четвертый члены в правой части взаимно уничтожаются, так что правая часть тождественно равна левой части.

Суть тождества Слуцкого состоит не в том, что оно представляет собой алгебраическое тождество – это математическая тривиальность. Суть данного тождества заключается в интерпретации двух членов в правой части: эффекта замещения и эффекта дохода. В частности, мы можем применить то, что нам

уже известно о знаках эффектов дохода и замещения, чтобы определить знак общего эффекта.

В то время как эффект замещения должен быть всегда отрицателен – противоположен направлению изменения цены, эффект дохода может действовать в обоих направлениях. Следовательно, общий эффект может быть положительным или отрицательным. Однако в случае нормального товара эффект замещения и эффект дохода действуют в одном и том же направлении. Рост цены означает, что спрос сократится вследствие действия эффекта замещения. Рост цены подобен сокращению дохода, которое в случае нормального товара означает сокращение спроса. Оба эффекта усиливают друг друга. В принятых нами обозначениях изменение спроса вследствие роста цены нормального товара означает:

$$\begin{array}{ccccc} \Delta x_1 = \Delta x_1^n + \Delta x_1^s \\ (-) & (-) & (-) \end{array}$$

Обратите особое внимание на знак эффекта дохода. Поскольку мы рассматриваем ситуацию роста цены, это подразумевает снижение покупательной способности, что для нормального товара означает сокращение спроса.

С другой стороны, если мы рассматриваем товар низшей категории, может случиться так, что эффект дохода перевесит эффект замещения, так что общее изменение спроса, связанное с изменением цены, в действительности окажется положительным. В этом случае мы имели бы

$$\begin{array}{ccccc} \Delta x_1 = \Delta x_1^n + \Delta x_1^s \\ (?) & (-) & (+) \end{array}$$

Если бы второй член в правой части тождества – эффект дохода – был достаточно велик, общее изменение спроса могло бы быть положительным. Это означало бы, что рост цены может иметь результатом увеличение спроса. Это – «ненормальный» случай товара Гиффена, описанный нами ранее: рост цены столь сильно сокращает покупательную способность потребителя, что последний увеличивает спрос на товар низшей категории.

Но тождество Слуцкого показывает, что такого рода «ненормальный» эффект может иметь место лишь для товаров низшей

категории: если товар нормальный, то эффекты дохода и замещения друг друга усиливают, так что общее изменение спроса всегда происходит в «правильном» направлении.

Таким образом, товар Гиффена должен быть товаром низшей категории. Но товар низшей категории не обязательно является товаром Гиффена: для этого эффект дохода должен не только иметь «неправильный» знак, он должен еще быть достаточно велик, чтобы перевесить «правильный» знак эффекта замещения. Вот почему мы так редко наблюдаем товары Гиффена в реальной жизни: они должны были бы быть товарами не просто низшей, а «очень низшей» категории.

Сказанное графически иллюстрируется рис. 3.17. Здесь показана обычная операция «поворот–сдвиг», используемая для нахождения эффекта замещения и эффекта дохода. В обоих случаях товар 1 является товаром низшей категории и поэтому эффект дохода отрицателен. Эффект дохода достаточно велик, чтобы перевесить эффект замещения, тем самым производя на свет товар Гиффена. На рис. 3.18 эффект дохода меньше, и поэтому спрос на товар 1 реагирует на изменение его цены обычным образом.

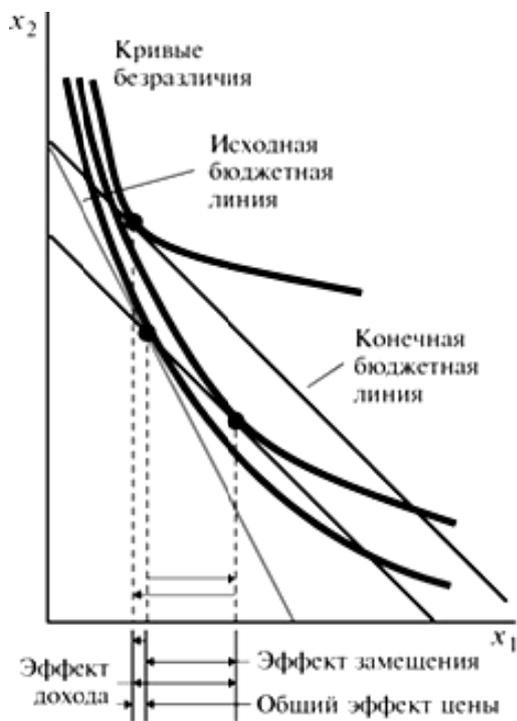


Рис. 3.17

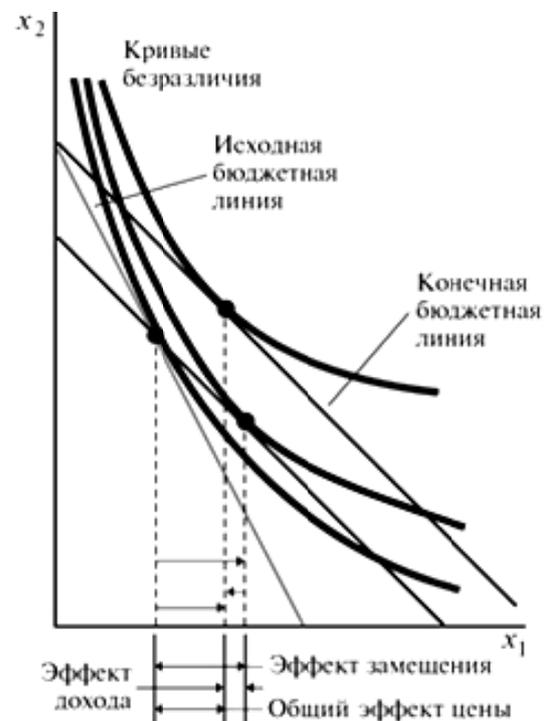


Рис. 3.18

Различные модификации модели уравнения Слуцкого. Наряду с традиционной записью уравнения Слуцкого также используется его запись в форме отношений изменений, получаемая путем алгебраических преобразований стандартного уравнения Слуцкого ($\Delta x_1^m = -\Delta x_1^n$):

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1.$$

Каждый член этого уравнения имеет собственный смысл:

- $\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1}$ показывает, насколько изменилась величина спроса при изменении цены и при сохранении дохода постоянным.
- $\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1}$ показывает, насколько изменилась величина спроса при изменении цены и при такой корректировке дохода, которая позволяет просто сохранить доступность прежнего набора, т. е. эффект замещения
- $\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}$ показывает, насколько изменилась величина спроса при неизменных ценах и изменении дохода, т. е. эффект дохода.

Кроме этого, существует другое определение эффекта замещения, носящее название «эффект замещения по Хиксу» (в отличие от рассмотренного нами эффекта замещения по Слуцкому).

Предположим, что вместо поворота бюджетной линии вокруг исходного потребительского набора мы теперь, как показано на рис. 3.19 катим бюджетную линию по кривой безразличия, проходящей через исходный потребительский набор. Таким образом, потребитель получает новую бюджетную линию, которая соответствует тем же относительным ценам, что и конечная бюджетная линия, но иному доходу. Покупательной способности, которой обладает потребитель при данной бюджетной линии, уже недостаточно для покупки его исходного товарного набора, но достаточно для покупки набора, безразличного его исходному набору.

Таким образом, понятие эффекта замещения по Хиксу предполагает сохранение не прежней покупательной способности, а прежней полезности. В результате эффекта замещения по Слуцкому потребитель получает как раз столько денег, чтобы вернуться к старому уровню потребления, а в результате эффекта

замещения по Хиксу потребитель получает как раз столько денег, чтобы вернуться на старую кривую безразличия. Несмотря на это различие в определениях, оказывается, что эффект замещения по Хиксу точно так же, как и эффект замещения по Слуцкому, должен быть отрицательным в смысле действия в направлении, противоположном изменению цены.

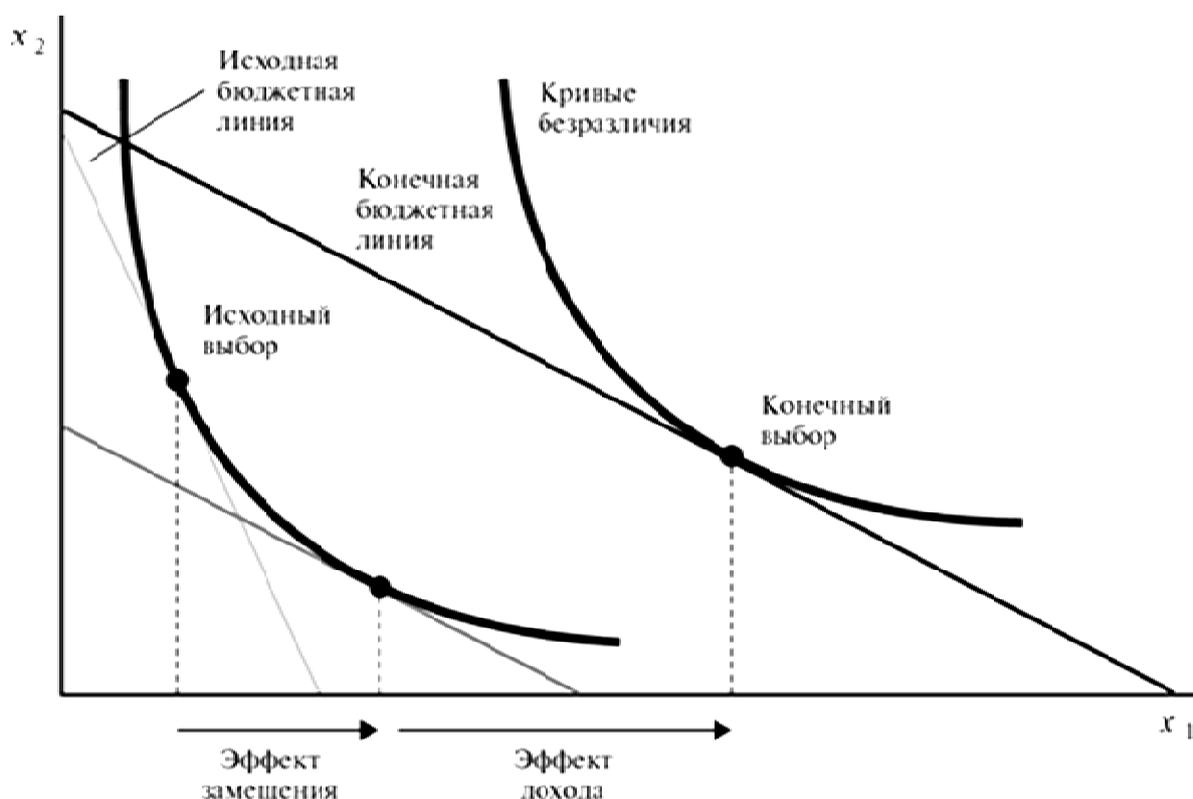


Рис. 3.19

Общее изменение спроса по-прежнему равно сумме эффекта замещения и эффекта дохода, но только теперь речь идет об эффекте замещения по Хиксу. Поскольку эффект замещения по Хиксу тоже отрицателен, уравнение Слуцкого принимает в точности тот же вид, что и раньше, и имеет ту же самую интерпретацию. И определение эффекта замещения по Слуцкому, и определение эффекта замещения по Хиксу имеют свое место в экономической теории, и то, какое из двух определений полезнее, зависит от конкретно рассматриваемой проблемы. Можно показать, что для малых изменений цены оба эффекта замещения буквально идентичны.

Модель уравнения Слуцкого имеет практическое значение. Рассмотрим его на примере.

В 1974 г. Организация стран – экспортеров нефти (ОПЕК) ввела эмбарго на экс-порт нефти в Соединенные Штаты. ОПЕК смогла на несколько недель прекратить отгрузки нефти в порты США. Чувствительность Соединенных Штатов к таким срывам очень беспокоила Конгресс и президента, и было предложено множество планов уменьшения зависимости Соединенных Штатов от иностранной нефти.

Один из таких планов предусматривал повышение налога на бензин. Увеличение стоимости бензина для потребителей заставило бы их сократить потребление бензина, а сокращение спроса на бензин, в свою очередь, сократило бы спрос на иностранную нефть.

Однако прямое повышение налога на бензин ударило бы потребителей по больному месту – по карману, и сам по себе подобный план был бы политически неосуществим. Поэтому было предложено возратить потребителям доходы, собранные с них посредством данного налога, либо в форме прямых денежных выплат, либо посредством сокращения какого-то другого налога.

Возражение, выдвинутое противниками данного предложения, сводилось к тому, что обратная выплата потребителям дохода, собранного посредством налога, не окажет воздействия на спрос, поскольку потребители могут просто использовать возвращенные им деньги для покупки дополнительного количества бензина. Что можно сказать по поводу этого плана с позиций экономического анализа?

Предположим для простоты, что в конце концов налог на бензин будет полностью переложен на потребителей бензина, так что цена бензина возрастет в точности на сумму указанного налога. (Вообще говоря, лишь часть налога будет переложена, но этот усложняющий рассуждения момент мы здесь проигнорируем). Допустим, что вследствие налога цена бензина повысится с p до $p' = p + t$ и что средний потребитель отреагирует на это уменьшением спроса на бензин с x до x' . Средний потребитель платит за бензин на t долларов больше и после введения налога потребляет x' галлонов бензина, так что сумма дохода, собранная посредством данного налога со среднего потребителя, составит

$$R = t'x = (p' - p)x'.$$

Обратите внимание на то, что доход, собранный посредством данного налога, будет зависеть от того, сколько бензина потребитель приобретет в конечном счете x' , а не от того, сколько бензина он потреблял первоначально x .

Если обозначить через y расходы на все другие товары и установить цену y , равную 1, то исходное бюджетное ограничение будет иметь вид

$$px + y = m,$$

а бюджетное ограничение при введении плана возврата налога – вид

$$(p + t)x' + y' = m + tx'.$$

В этом бюджетном ограничении средний потребитель выбирает переменные в левой части равенства – потребление каждого товара, величины же, стоящие в правой части равенства, – доход потребителя и сумма возврата налога правительством – принимаются постоянными. Сумма возврата зависит от действий всех потребителей, а не от того, что делает средний потребитель. В этом случае данная сумма оказывается суммой налогов, собранных со среднего потребителя, но это происходит потому, что он средний, а не вследствие какой-либо причинной связи. Взаимно уничтожив tx' в обеих частях уравнения, получим

$$px' + y' = m.$$

Таким образом (x', y') – набор, который был доступен при исходном бюджетном ограничении и отвергнут в пользу набора (x, y) . Следовательно, набор (x, y) должен предпочитаться набору (x', y') : данный план ведет к понижению благосостояния потребителей. Возможно, поэтому план этот так и не был приведен в исполнение!

Налог удорожает товар 1, а возврат налога увеличивает денежный доход. Исходный набор становится недоступным, и благосостояние потребителя явно снижается. Выбор потребителя при осуществлении плана возврата налога включает потребление меньшего количества бензина и большего количества «всех других товаров».

Что можно сказать о величине потребления бензина? Средний потребитель мог бы позволить себе потреблять бензин в прежнем количестве, но из-за введения налога бензин теперь подорожал. Вообще говоря, потребитель предпочел бы потреблять его меньше.

Глава 4. Модели поведения фирмы в условиях совершенной и несовершенной конкуренции

В экономической теории совершенной конкуренцией называют такую форму организации рынка, при которой исключены все виды соперничества как между продавцами, так и между покупателями. Таким образом, теоретическое понятие совершенной конкуренции является фактически отрицанием обычного для деловой практики и повседневной жизни понимания конкуренции как острого соперничества экономических агентов. Совершенная конкуренция совершенна в том смысле, что при такой организации рынка каждое предприятие сможет продать по данной рыночной цене столько продукции, сколько оно пожелает, а на уровень рыночной цены не сможет повлиять ни отдельный продавец, ни отдельный покупатель.

4.1. Допущения модели совершенной конкуренции

Модель совершенной конкуренции основана на ряде допущений относительно организации рынка.

1. Однородность продукции. Однородность продукции означает, что все ее единицы абсолютно одинаковы в представлении покупателей и у них нет возможности распознать, кем именно произведена та или иная единица. Это значит, что продукты разных предприятий совершенно взаимозаменяемы и их кривая безразличия имеет для каждого покупателя форму прямой.

Совокупность всех предприятий, производящих какой-то однородный продукт, образует отрасль. Примером однородного продукта могут быть обыкновенные акции определенной корпорации, обращающиеся на вторичном фондовом рынке. Каждая из них совершенно идентична любой другой, и покупателю нет дела до того, кем именно продается та или иная акция, если ее цена не отличается от рыночной. Фондовый рынок, на котором обраца-

ются акции множества корпораций, можно рассматривать как совокупность многих рынков таких однородных товаров. Однородными являются также стандартизированные товары, продающиеся обычно на специализированных товарных биржах. Это, как правило, различные виды сырьевых товаров (хлопок, кофе, пшеница, нефть определенных сортов) или полуфабрикаты (сталь, золото, алюминий в слитках и т. п.).

Не является однородной продукция, хотя и одинаковая, производители (или поставщики) которой могут быть легко распознаны покупателями по производственной или торговой марке (аспирин, ацетилсалициловая кислота, *york pain reliever*), фирменному знаку или другим особенностям, если покупатели придают им, конечно, существенное значение. Таким образом, анонимность продавцов вместе с анонимностью покупателей делают рынок совершенной конкуренции полностью обезличенным.

Совершенная взаимозаменяемость однородной продукции разных предприятий означает, что перекрестная эластичность спроса на нее по цене для любой пары предприятий-производителей близка к бесконечности:

$$e_{i,j} = \frac{dq_i}{dp_j} \frac{p_j}{q_i} \rightarrow \infty,$$

где i, j – предприятия, выпускающие однородную продукцию. Это значит, что малое повышение цены одним предприятием сверх ее рыночного уровня ведет к полному переключению спроса на данную продукцию на другие предприятия.

2. Малость и множественность. Малость субъектов рынка означает, что объемы спроса и предложения даже наиболее крупных покупателей и продавцов ничтожно малы относительно масштабов рынка. Здесь «ничтожно малы» означает, что изменения объемов спроса и предложения отдельных субъектов в рамках короткого периода (т. е. при неизменной мощности предприятий и неизменных вкусах и предпочтениях покупателей) не влияют на рыночную цену продукции. Последняя определяется лишь совокупностью всех продавцов и покупателей, т. е. является коллективным результатом рыночных отношений. Понятно, что малость субъектов рынка предполагает и их множественность,

т. е. наличие на рынке большого числа мелких продавцов и покупателей.

Пусть, например, выпуском определенной однородной продукции занято 10 000 предприятий, на долю каждого из которых приходится 0,01% отраслевого производства. Допустим, что эластичность рыночного спроса по цене $e = -0,5$. Тогда, если одно из предприятий решит удвоить свой объем производства, выпуск всей отрасли увеличится на 0,01%. Используя формулу расчета прямой эластичности спроса, получим

$$-0,5 = \frac{\Delta q_i / q_i}{\Delta p_i / p_i} = \frac{0,01}{\Delta p / p}, \text{ откуда } \Delta p / p = -0,02.$$

Таким образом, удвоение выпуска одним из предприятий отрасли приведет к снижению рыночной цены на две сотых процента.

Заметим, что рынки ценных бумаг не удовлетворяют допущению малости и множественности. Ведь предлагаемые кем-то на рынке пакеты акций или партии биржевых товаров могут быть столь велики относительно масштабов рынка, что они существенно повлияют на их рыночную цену. Поэтому эти рынки однородных товаров не являются удачными примерами рынков совершенной конкуренции.

Малость и множественность субъектов рынка предполагают отсутствие формальных или неформальных соглашений (сговора) между ними с целью обретения монопольных преимуществ на рынке.

Допущения об однородности продукции, множественности предприятий, их малости и независимости являются основанием для следующего важного предположения. В условиях совершенной конкуренции каждый отдельный продавец является ценополучателем: кривая спроса на его продукцию бесконечно эластична и имеет вид прямой, параллельной оси выпуска; предприятие может продать любой объем продукции по существующей рыночной цене.

Поскольку в таком случае общая выручка предприятия, TR, растет (падает) пропорционально увеличению (снижению) выпуска продукции, средняя и предельная выручка от ее реализации равны и совпадают с ценой ($P = AR = MR$). Поэтому кривая спроса на продукцию отдельного предприятия в условиях

совершенной конкуренции является одновременно и кривой его средней и предельной выручки (рис. 4.1).

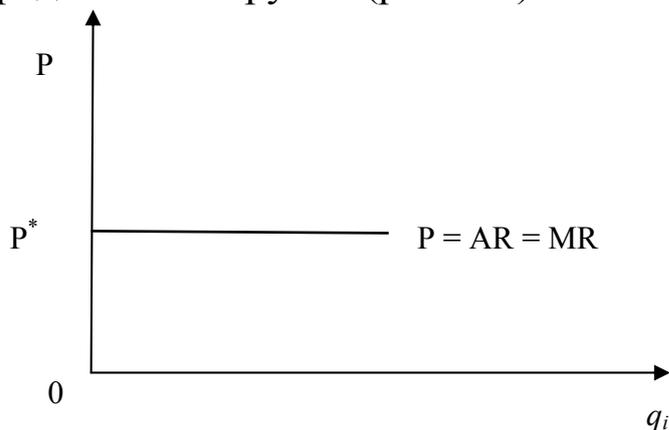


Рис. 4.1. Линия спроса совершенно конкурентного предприятия

3. Свобода входа и выхода. Все продавцы и покупатели обладают полной свободой входа в отрасль (на рынок) и выхода из нее (ухода с рынка). Это значит, что предприятия вольны начать производство данной продукции, продолжить или прекратить его, если сочтут это целесообразным. Точно так же покупатели вольны покупать товар в любом количестве, увеличить, сократить или вовсе прекратить его закупки. Нет никаких легальных или финансовых барьеров на вход в отрасль. Нет, например, патентов или лицензий, обеспечивающих преимущественные права выпускать определенную продукцию. Вход в отрасль (и выход из нее) не требует сколь-либо существенных первоначальных (соответственно ликвидационных) затрат. Реализованная уже укоренившимися в отрасли предприятиями экономия от масштаба не столь велика, чтобы ограничивать вход в отрасль предприятиям-новичкам.

С другой стороны, никто не обязан оставаться в отрасли, если это не соответствует его желаниям. Отсутствует государственное вмешательство в организацию рынка (селективные субсидии и налоговые льготы, квоты и другие формы рационирования спроса и предложения).

Свобода входа и выхода предполагает также совершенную мобильность покупателей и продавцов внутри рынка, отсутствие каких-либо форм прикрепления покупателей к продавцам. Если каждый из миллиона покупателей будет поставлен один на один с одним из миллиона продавцов, то, несмотря на их множественность и вероятную малость, мы получим не рынок

совершенной конкуренции, а миллион ситуаций двухсторонней монополии.

Свобода входа и выхода обеспечивается мобильностью производственных ресурсов, свободой их перетока из одной отрасли в другую, туда, где их альтернативная ценность выше. Это, в частности, значит, что работники могут свободно мигрировать как между отраслями, так и между профессиями, их обустройство на новом месте жительства или переобучение не требует больших затрат. Предложение сырья, других ресурсов производства не монополизировано.

4. Совершенная информированность (совершенное знание). Субъекты рынка (покупатели, продавцы, владельцы факторов производства) обладают совершенным знанием всех параметров рынка. Информация распространяется среди них мгновенно (англ. *timeless*) и ничего им не стоит (англ. *costless*). На этом допущении и основан так называемый закон единой цены, согласно которому на совершенно конкурентном рынке всякий товар продается по единой рыночной цене. Это, пожалуй, наименее реалистичное и наиболее героическое допущение в экономической теории. Остановимся на нем подробнее.

Перекрестная эластичность спроса по цене (в пределах однородной продукции) близка к бесконечности для любой пары продавцов. Поэтому тот из них, кто попытается повысить цену выше обычного рыночного уровня, сразу же лишится покупателей, которые обратятся к другим продавцам. Вопрос в том, откуда узнают покупатели о наличии более дешевых источников снабжения (продавцов) и их местоположении. Суть допущения о совершенной информированности и состоит в том, что субъекты рынка заведомо (*ex ante*) обладают знанием о распределении цен среди продавцов и переход от одного продавца к другому им ничего не стоит.

К сожалению, такого априорного знания не существует. Информация дефицитна, ее получение, переработка и использование стоят времени, сил и денег. Поэтому некоторые экономисты модели совершенной конкуренции предпочитают модель чистой конкуренции, признавая, что получение и использование информации требуют некоторого времени и усилий. Другие, напротив,

считают, что без решения проблем неопределенности и риска в условиях несовершенной информации модель чистой (англ. pure) конкуренции не имеет никаких преимуществ перед моделью совершенной конкуренции. Допущение о совершенной информированности сродни, полагают они, допущению об отсутствии трения или сопротивления среды в физике. Наблюдающееся в действительности несовершенство информированности, безусловно, оказывает влияние на рынок и рыночную цену. Поэтому при исследовании реальных рыночных ситуаций ограничения, накладываемые допущением о совершенной информированности экономических агентов, должны быть приняты во внимание.

4.2. Предприятие и рынок совершенной конкуренции в коротком периоде

Характер мгновенного (очень короткого, рыночного), короткого и длительного периода в экономике не связан непосредственно с продолжительностью их во времени. В теории производства короткий период определялся как такой, в течение которого объемы применения одних производственных факторов являются переменными, а других – постоянными, фиксированными, тогда как в длительном периоде объемы всех используемых факторов могут изменяться. В теории затрат различают постоянные и переменные затраты в коротком периоде, тогда как в длительном все виды затрат полагают переменными.

В теории рынков понятия периодов несколько уточняются. Мы можем дать им следующие определения.

Мгновенным периодом называется столь короткий период, что выпуск каждого предприятия и количество предприятий в отрасли фиксировано.

Коротким периодом называется такой период, в течение которого производственные мощности каждого предприятия (размеры и число заводов, фабрик, других производственных единиц) фиксированы, но выпуск может быть увеличен или снижен за счет изменения объема использования переменных факторов. Общее число предприятий в отрасли остается неизменным.

Длительным периодом называют такой период, в течение которого производственные мощности могут быть приспособлены к условиям спроса и затрат. В предельном случае (если условия деятельности совершенно неблагоприятны) предприятие может полностью прекратить деятельность (уйти из отрасли или с рынка). С другой стороны, новые предприятия могут войти в отрасль (на рынок) в случае благоприятных рыночных условий. Таким образом, число предприятий в однородной отрасли в длительном периоде может варьировать.

В итоге к уже известным характеристикам мгновенного, короткого и длительного периодов добавляется еще одна – возможность (невозможность) входа на рынок (в отрасль) новых и выхода ранее действовавших предприятий. В коротком периоде количество предприятий в отрасли и их мощность постоянны, в длительном не только объем применяемых ресурсов и затраты, но и число предприятий и их мощности переменны.

В связи с допущением однородности продукции функции затрат всех предприятий отрасли должны быть одинаковы – однородность продукции предполагает и однородность затрачиваемых ресурсов. Поэтому можно говорить о поведении типичного предприятия, все выводы о котором будут справедливы и в отношении каждого предприятия отрасли. В целях упрощения мы полагаем, что запасы готовой продукции у каждого предприятия отсутствуют (равны нулю), так что объем продаж каждого предприятия равен объему его выпуска в том же периоде.

Максимизация прибыли предприятия

В условиях совершенной конкуренции предприятие является ценополучателем. Оно может максимизировать свою прибыль, лишь приспособив объем выпуска к условиям товарного рынка, с одной стороны, и/или к обусловленным технологией собственным затратам – с другой. Но оно не может оказать влияние на цену продукции. *Определим выпуск*, обеспечивающий максимум прибыли совершенно конкурентного предприятия при заданных условиях рынка и технологии. Максимум прибыли понимается как *максимум положительной* разницы между выручкой и затратами производства продукции и *минимум отрицательной* разности между теми же величинами. Поэтому *минимум убытков*

может рассматриваться как *максимум прибыли*, если получить положительную прибыль невозможно.

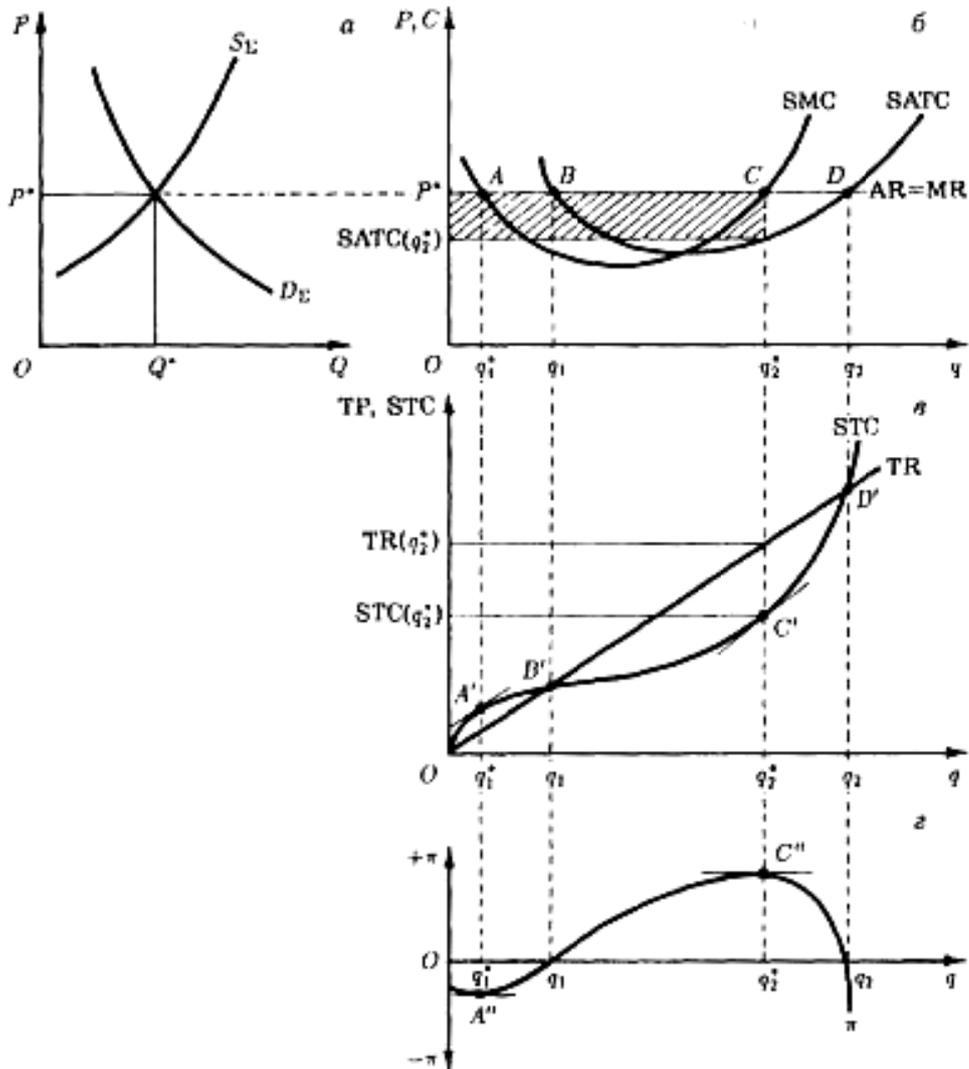


Рис. 4.2. Равновесие совершенно конкурентного предприятия (прибыль положительна)

Пусть условия товарного рынка таковы, как показано на рис. 4.2, *a*, где D_{Σ} и S_{Σ} – рыночные кривые спроса и предложения; P^* и Q^* – соответственно рыночная цена равновесия и равновесный объем выпуска (продаж) отрасли в единицу времени. Пусть, далее, кривые SMC , $SATC$ и STC на рис. 4.2, *б*, *в* представляют кривые предельных, средних общих и общих затрат типичного предприятия в коротком периоде. Поскольку предприятие является ценополучателем, линия $AR = MR$ на рис. 4.2, *б* является линией спроса на продукцию предприятия, тогда как луч TR на

рис. 4.2, *в* – линия его общей выручки. Наклон линии TR неизменен на всем ее протяжении, поскольку цена не зависит от объема выпуска данного предприятия, и потому $TR = P \cdot q$.

Прибыль предприятия представляет разность между общей выручкой и общими затратами короткого периода:

$$\pi(q) = TR(q) - STC(q).$$

Условием максимизации прибыли первого порядка (необходимым) будет, очевидно,

$$\frac{d\pi(q)}{dq} = \frac{dTR(q)}{dq} - \frac{dSTC(q)}{dq} = 0,$$

а поскольку $dTR(q)/dq = MR(q)$ и $dSTC(q)/dq = MC(q)$, условием первого порядка является равенство предельной выручки предельным затратам:

$$MR(q^*) = MC(q^*).$$

Но для совершенно конкурентного предприятия $P = AR = MR$, и, следовательно, условие первого порядка может быть представлено и как равенство предельных затрат цене:

$$MC(q^*) = P.$$

В ситуации, представленной на рис. 4.2, *б*, условие первого порядка выполняется дважды, в точках А и С, которым соответствуют объемы выпуска q_1^* и q_2^* . Однако, как видно на рис. 4.2, *г*, в первом случае максимальны убытки, во втором – прибыль. Для различения этих случаев используется условие второго порядка (достаточное):

$$\frac{d^2\pi}{dq^2} = \frac{d^2TR}{dq^2} - \frac{d^2STC}{dq^2} < 0,$$

откуда

$$\frac{d^2TR}{dq^2} < \frac{d^2STC}{dq^2}.$$

Левая часть неравенства характеризует наклон кривой MR, правая – наклон кривой SMC. Следовательно, условие второго порядка требует, чтобы наклон кривой предельных затрат был больше наклона кривой предельной выручки или, иначе, чтобы

кривая SMC пересекала кривую MR снизу (как в точке С, но не в А на рис. 4.2, б).

Поскольку же для совершенно конкурентного предприятия цена не зависит от объема выпуска, наклон кривой предельной выручки

$$\frac{d^2TR}{dq^2} = 0,$$

условие второго порядка можно представить неравенством

$$0 < \frac{d^2STC}{dq^2}.$$

Последнее означает, что прибыль будет максимальна, если в точке пересечения с MR кривая SMC имеет положительный наклон.

Таким образом, если

$$\frac{d^2\pi}{dq^2} < 0,$$

объем выпуска q_2^* максимизирует (положительную) прибыль, если же

$$\frac{d^2\pi}{dq^2} > 0.$$

объем выпуска q_1^* максимизирует (отрицательную) прибыль, т. е. убытки.

Другими словами, прибыль (положительная) будет максимальна, если $MR = SMC$ и кривая SMC восходящая. Напротив, отрицательная прибыль (убытки) будет максимальна, если $MR = SMC$ и кривая SMC нисходящая. На рис. 4.2, б максимальная положительная прибыль при выпуске q_2^* соответствует площади заштрихованного прямоугольника. Она равна разности между общей выручкой и затратами короткого периода:

$$\pi(q) = P^* q_2^* - SATC(q_2^*) q_2^*.$$

Условие первого порядка можно переформулировать и таким образом: общая прибыль максимальна при таком объеме выпуска, когда предельная прибыль равна нулю. Предельной

прибылью ($M\pi$) называют прирост прибыли в результате изменения объема выпуска на одну единицу продукции, т. е.

$$M\pi(q) = MR(q) - SMC(q)$$

или, в непрерывном случае,

$$M\pi(q) = \frac{d\pi(q)}{dq}.$$

Геометрически предельная прибыль характеризуется наклоном кривой прибыли при определенном выпуске (q). Когда прибыль достигает максимума, наклон ее кривой становится нулевым. Так, в точках A'' и C'' на рис. 4.2, z касательные к кривой прибыли π имеют нулевой наклон:

$$M\pi(q_1^*) = 0, M\pi(q_2^*) = 0.$$

Изменения суммы прибыли в связи с изменениями объема выпуска легко проследить по рис. 4.2, $в, z$. Мы уже видели, что максимумы положительной и отрицательной прибыли достигаются соответственно при объемах q_2^* и q_1^* , когда линия общей выручки (TR) лежит максимально выше (ниже) кривой общих затрат (STC). Отметим также две точки переломного уровня выпуска (англ. «break-even level»): q_1 и q_2 . Это точки безубыточного (или бесприбыльного) выпуска. Заметим, что в соответствующих им на рис. 4.2, $б$ точках B и D $AR = MR = SATC$, а в точках B' и D' на рис. 4.2, $в$ $TR = STC$. Наконец, на рис. 4.2, z точки q_1 и q_2 соответствуют нулевой прибыли.

Таким образом, рост выпуска от 0 до q_1^* сопровождается ростом отрицательной прибыли (убытков). В дальнейшем убытки сокращаются, а, достигнув выпуска q_1 , предприятие начинает получать все возрастающую (вплоть до q_2^*) прибыль. Дальнейший рост выпуска будет сопровождаться снижающимся ростом прибыли. Наконец, увеличение выпуска сверх точки второго перелома (q_2) вновь сделает предприятие убыточным ($SATC > P = AR = MR$).

На рис. 4.3 представлена ситуация, в которой предприятию безразлично, выпускать продукцию в объеме q_2^* или закрыться. Рыночная цена продукции (наклон луча TR на рис. 4.3, $в$) равна минимуму средних переменных затрат предприятия (линия

AR = MR на рис. 4.3, б касается кривой SAVC в точке минимума последней). При таком уровне цены, как следует из рис. 4.3, з, максимум прибыли, $\pi = |ON|$, одинаков и при выпуске q_2^* , и при нулевом выпуске. При этом $|ON|$ в точности равен сумме постоянных затрат (OM на рис. 4.3, в). Таким образом, ясно, что и при нулевом выпуске, и при производстве продукции в объеме q_2^* предприятие получит убытки, равные общим постоянным затратам. При любом другом объеме производства сумма (отрицательной) прибыли, как следует из рис. 4.3, з, будет выше.

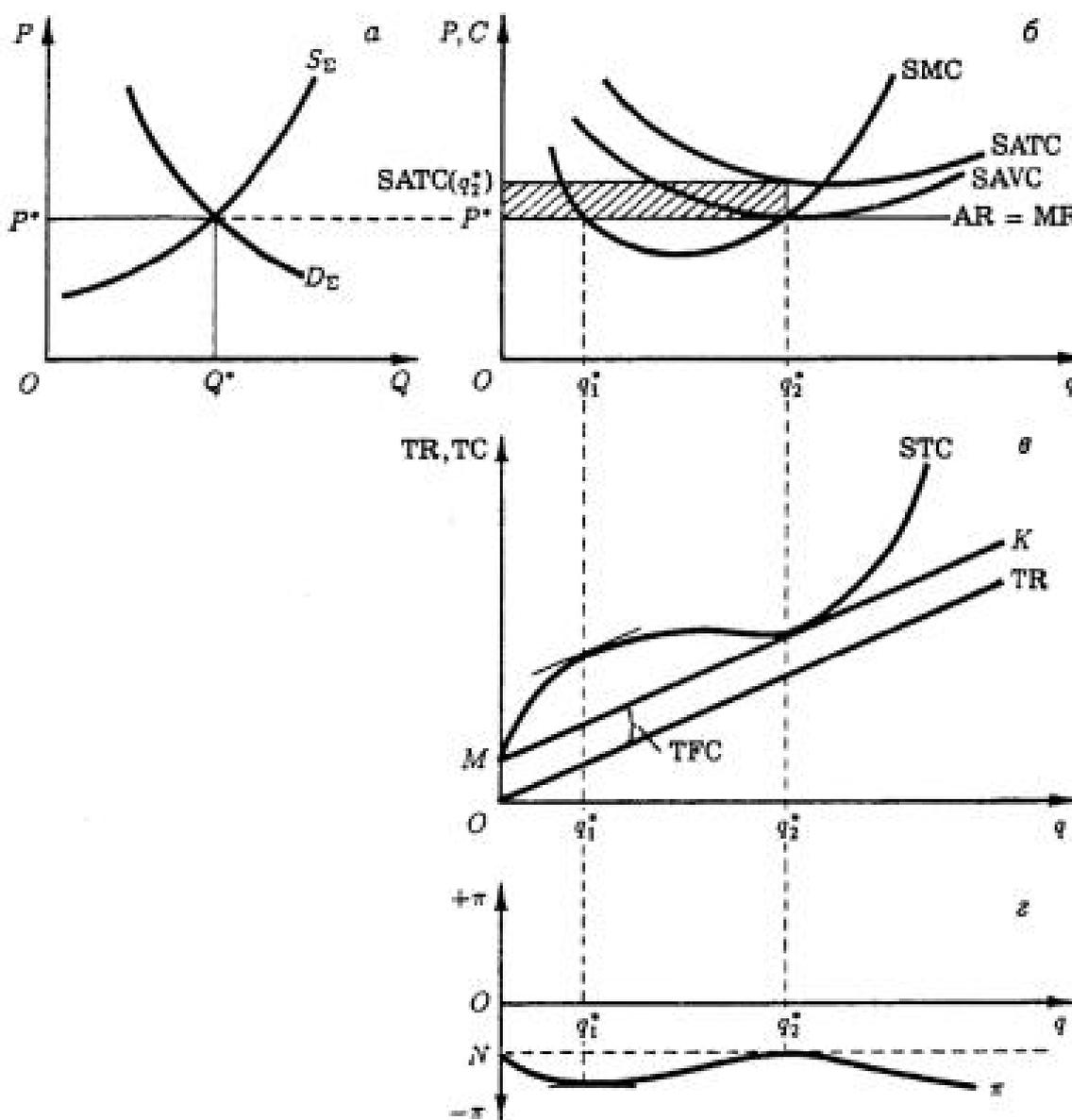


Рис. 4.3. Равновесие совершенно конкурентного предприятия

4.3. Предложение совершенно конкурентного предприятия в коротком периоде

Функцией предложения от цены называют зависимость величины предложения от цены данного товара. Можно показать, что кривая предложения совершенно конкурентного предприятия в коротком периоде тождественна части кривой его предельных затрат.

На рис. 4.4, а представлены кривые предельных (SMC), средних общих (SATC) и средних переменных (SAVC) затрат. При цене P_1 максимум положительной прибыли достигается при выпуске q_1 , значит, точка А на кривой SMC принадлежит кривой предложения данного прибылемаксимизирующего предприятия. При более низкой цене, P_2 , прибыль будет максимальна при выпуске q_2 ; значит, и точка В на кривой SMC принадлежит кривой предложения. Заметим, что в этом случае максимум (положительной) прибыли равен нулю, поскольку цена P_2 равна минимуму средних общих затрат ($P_2 = AR = MR = \min SATC$).

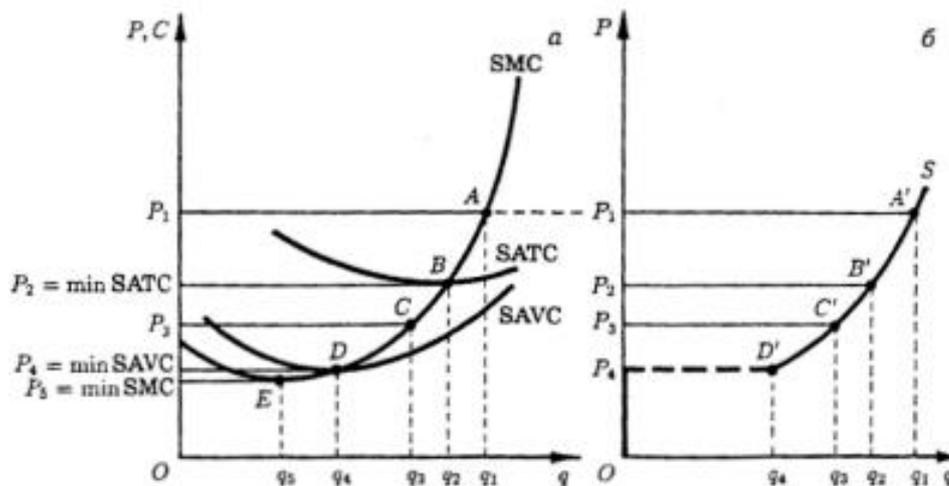


Рис. 4.4. Кривые предельных затрат (а) и предложения (б) предприятия в коротком периоде

Если цена снизится до $P_3 < SATC$, прибылемаксимизирующий объем производства упадет до q_3 . Прибыль в этом случае будет отрицательна, поскольку точка С на кривой SMC лежит ниже кривой SATC и, значит, выручка от продажи выпуска q_3 не возместит общих затрат его производства:

$$P_3 q_3 < SATC(q_3) q_3.$$

Но, с другой стороны, $P_3 > SAVC(q_3)$. А это значит, что выручка от продажи выпуска q_3 возместит все переменные и, кроме того, часть постоянных затрат предприятия. Таким образом, убытки от выпуска q_3 будут меньше, чем сумма общих постоянных затрат (TFC) в коротком периоде. Поэтому по сравнению с нулевым выпуском выпуск q_3 будет прибылемаксимизирующим. Следовательно, и точка C принадлежит кривой предложения предприятия.

При еще более низкой цене, $P_4 = \min SAVC$, выпуск q_4 удовлетворяет обоим условиям максимизации прибыли. Это значит, что $TR(q_4) = q_4(SAVC(q_4)) = TVC(q_4)$ и, следовательно, убытки предприятия равны сумме постоянных затрат. В этих условиях предприятию безразлично, производить ли q_4 единиц продукции или закрыться. Поэтому точку D на кривой SMC часто называют точкой закрытия (англ. shutdown point). Эта точка может принадлежать кривой предложения предприятия, а может и не принадлежать.

Наконец, при цене $P_5 = \min SMC$ выпуск q_5 также удовлетворяет условиям максимизации, но цена не возмещает средних переменных затрат ($P_5 < SAVC(q_5)$), и при любом отличном от нуля выпуске убытки окажутся выше постоянных затрат. Следовательно, в этом случае нулевой выпуск окажется оптимальным. Иначе говоря, при $P < \min SAVC$ прибылемаксимизирующее предприятие *предпочтет закрыться*. Поэтому точка E на кривой SMC определенно *не принадлежит* кривой предложения совершенно конкурентного предприятия.

Кривая предложения совершенно конкурентного предприятия представлена на рис. 4.4, б. Здесь точки A' , B' , C' , D' соответствуют точкам A , B , C , D кривой SMC на рис. 4.4, а. Множество подобных точек формирует *участок* кривой предложения, лежащий выше точки D' , соответствующей минимуму $SAVC$ на рис. 4.4, а. Заметим, что участок кривой SMC , лежащий ниже $SAVC$, не входит в кривую предложения, поскольку прибылемаксимизирующее поведение диктует закрытие предприятия, если цена продукции окажется ниже средних переменных затрат.

Таким образом, *кривая предложения совершенно конкурентного предприятия в коротком периоде представляет собой воз-*

растающую ветвь кривой предельных затрат, которая лежит выше минимума средних переменных затрат. При более низком, чем $\min SAVC$, уровне рыночной цены кривая предложения сливается с осью цен (участок OP_4 на рис. 4.4, б).

Если функции средних переменных и предельных затрат известны, определить функцию предложения совершенно конкурентного предприятия несложно:

$$q = S(P) \text{ если } P \geq \min AVC, \quad q = 0, \text{ если } P < \min AVC.$$

Пример. Пусть

$$STC = 10 + 6q - 2q^2 + \frac{1}{3}q^3,$$

где $10 = TFC$;

$$STVC = 6q - 2q^2 + \frac{1}{3}q^3.$$

Из приведенных уравнений имеем

$$SMC = 6 - 4q + q^2 = 2 + (q - 2)^2.$$

Приравнивая SMC рыночной цене, получим $2 + (q - 2)^2 = P$, или $(q - 2)^2 = P - 2$, откуда

$$q = 2 \pm (P - 2)^{\frac{1}{2}}, \text{ если } P \geq 2.$$

Функция предельных затрат (SMC) имеет две ветви при $P > 2$. Однако ветвь $q = 2 - (P - 2)^{1/2}$ имеет отрицательный наклон, что не отвечает условию второго порядка максимизации прибыли. Поэтому в дальнейшем эта ветвь не рассматривается.

Теперь определим выпуск, при котором средние переменные затраты минимальны. Из уравнения функции средних переменных затрат находим, что

$$\min SAVC = 6 - 2q + \frac{1}{3}q^2.$$

Определяем производную по q и приравниваем ее нулю:

$$\frac{dSAVC}{dq} = -2 + \frac{2}{3}q = 0,$$

откуда $q = 3$. Это значит, что минимум $SAVC$ достигается при $q=3$.

Подставляя $q = 3$ в уравнение, находим

$$\min SAVC = 6 - 6 + \frac{1}{3}3^2 = 3.$$

Таким образом, функция предложения предприятия будет

$$q^S = 2 + (P - 2)^{1/2}, \text{ если } P \geq 3, \quad q^S = 0, \text{ если } P < 3.$$

4.4. Предложение совершенно конкурентной отрасли в коротком периоде

Естественно предположить, что переход от предложения отдельного предприятия к предложению отрасли можно представить (технически) точно так же, как и переход от индивидуального спроса к рыночному. Однако связь индивидуального спроса с рыночным зависит от выполнения аксиомы независимости потребителя. Если она выполняется, функцию рыночного спроса можно получить суммированием индивидуальных функций спроса, если же нет – наоборот, функция индивидуального спроса оказывается функцией представлений данного потребителя о вероятном объеме рыночного спроса.

Сходное положение имеет место и в теории предложения конкурентной отрасли. Ключевым здесь является *допущение о независимости производственных затрат предприятий*. Оно состоит в предположении, что затраты на производство какого-либо предприятия являются функцией лишь его объема производства, но не зависят от выпуска других фирм или отрасли в целом.

Это допущение справедливо для производств (отраслей), не использующих высокоспециализированных ресурсов (включая труд) и/или относительно небольших по сравнению со всей экономикой. Именно такие отрасли могут рассматриваться как мелкие покупатели на *совершенно конкурентном рынке производственных ресурсов*. Резкое увеличение или спад производства в этих отраслях не влияют на цены ресурсов, и, значит, затраты предприятия не зависят ни от объема производства других предприятий, ни от выпуска отрасли в целом. В противном случае увеличение производства другими предприятиями или

всей отраслью не только увеличило бы спрос на ресурсы, но и оказалось бы причиной *роста их цен*, а значит, и *увеличения затрат* (сдвига функций затрат вверх).

Поэтому связь индивидуальных и отраслевых функций предложения в случаях выполнения и невыполнения допущения о независимости производственных затрат предприятий целесообразно рассмотреть отдельно.

Излишек производителя

Излишек производителя определяется как область, ограниченная кривой предложения, линией цены и ординатой. Теперь мы можем определить излишек производителя для совершенно конкурентного предприятия. Вернемся к рис. 4.4, б, где была выведена его кривая предложения.

При цене $P_4 = \min SAVC$ излишек производителя окажется, очевидно, нулевым, поскольку при выпуске q_4 убытки предприятия в точности равны сумме его постоянных затрат. Если цена увеличится до P_3 , а выпуск до q_3 , излишек производителя составит $P_4P_3C'D'$ и часть постоянных затрат не будет возмещена. При цене $P_2 = \min SATC$ излишек производителя увеличится на величину, равную площади $P_3P_2B'C'$, и достигнет величины площади $P_4P_2B'D'$, хотя прибыль предприятия при выпуске q_2 окажется нулевой. Наконец, при цене $P_1 = SMC(q_1)$ излишек производителя увеличится на величину площади $P_2P_1A'B'$ и будет равен площади фигуры $P_4P_1A'D'$.

Можно показать связь между излишком производителя, экономической прибылью и величиной постоянных затрат. Если прибыль представляет разность между общей выручкой и суммой переменных и постоянных затрат

$$\pi(q^*) = P^* q^* - [SVC(q^*) + TFC],$$

то излишек производителя, S_p , можно определить как разность между общей выручкой и переменными затратами, т. е. как сумму экономической прибыли и постоянных затрат:

$$S_p(q^*) = P^* q^* - SVC(q^*) = \pi(q^*) + TFC.$$

Очевидно, что $SVC(q^*)$ можно представить как произведение $q^*SAVC(q^*)$. Таким образом, излишек производителя можно представить и как

$$S_p(q^*) = P^* q^* - q^* SVC(q^*).$$

Именно так представлен излишек производителя (заштрихованный прямоугольник) на рис. 4.5, а.

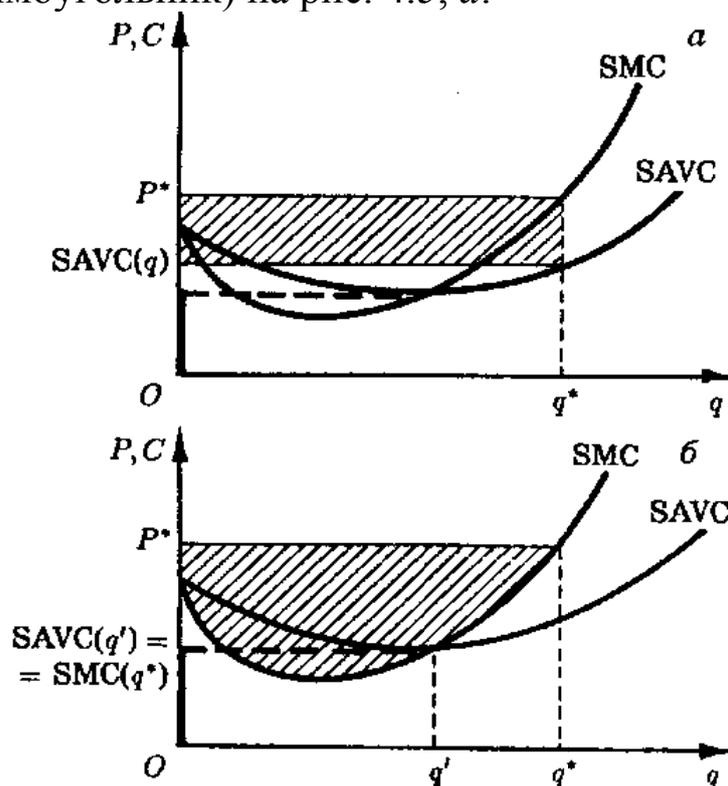


Рис. 4.5. Излишек производителя

Если, например, имеется функция предложения некоего совершенно конкурентного предприятия, то при $P^* = 6$

$$q^* = 2 + (6 - 2)^{1/2} = 4,$$

а общая выручка составит $TR = P^* q^* = 6 \cdot 4 = 24$.

Подставив значение q^* , определим прибыль и излишек производителя:

$$\pi(q^* = 4) = 24 - \left(10 + 24 - 32 + \frac{1}{3} 64 \right) = \frac{2}{3},$$

$$S_p(q^* = 4) = 24 - \left(24 - 32 + \frac{1}{3} 64 \right) = 10 \frac{2}{3}.$$

Разность между $S_p(q^*)$ и $\pi(q^*)$ составит 10, что равно сумме постоянных затрат короткого периода.

Наконец, излишек производителя можно представить и еще одним способом, а именно как разность между общей выручкой и суммой предельных затрат (заштрихованная область на рис. 4.5, б). Это прямо следует из определения предельных затрат как прироста переменных затрат при малом приращении выпуска.

4.5. Модель поведения фирмы в условиях совершенной конкуренции в долгосрочном периоде

Вход на рынок совершенной конкуренции и выход из него открыт для всех фирм без исключения. Поэтому в долгосрочном периоде уровень прибыльности становится регулятором используемых в отрасли ресурсов.

Если установившийся в отрасли уровень рыночных цен выше минимума средних издержек, то возможность получения экономических прибылей послужит своеобразным стимулом для входа в данную отрасль новых фирм. Отсутствие барьеров на их пути приведет к тому, что на производство данного вида товаров будет направляться все большая доля ресурсов. И, наоборот, экономические убытки будут выполнять роль антистимула, отпугивающего предпринимателей и сокращающего объем используемых в отрасли ресурсов.

Взаимосвязь между уровнем прибыльности в конкурентной отрасли и размерами использования в ней ресурсов, а значит, и объемом предложения, предопределяет безубыточность действующих в конкурентной отрасли фирм в долгосрочном периоде (или, что то же самое, получение ими *нулевой экономической прибыли*).

Установившееся в отрасли долгосрочное равновесие удовлетворяет трем условиям:

1) выполняются условия краткосрочного равновесия, то есть краткосрочные предельные издержки равны краткосрочному предельному доходу и цене ($P=MR=MC$);

2) каждая из фирм удовлетворена объёмами используемых производственных мощностей (краткосрочные средние совокупные издержки равны наименьшим возможным долгосрочным средним издержкам $AC_{min}=LRAC_{min}$);

3) фирма получает нулевую экономическую прибыль, то есть сверхприбыль не образуется, а потому не существует фирм, желающих войти в отрасль или покинуть её ($P=AC_{min}$).

Все эти три условия долгосрочного равновесия можно представить в следующем обобщенном виде:

$$P=MR=MC=AC_{min}=LRAC_{min}.$$

На графике (рис. 4.6) видно, что в точке E соблюдаются все три условия долгосрочного равновесия. Фирмы получают нормальную прибыль. Если же цена превысит минимальные средние издержки ($P>LRAC_{min}$), то фирмы в отрасли будут получать экономическую прибыль, что привлечет в отрасль конкурентов, предложение повысится, а цена понизится до уровня равновесной, и наоборот.

Данные модели по степени агрегированности являются микроэкономическими, по типу информации, используемой в моделях, – аналитическими, по учету фактора неопределённости – детерминированными.

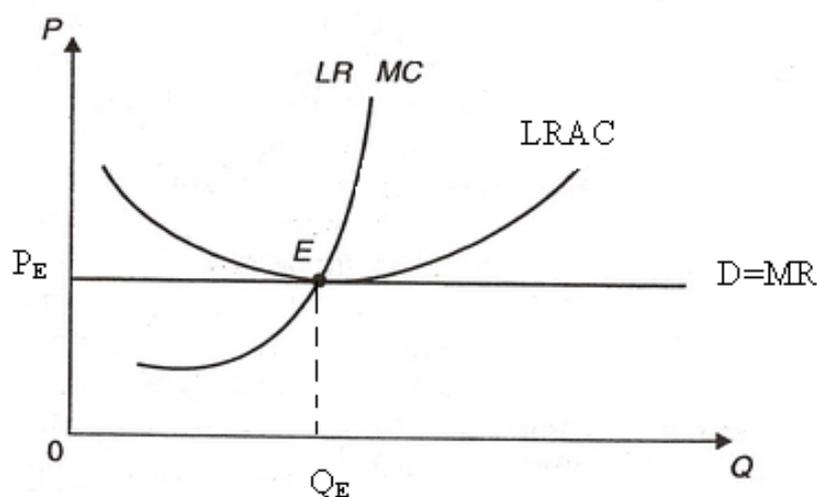


Рис. 4.6. Равновесие конкурентной фирмы в долгосрочном периоде

Применение моделей поведения фирмы в условиях совершенной конкуренции

В действительности не существует отрасли экономики, абсолютно точно удовлетворяющей 4 требованиям совершенной конкуренции. Важным является вопрос о том, насколько далека реальность от этих требований. К сожалению, нет надежных и быстрых правил для такой оценки. В отраслях, в которых вхождение и выход особенно легки, фирма может вести себя как принимающая цену даже на рынке, где является единственным конкурентом. В отраслях же, где вхождение и выход затруднены, существование даже большого числа фирм не гарантирует наличия рыночного ценообразования. На краткосрочных периодах фирмы способны выработать тайные соглашения по ограничению ценовой конкуренции, если получают от этого прибыль сверх нормальной. Наиболее важные долгосрочные характеристики модели конкуренции применяются в экономике, за исключением тех отраслей, в которых правительство создает правовые барьеры для вхождения, например необходимость наличия лицензий и др.

Глава 5. Модели поведения фирмы в условиях несовершенной конкуренции

5.1. Монополия и монопольная власть

Монополия – это положение на рынке, характеризующееся наличием одного продавца данного вида товара или услуги.

Определяющими характеристиками монополии являются следующие:

- 1) в отрасли функционирует одна крупная фирма;
- 2) предприятие-монополист может выпускать однородную или дифференцированную продукцию, но в любом случае эта продукция не имеет *совершенных* (с точки зрения покупателей) заменителей, или субституттов. Иначе говоря, перекрестная эластичность спроса между продуктами монополиста и *любым другим товаром* либо равна нулю, либо пренебрежимо мала:

$$e_{i,j} = (dq_i/dp_j)(p_j/q_i) = 0;$$

- 3) имеются жёсткие барьеры для входа в отрасль;
- 4) информация практически не доступна;
- 5) фирма может влиять на цену продукции и осуществляет практически полный контроль над ценами.

Так как монополист является единственным производителем данной продукции, кривая спроса на его продукцию будет совпадать с кривой рыночного спроса. Отсюда понятно, что данная кривая имеет отрицательный наклон, а это говорит о том, что фирма может менять цену.

Для фирмы в условиях совершенной конкуренции характерно равенство предельного дохода и цены. Для монополиста ситуация иная. Кривая среднего дохода и цены совпадает с кривой рыночного спроса, а кривая предельного дохода лежит ниже нее для всех точек, кроме начальной. В случае линейной функции спроса кривая MR убывает в два раза быстрее, чем цена.

При рассмотрении вопросов эластичности спроса по цене имеет место взаимосвязь между ценой и совокупным доходом при изменении спроса: если спрос эластичен, то уменьшение цены вызывает увеличение совокупного дохода, и, наоборот, неэластичный спрос приводит к падению дохода при снижении цены.

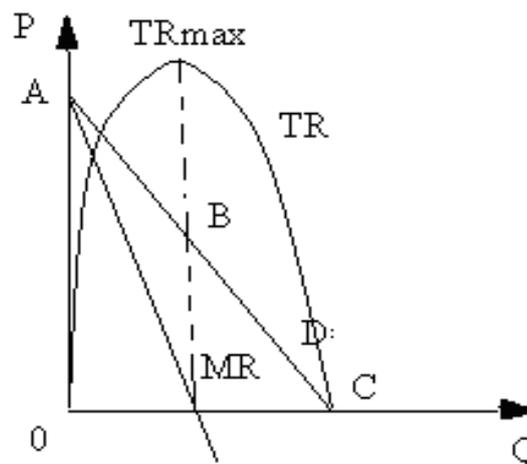


Рис. 5.1 Взаимосвязь спроса, эластичности, предельного дохода для монополиста

Участок АВ на графике – участок эластичного спроса. В точке В, которая делит кривую спроса пополам, эластичность спроса по цене равна единице ($E_d=1$), общая выручка принимает максимальное значение, а предельный доход равен нулю. Участок ВD – участок неэластичного спроса, предельный доход принимает отрицательное значение, а общий доход снижается до нуля. Таким образом, монополист, максимизирующий прибыль, всегда будет работать только на эластичном участке кривой спроса.

Модели поведения фирмы-монополиста в краткосрочном периоде

Предприятие-монополист может максимизировать прибыль, выбирая либо объем выпуска, либо цену. Назовем оптимальным такой объем выпуска Q^* , при котором прибыль монополиста максимальна:

$$\max p(Q^*) = TR(Q^*) / STC(Q^*).$$

Следовательно, условием максимизации прибыли **первого порядка (необходимым)** будет

$$dp(Q)/dQ = [dTR(Q)/dQ] - [dSTC(Q)/dQ] = 0.$$

Поскольку $dTR(Q)/dQ = MR(Q)$, а $dSTC(Q)/dQ = MC(Q)$, условием первого порядка является равенство предельной выручки предельным затратам:

$$MR(Q^*) = MC(Q^*).$$

Таким образом, условия первого порядка для монополиста и для совершенно конкурентного предприятия одинаковы. Однако за этим сходством скрыто и важное различие. Для совершенно конкурентного предприятия предельная выручка равна цене, тогда как у монополиста она меньше цены, т. е. $MR(Q^*) < P(Q^*)$.

Условием максимизации прибыли **второго порядка (достаточным)** для монополиста будет следующее неравенство:

$$d^2p/(dQ)^2 = [d^2TR(Q)/(dQ)^2] - [d^2STC(Q)/(dQ)^2] < 0,$$

или

$$d^2TR(Q)/(dQ)^2 < d^2STC(Q)/(dQ)^2.$$

Левая часть характеризует наклон кривой MR, правая – наклон кривой MC. Следовательно, условие второго порядка требует,

чтобы наклон кривой предельных затрат был больше наклона предельной выручки, или, иначе, чтобы кривая MC пересекала кривую MR снизу. Таким образом, условия второго порядка для монополиста и совершенно конкурентного предприятия совпадают.

Обратимся к рис. 5.2. Условие первого порядка, $MR = MC$, выполняется и в точке F , и в точке E . Условие же второго порядка выполняется лишь в точке E , но не выполняется в точке F . Таким образом, выпуск Q_E максимизирует прибыль, является оптимальным, выпуск Q_F – нет.

Монополия, как и совершенно конкурентные предприятия, может при оптимальном объеме выпуска получать положительную, нулевую или отрицательную прибыль. На рис. 5.2 мы определили выпуск, максимизирующий прибыль, но не выяснили, будет ли эта прибыль положительной, нулевой или отрицательной. А это зависит от взаимного расположения кривых спроса и средних общих затрат ($SATC$).

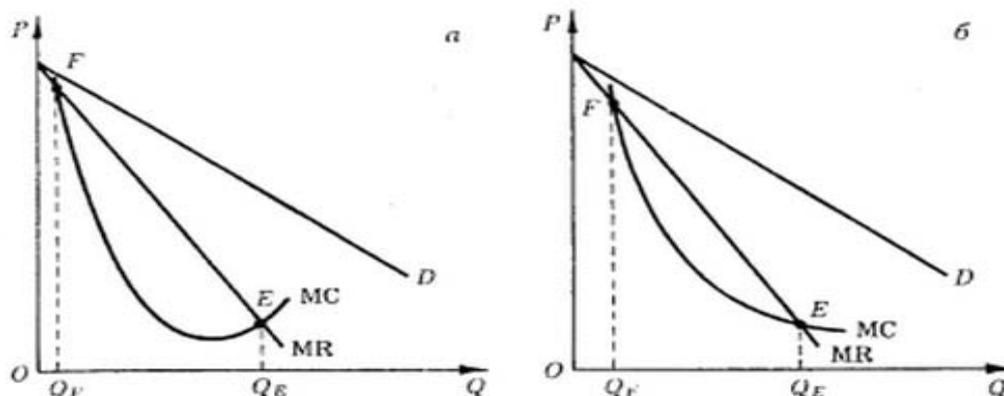


Рис. 5.2 Условие максимизации прибыли монополиста первого порядка

Обратимся к рис. 5.3, на котором последовательно представлены положительная (5.3, а), нулевая (5.3, б) и отрицательная (5.3, в) прибыль при одном и том же оптимальном, т. е. максимизирующем прибыль, выпуске Q^* . Заметим, что во всех трех случаях оптимальный выпуск определяется абсциссой точки пересечения убывающих кривых предельных затрат и предельной выручки E . Цена P^* определяется ординатой точки пересечения A кривой спроса с перпендикуляром, восстановленным из точки Q^* , а средние общие затраты – ординатой точки пересече-

ния В того же перпендикуляра с кривой SATC. В память о Курно, первым указавшем на точку Е как оптимум монополиста, ее обычно называют точкой Курно.

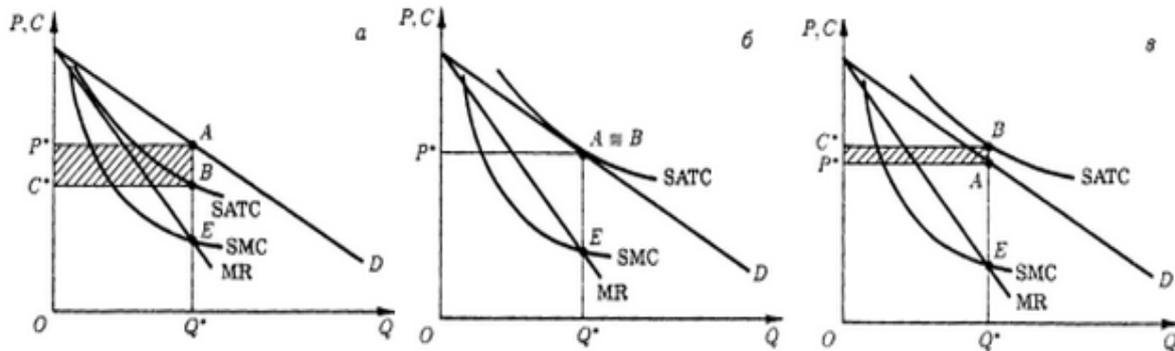


Рис. 5.3 Оптимум монополиста в краткосрочном периоде с положительной (а), нулевой (б) и отрицательной прибылью (в)

Очевидно, общая выручка от продажи оптимального объема выпуска составит:

$$TR(Q^*) = Q^*P^*(Q^*),$$

а общие затраты на производство

$$STC(Q^*) = Q^* SATC(Q^*).$$

Разность между ними характеризует величину прибыли:

$$\pi(Q^*) = TR(Q^*) - STC(Q^*).$$

На рис. 5.3 общая выручка соответствует площади прямоугольника OP^*AQ^* , а общие затраты = площади прямоугольника OC^*BQ^* . Разность этих площадей графически характеризует прибыль. Заштрихованный прямоугольник на рис. 5.3, а представляет положительную, а на рис. 5.3, в – отрицательную прибыль. В ситуации, показанной на рис. 5.3, б, монополия при оптимальном выпуске получает нулевую прибыль.

В краткосрочном периоде монополист останется в отрасли до тех пор, пока дальнейшее снижение спроса не приведет к падению цены ниже уровня средних переменных затрат. Монополист покинет рынок лишь в том случае, если цена окажется ниже средних переменных затрат при оптимальном, прибылемаксимизирующем, выпуске, т. е. если

$$P^*(Q^*) < SAVC(Q^*).$$

В любом ином случае монополия останется на рынке, даже если она не сможет возместить свои постоянные затраты в коротком периоде.

Модель поведения фирмы-монополиста в долгосрочном периоде

Монополист действует на рынке в отсутствие соперников. Поэтому в противоположность совершенно конкурентному предприятию, монополист может получать положительную экономическую прибыль и в длительном периоде. С другой стороны, как и в случае совершенной конкуренции, экономическая прибыль монополиста в длительном периоде не может быть отрицательной.

Рассмотрим процесс долгосрочного приспособления монополии, начав с ситуации, когда прибыль монополиста в коротком периоде отрицательна.

Обратимся к рис. 5.4, где D и MR – кривые спроса и предельной выручки монополиста, $LATC$ и LMC – кривые его средних общих и предельных затрат длительного периода. *Наличные* мощности монополии характеризуют кривые средних общих и предельных затрат короткого периода $SATC_1$ и SMC_1 . В этой ситуации, очевидно, оптимальный объем выпуска Q_1 . Однако при таком объеме производства удельные (средние) общие затраты оказываются выше цены $C_1(Q_1) > P_1(Q_1)$ и монополия имеет убытки, размеру которых соответствует площадь прямоугольника $P_1C_1E_1A$.

Из рисунка видно, что наличные мощности монополии недостаточны (слишком малы) для того, чтобы обеспечить ей положительную экономическую прибыль на данном рынке. Однако у нашего монополиста есть и перспектива. Из чего это следует? Рассмотрим внимательно соотношение кривых спроса и средних общих затрат длительного периода. Обратим внимание, что на оси выпуска существует участок $Q'Q''$, в пределах которого кривая средних общих затрат длительного периода оказывается ниже кривой спроса, являющейся и кривой средней выручки. Иначе говоря, существует участок, в пределах которого

$$LATC(Q) < AR(Q) = P(Q), Q \hat{=} [Q', Q''].$$

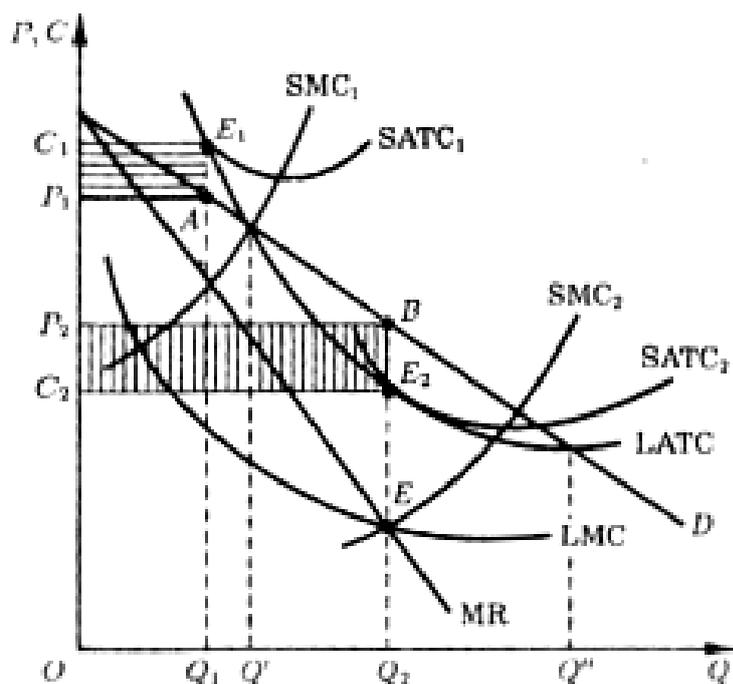


Рис. 5.4. Оптимум монополиста в долгосрочном периоде

Из всех возможных размеров производственных мощностей, удовлетворяющих данному неравенству, лишь тот позволит получить максимальную *долгосрочную* прибыль, который соответствует пересечению кривых LMC и MR (точка E). Поскольку долгосрочный оптимум предполагает также и краткосрочный оптимум (но не наоборот), кривая краткосрочных предельных затрат SMC_2 будет пересекать кривую MR в той же точке E . Используя мощность такого масштаба и выпуская продукцию в объеме Q_2 , монополист получит положительную прибыль, поскольку $SATC_2(Q_2) < P_2(Q_2)$. Общая сумма прибыли характеризуется, как очевидно, площадью прямоугольника $C_2P_2BE_2$.

Таким образом, в длительном периоде монополист максимизирует прибыль, производя и продавая такой объем продукции, который соответствует равенству предельной выручки и предельных затрат длительного периода. Оптимальной мощности соответствует точка Курно – E , где краткосрочные предельные затраты равны предельной выручке.

Ценовая дискриминация

Иногда в целях получения дополнительного дохода фирма-монополист находит возможным и выгодным назначать

различные цены для разных покупателей. Практика установления разных цен на один и тот же товар или услугу, не связанная ни с какими различиями в затратах, называется **ценовой дискриминацией**.

Существует три вида, или степени, ценовой дискриминации, проводимой монополией.

При **совершенной ценовой дискриминации** (или дискриминации первой степени) цена каждой единицы продукции устанавливается на уровне цены рыночного спроса *именно этой единицы*, в результате чего весь потребительский излишек присваивается монополистом. Совершенная ценовая дискриминация представлена на рис. 5.5.

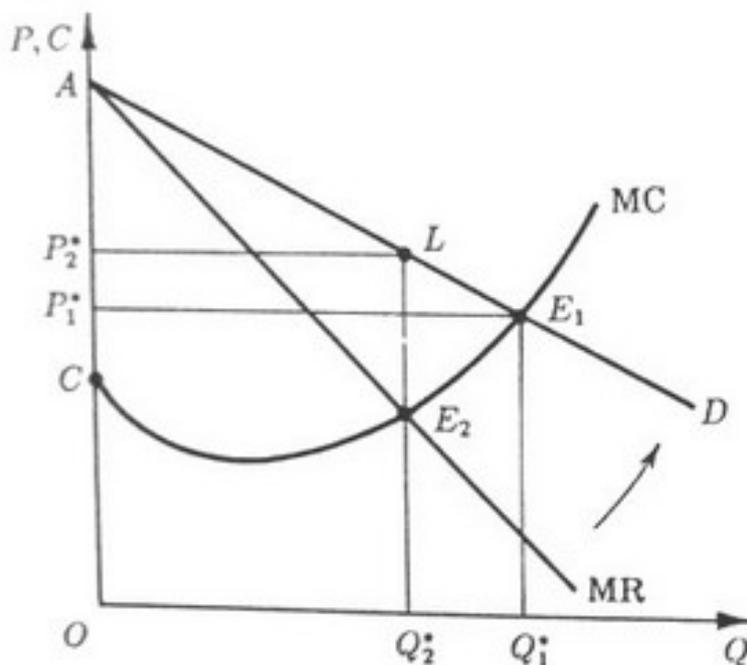


Рис. 5.5. Совершенная ценовая дискриминация

Точка E_2 — оптимальный выпуск простой недискриминирующей монополии — определяется пересечением кривых MR и MC.

Точка E_1 — оптимальный выпуск монополиста, проводящего совершенную ценовую дискриминацию, — определяется пересечением кривых предельной выручки и предельных затрат. Но поскольку для него *кривой предельной выручки становится кривая спроса*, именно ее пересечение с кривой MC определяет оптимальный выпуск. Таким образом, объем выпуска при совершенной ценовой дискриминации увеличивается до уровня, соот-

ветствующего совершенно конкурентному рынку Q_1^* . Монополист, как очевидно из рис. 5.5, присваивает *весь потребительский излишек* P^*2AL , который в случае простой, недискриминирующей монополии при выпуске Q^*2 достался бы покупателям. **В чистом виде совершенная ценовая дискриминация трудно осуществима.**

При проведении фирмой-монополистом **ценовой дискриминации второй степени** выпускаемая продукция или оказываемые услуги группируются в партии, на которые устанавливаются различные цены. Обратимся к рис. 5.6. Линия D отображает индивидуальный спрос некоего потребителя. Монополист, практикующий ценовую дискриминацию второй степени, может установить 3 разные цены P_1, P_2, P_3 . Общая выручка монополиста от продажи Q_1 единиц товара будет равна площади прямоугольника OP_1AQ_1 и т. д. Тогда присвоенный потребительский излишек равен площади фигуры P_3P_1AKBL .

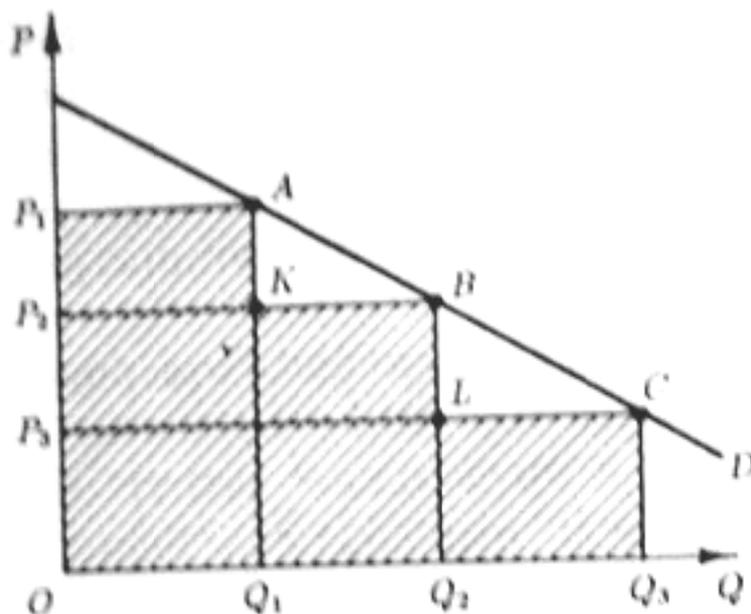


Рис. 5.6. Ценовая дискриминация второй степени

На практике этот вид ценовой дискриминации осуществляется в форме скидок и надбавок на цены товаров и услуг.

В отличие от второго вида, ценовая **дискриминация третьей степени** предполагает разделение самих покупателей на отдельные группы или рынки, где устанавливается своя цена реализации.

Данные модели по степени агрегированности являются микроэкономическими, по типу информации, используемой в моделях, – аналитическими, по учету фактора неопределённости – детерминированными.

5.2. Дифференциация продукта и монополистическая конкуренция

Монополистическая конкуренция – это рыночная структура, при которой относительно большое число небольших производителей предлагает похожую, но не идентичную продукцию.

Монополистическая конкуренция является промежуточной рыночной структурой между двумя крайними случаями – совершенной конкуренцией и чистой монополией.

Основными признаками монополистической конкуренции являются:

1) относительно небольшая доля всего рынка, приходящаяся на одну фирму, а следовательно, ограниченный контроль над ценой;

2) сравнительно большое число фирм гарантирует, что тайный сговор с целью ограничения объема выпуска и искусственного повышения (понижения) цены практически невозможен;

3) фирмы самостоятельны в выборе производственных решений и не учитывают возможную реакцию со стороны конкурентов;

4) дифференциация продукта в различных фирмах по качеству, долговечности, дизайну, мощности и т. п.;

5) экономическое соперничество сосредоточивается не только на цене, но и на неценовых факторах;

6) относительно легкое вступление в отрасль, так как необходимый для этого капитал невелик. Возможные финансовые барьеры связаны с необходимостью производства продукта, который отличается от продукта конкурента.

Кривая спроса на продукцию фирмы имеет отрицательный наклон, что объясняется тем, что товар данной фирмы отличается от товаров фирм-конкурентов особыми качественными характеристиками, которые нравятся определенной категории покупателей, тогда фирма может поднять цену своего товара без падения

продаж до нуля, потому что достаточное число потребителей готово заплатить более высокую цену.

Таким образом, монополистическая конкуренция похожа на ситуацию монополии тем, что фирмы обладают способностью контролировать цену своих товаров. Одновременно она похожа и на совершенную конкуренцию, поскольку каждый товар продаётся многими фирмами и на рынке существуют достаточно свободный вход и выход.

Модель Э. Чемберлина

Традиционную экономическую модель монополистической конкуренции разработали Эдвард Чемберлин и Джоан Робинсон. Необходимо обозначить два важных положения модели:

1) поскольку изделия имеют достаточно высокую взаимозаменяемость, каждая фирма может испытывать снижение спроса на свою продукцию;

2) каждая фирма будет себя вести таким образом, будто ее решения относительно цены и объема выпуска не влияют на поведение других фирм этой отрасли. И поскольку изделия взаимозаменяемы, каждая фирма считает свой график спроса высокоэластичным.

Основной особенностью модели Чемберлина является абсолютная симметрия положения всех фирм данной отрасли. Оценивая спрос на свои изделия, фирма полагает, что конкуренты никак не реагируют на ее решения относительно цен и объема производства и перемена ее поведения не должна повлечь за собой изменения поведения других фирм. Однако симметрия между фирмами предполагает, что если для какой-то фирмы имело смысл изменить цену на товар, то это имеет смысл для всех других фирм. В результате для фирмы будут характерны две различные кривые спроса: первая определяет случай, когда только одна эта фирма изменит цены, вторая – когда все фирмы одновременно изменят цены.

Краткосрочное равновесие по Чемберлину

Предположим, что фирма работает в условиях монополистической конкуренции и характеризуется кривыми спроса (d), предельного дохода, средних валовых издержек и краткосрочных предельных издержек. Приводя аргументы, которые использо-

вались нами при анализе монополии, мы можем легко доказать, что объём производства, максимизирующий прибыль в краткосрочном периоде, равен Q^* – уровню, соответствующему точке пересечения кривой предельного дохода и кривой краткосрочных предельных издержек. Максимизирующая прибыль цена равна P^* – значению, соответствующему Q^* на кривой спроса d . Экономическая прибыль представлена площадью заштрихованного прямоугольника (рис. 5.7). Условия максимизации прибыли монополистически конкурентным предприятием будут:

- 1) условие первого порядка: $MR(q)=MC(q)$;
- 2) условие второго порядка: $MC(q)$ убывает медленнее, чем $MR(q)$.

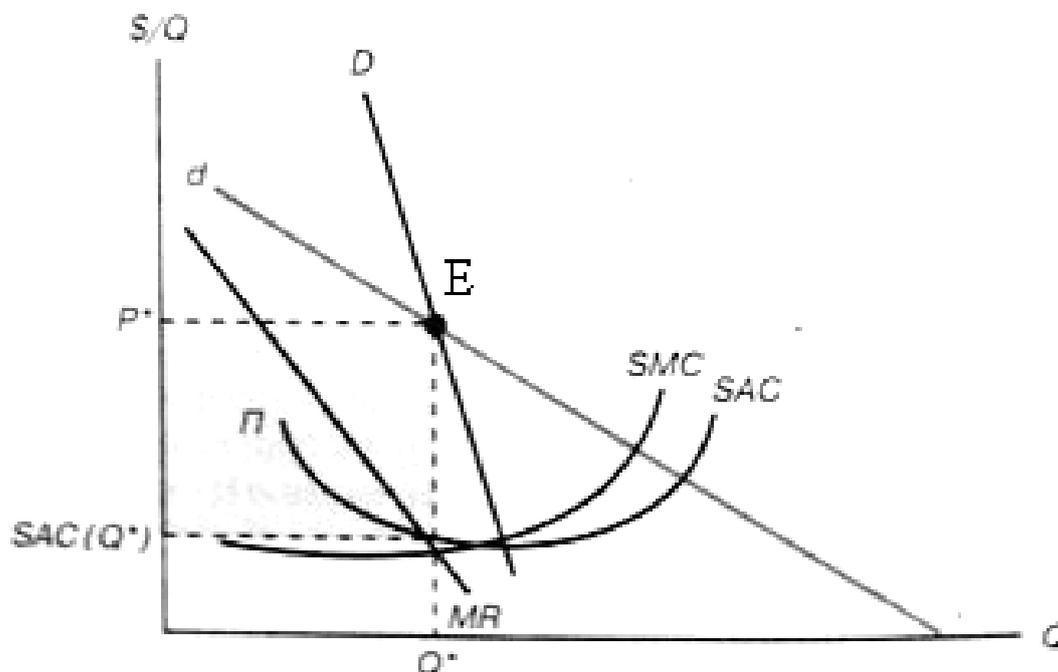


Рис. 5.7. Краткосрочное равновесие фирмы – монополистического конкурента

Долгосрочное равновесие по Чемберлину

В долгосрочном периоде специфика монополистической конкуренции как особого типа рынка проявляется более отчетливо. Так как вход на рынок относительно свободен, на него неизбежно проникнут привлеченные положительной экономической прибылью другие компании и начнут производить подобный продукт. Это приведет к снижению цены до уровня средних издер-

жек, следовательно, фирмы станут получать нормальную экономическую прибыль (рис. 5.8).

Так как фирма при монополистической конкуренции обладает монопольной властью, то цена на продукцию будет выше, чем цена при совершенной конкуренции ($P_E > \min LRAC$), а объем выпуска будет меньше, чем при совершенной конкуренции ($Q_E < Q_{с.к.}$). Это объясняется «теоремой избыточной мощности», которая утверждает, что обществу приходится расплачиваться за разнообразие продуктов.

Модель Чемберлина по степени агрегированности является микроэкономической, по типу информации, используемой в модели, – аналитической, по учету фактора неопределённости – детерминированной.

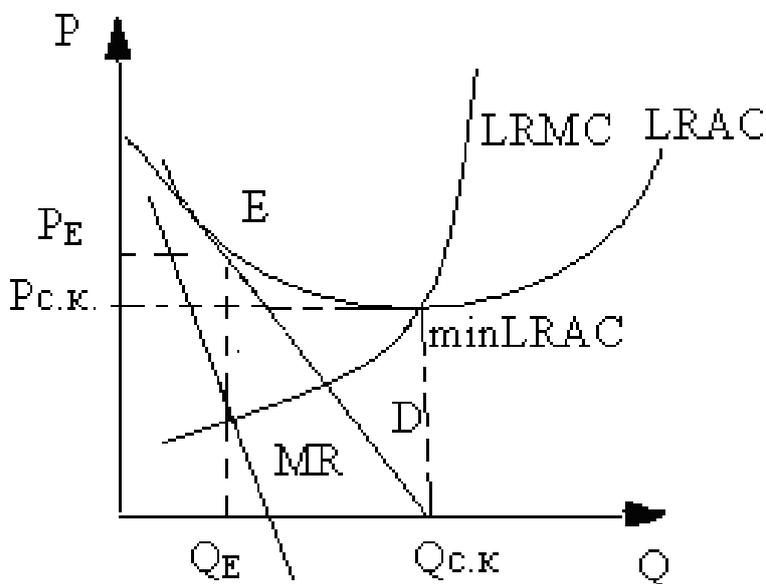


Рис. 5.8. Равновесие фирмы в долгосрочном периоде в условиях монополистической конкуренции

Модель Чемберлина представляет собой усложненный вариант модели совершенной конкуренции, который значительно не изменяет наиболее важные прогнозы, полученные на основе этой теории. Но в то же время модель Чемберлина более реалистична, чем модель совершенной конкуренции, и в связи с этим находит применение в экономике главным образом в долгосрочном периоде.

Монополистическая конкуренция в пространстве

Известны два варианта модели экономической конкуренции в пространстве, или, проще, пространственной дифференциации рынка, – дифференциация «по линии» (модель линейного города) и дифференциация «по окружности» (модель города на окружности). Но для начала рассмотрим модель **В. С. Войтинского**.

Модель В. С. Войтинского

В представлении Войтинского рынок монополистической конкуренции имеет «клеточное строение»: вокруг каждой «лавки» (магазина) есть свой круг покупателей, которые вместе образуют «клеточку рынка». Границы клеточек рынка непостоянны. Как только покупатель узнает о более выгодных условиях в другом магазине, он сразу же перемещается в другую клетку. Среди таких условий Войтинский выделял различия в ценах, различия в полезности товаров, комфорт покупки в магазине и др. «Весть о понижении цены в известном магазине не разносится по рынку с мгновенной быстротой, а распространяется медленно и постепенно затухает».

Модель «линейного города» (модель Г. Хотеллинга)

Модель пространственной дифференциации рынка на «линии» была предложена Г. Хотеллингом в 1929 году. Цель Хотеллинга была в том, чтобы предложить модель несовершенного конкурентного рынка, не страдающего нестабильностью, порождаемой постоянным снижением цены. Пробразом его модели стал американский городок, в котором едва ли не все магазины (А, В) расположены вдоль его главной улицы, а население размещено по обе стороны. Пусть длина улицы равна l , p_1 и p_2 – цены магазинов А и В, q_1 и q_2 – соответствующее количество проданного товара.



Рис. 5.9. Модель «линейного города»

Магазин В может устанавливать цену $p_2 > p_1$, но для того, чтобы q_2 превышало 0, его цена не может превышать цену магазина А больше, чем на сумму транспортных расходов по доставке товара из А в В. Границей зон обслуживания рынка

каждым из двух магазинов будет точка безразличия Е покупателей между ними с учетом транспортных расходов, определяемая равенством:

$$p_1 + tx = p_2 + ty.$$

Другая связь заданных величин определяется тождеством:

$$a + x + y + b = 1.$$

Подставляя значения y и x поочередно из 2 в 1 получим:

$$x = \frac{1}{2} (1 - a - b + (p_2 - p_1)/t)$$

$$y = \frac{1}{2} (1 - a - b + (p_1 - p_2)/t).$$

Тогда прибыли магазинов А и В будут равны соответственно:

$$\pi(A) = p_1 q_1 = \frac{1}{2} (1 + a - b) p_1 - p_1^2 / 2t + p_1 p_2 / 2t$$

$$\pi(B) = p_2 q_2 = \frac{1}{2} (1 - a + b) p_2 - p_2^2 / 2t + p_1 p_2 / 2t$$

Дифференцируя функции прибыли по p_1 и p_2 , получим:

$$p_1^* = t (1 + (a-b)/3)$$

$$p_2^* = t (1 + (b-a)/3)$$

$$q_1^* = \frac{1}{2} (1 + (a-b)/3)$$

$$q_2^* = \frac{1}{2} (1 + (b-a)/3).$$

Цены p_1^* и p_2^* являются координатами точки равновесия Е.

Модель линейного города Хотеллинга является **теоретико-игровой моделью**, в которой на первой стадии игры каждый игрок выбирает своё местоположение «на линии», а на второй – цену. Особую роль в данной модели играют транспортные расходы. Главным следствием модели является принцип минимальной дифференциации: «Покупатели повсюду сталкиваются с избытком однообразия».

Модель города на окружности (модель С. Солопа)

Прообразом модели является город, вытянувшийся вдоль берега острова, либо мегаполис, в котором все супермаркеты вынесены на периферию и расположены вдоль кольцевой магистрали. Рассмотрим город, вытянувшийся на окружности единичной протяженности ($2\pi R=1$), вдоль которого равноудаленно друг от друга размещаются N торговых точек. Также вдоль окружности

равномерно, с единичной плотностью размещено население города (L домохозяйств); все его перемещения происходят также по окружности и обходятся каждому в t денежных единиц за единицу расстояния. Графически модель такого города представлена на рис. 5.10, где местоположение торговых точек показано квадратами.

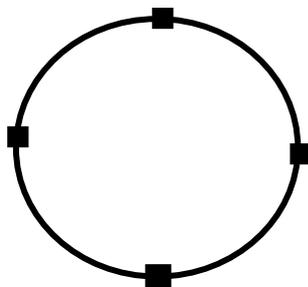


Рис. 5.10. Модель города на окружности

Расстояние между двумя равноудаленными магазинами составит $1/N$, а расстояние до ближайшего магазина и обратно составит $1/2N$. Каждый покупатель совершает в магазине одну закупку в день, а каждый торговец имеет функцию затрат $C=F+cQ$, где $C=TC$, $F=TFC$, $c=MC$, так что его средние затраты можно представить как $AC = F/Q + c$.

Оптимальное число магазинов, N^* , должно удовлетворять условию

$$\frac{tL}{2(N^*)^2} = F,$$

откуда

$$N^* = \sqrt{\frac{tL}{2F}}.$$

Обратной функцией спроса на услуги магазина Q будет

$$P_0 = \left(P_{+1} + \frac{2t}{N} \right) - \frac{2t}{LQ}.$$

Прибылемаксимизирующие цена и соответственно объём продаж равны:

$$P_0^* = \left(P_{+1} + \frac{2t}{N} + c \right) : 2$$

$$Q_0^* = \frac{L}{2N} + \frac{L}{4N}(P_{+1} - c).$$

Наконец, экономическая прибыль каждого магазина составит в этом случае

$$\pi = P^* Q^* - F - cQ^* = \left(\frac{2t}{N} + c \right) \frac{L}{N} - F - c \frac{L}{N} = \frac{2tL}{N^2} - F.$$

Пространственные модели монополистической конкуренции исходят из наличия у потребителей конкретных представлений о характеристиках товаров, которые они предпочитают. В этом их преимущество перед моделью Чемберлина. В связи с этим пространственные модели находят большее применение в экономике на уровне отдельных субъектов (городов, областей и т. п.).

5.3. Олигополия и стратегическое поведение

Особенность олигополии, как специального типа строения рынка, заключается во всеобщей взаимозависимости поведения предприятий-продавцов. Предприятие-олигополист не может не считаться с тем, что соотношение между выбранным им уровнем цены и количеством продукции, которое оно сможет по этой цене продать, зависит от поведения его соперников, которое, в свою очередь, зависит от принятого им решения. Поэтому олигополист не может рассматривать кривую спроса на свою продукцию как заданную. А это значит, что олигополист, стремящийся к максимизации прибыли, не может воспользоваться уравниванием предельных затрат и предельной выручки. Ведь величина предельной выручки зависит от характера функции спроса, которая для олигополиста *ex ante* неизвестна.

Допущения модели олигополии

1. Если в модели совершенной конкуренции однородность продукции, выпускаемой (продаваемой) разными экономическими агентами, является одним из важнейших допущений, а неоднородность, или дифференциация, продукции является определяющим допущением в модели монополистической конкуренции, то в случае олигополии продукция может быть как однородной, так и неоднородной. В первом случае говорят о класси-

ческой, или однородной, олигополии, во втором – неоднородной, или дифференцированной, олигополии.

В теории удобнее рассматривать однородную олигополию, но если в действительности отрасль выпускает дифференцированную продукцию (множество субститутов), мы можем в аналитических целях рассматривать это множество субститутов как однородный агрегированный продукт.

2. Немногочисленность (англ. «fewness») продавцов, которым противостоит множество мелких покупателей. Это значит, что покупатели на олигопольном рынке являются ценополучателями, каждый из них убежден, что его поведение не влияет на рыночные цены. С другой стороны, сами олигополисты являются «ценоискателями», каждый из них понимает, что его поведение оказывает ощутимое влияние на цены, которые могут получить за свою продукцию соперники.

3. Возможности входа в отрасль (на рынок) варьируют в широких пределах, от полностью заблокированного входа (как в модели монополии) до совершенно свободного (как в модели совершенной конкуренции). Возможность регулировать вход, равно как и необходимость учитывать при принятии решений возможную реакцию соперников, формирует стратегическое поведение олигополистов.

Существует много моделей олигополии, ни одну из которых нельзя считать универсальной. Тем не менее данные модели объясняют общую логику поведения фирм на олигополистическом рынке.

5.3.1. Модель дуополии Курно

Модель Курно базируется на следующих предпосылках:

- 1) две фирмы производят однородный товар;
- 2) фирмам известна кривая рыночного спроса;
- 3) фирмы принимают решения о производстве независимо друг от друга и одновременно;
- 4) каждая из фирм предполагает выпуск конкурента постоянным.

При заданном отраслевом спросе ($P = a - bQ$) предложение осуществляется двумя фирмами (I и II), так что $Q = q_1 + q_2$, где Q –

общий выпуск двух фирм. Следовательно, $P = a - b(q_1 + q_2)$. Известны функции затрат фирм: $TC_i = k_i + c_i q_i$, где $i = I, II$. Данная информация доступна обеим фирмам. Цель конкурентов – максимизация прибыли. В качестве средства для ее достижения фирмы регулируют объем своего выпуска, полагая при этом, что объем выпуска конкурента задан.

Прибыли олигополистов можно выразить как

$$\pi_1 = TR_1 - c_1 q_1 = P q_1 - k_1 - c_1 q_1$$

$$\pi_2 = TR_2 - c_2 q_2 = P q_2 - k_2 - c_2 q_2.$$

Мы предполагаем, что издержки первой c_1 и второй c_2 фирмы не равны (не трудно заметить, что если кривая TC – прямая линия $TC_i = k_i + c_i q_i$, то c_1 и c_2 – это коэффициенты наклона кривой TC , которые, в свою очередь, равны предельным издержкам).

Подставив значение P , получим:

$$\pi_1 = a q_1 - b q_1^2 - b q_1 q_2 - k_1 - c_1 q_1$$

$$\pi_2 = a q_2 - b q_2^2 - b q_1 q_2 - k_2 - c_2 q_2.$$

Условием максимизации прибыли будет равенство нулю первых производных:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - 2b q_1 - b q_2 - c_1 = 0$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = a - 2b q_2 - b q_1 - c_2 = 0.$$

Преобразуем эти два уравнения:

$$2b q_1 + b q_2 + c_1 = a$$

$$2b q_2 + b q_1 + c_2 = a.$$

Далее преобразовывая, получим:

$$q_1 = \frac{a - c_1}{2b} - \frac{1}{2} q_2$$

$$q_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{1}{2} q_1.$$

Полученные уравнения есть *уравнения реакции дуополистов*.

Точка пересечения этих линий определяет рыночное равновесие для дуополистов.

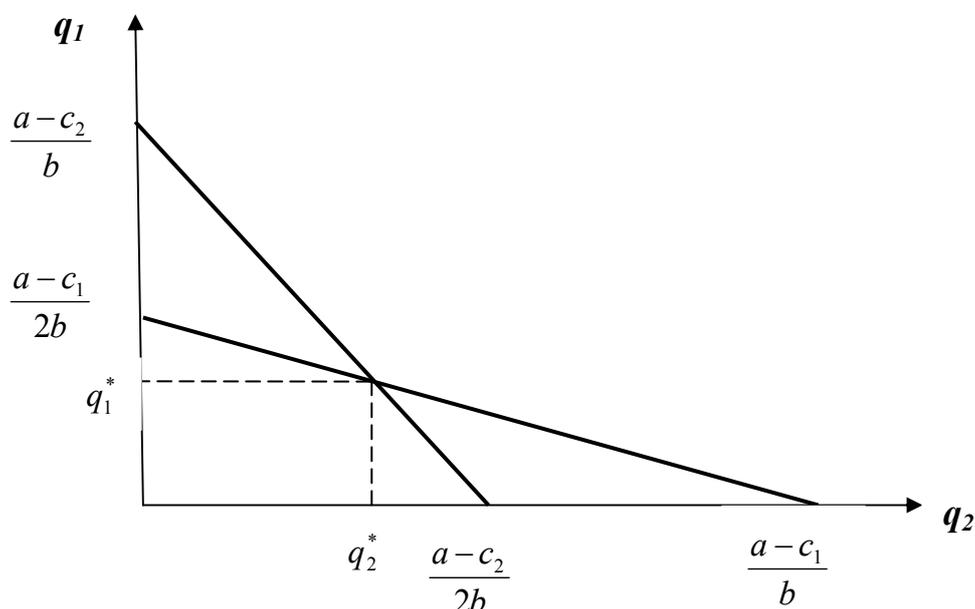


Рис. 5.11. Равновесие Курно

Решив систему из двух уравнений реакции дуополистов, получим равновесные значения выпуска для первой q_1^* и второй q_2^* фирмы:

$$q_1^* = \frac{a - 2c_1 + c_2}{3b}$$

$$q_2^* = \frac{a - 2c_2 + c_1}{3b}.$$

Подставив равновесные значения q_1^* и q_2^* в функцию отраслевого спроса $P = a - b(q_1 + q_2)$, найдем цену равновесия.

В случае равенства издержек первой и второй фирмы, т. е. если $c = c_1 = c_2$, то не трудно заметить, что рынок разделится пополам между двумя конкурентами. И тогда:

$$q_1^* = \frac{a - c}{3b} \quad q_2^* = \frac{a - c}{3b}.$$

5.3.2. Модель Чемберлина

Модель количественной дуополии, предложенная американским экономистом Э. Чемберлином, предусматривает ответную реакцию конкурента на действия соперника. Каждый производитель исходит из предположения о том, что после принятия им решения об объеме выпуска выпуск конкурента будет изменяться. В интересах каждого из конкурентов действовать так, чтобы их совместная прибыль стала максимальной, что возможно при установлении монопольной цены. Условно пошаговое (а фактически одновременное) принятие решений приводит к достижению наиболее выгодного результата для обоих соперников без вступления их в открытый сговор.

Предположим, что при выполнении условий, описанных в модели Курно, одна из фирм первой вступает на рынок. При отсутствии конкурента она назначает монопольный объем выпуска

$$q_m = \frac{a - c}{2b},$$

планируя, что при монопольной цене

$$p_m = \frac{a + c}{2}$$

она получит оптимальную прибыль

$$\Pi_m = \frac{(a - c)^2}{4b}.$$

Графическая иллюстрация этого этапа представляет собой выбор точки A на прямой спроса DD' .

Конкурирующая фирма полагает, что выпуск первой фирмы не изменится, и рассчитывает на остаточный спрос. Геометрически это действие можно рассматривать как перенос системы координат со смещением начала координат в точку $(q_m; 0)$

$$\begin{cases} a_2 = \frac{a + c}{2} \\ b_2 = b \end{cases}.$$

Уравнение остаточного спроса AD' имеет вид:

$$P_2 = a_2 - b_2 q_2 \quad \text{или} \quad P_2 = \frac{a + c}{2} - b q_2.$$

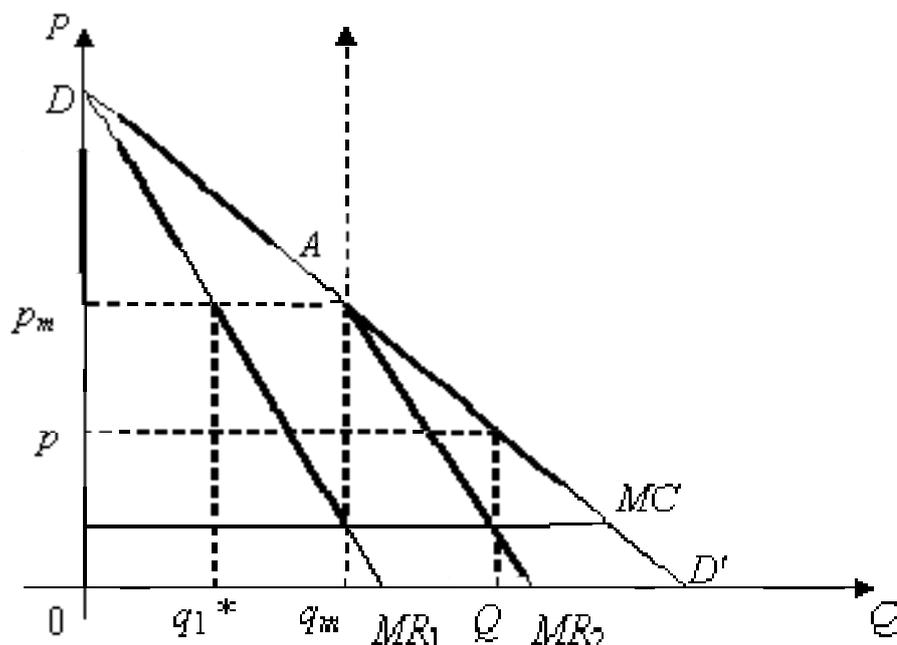


Рис. 5.12. Модель количественной дуополии Чемберлина

В пределах остаточного спроса вторая фирма ведет себя как монополист и назначает объем выпуска

$$q_2 = \frac{a_2 - c}{2b_2} = \frac{a - c}{4b},$$

равный половине монопольного выпуска первой фирмы. В результате суммарный отраслевой выпуск увеличится, а следовательно, снизится цена:

$$Q = q_m + q_2 = \frac{3(a - c)}{4b},$$

$$p = a - bQ = \frac{a + 3c}{4}.$$

При этой сниженной цене первая фирма получит прибыль

$$\Pi_1 = q_m \frac{a + 3c}{4} - c q_m = \frac{(a - c)^2}{8b},$$

а вторая:

$$\Pi_2 = q_2 \frac{a + 3c}{4} - cq_2 = \frac{(a - c)^2}{16b}.$$

Получив прибыль меньше ожидаемой, первая фирма решит сократить выпуск на величину выпуска конкурента, т. е. вдвое, чтобы суммарный выпуск и, соответственно, цена, вернулись к монопольным.

Вторая фирма, понимая, что лучше продавать тот же объем по более высокой монопольной цене, согласится сохранить уровень выпуска неизменным.

Таким образом, дуополисты, не вступая в открытый сговор, разделили рынок поровну, равновесный выпуск равен:

$$q_1^* = q_2^* = \frac{a - c}{4b},$$

при монопольной цене прибыль конкурентов одинакова:

$$\Pi^* = \frac{(a - c)^2}{8b}.$$

Модели дуополии Курно и Чемберлина различаются предположениями продавцов о поведении друг друга. В модели Курно дуополисты при определении своих прибылемаксимизирующих выпусков рассматривают выпуски друг друга как некие заданные параметры, константы. В модели Чемберлина каждый дуополист исходит из предположения о том, что выпуск соперника будет меняться некоторым согласующимся с его собственными интересами образом. Такое предположение в принципе представляется более реалистичным. Ведь при однородности выпускаемой продукции оба дуополиста оказываются, если можно так сказать, «в одной лодке» и действия каждого из них объективно должны быть направлены на то, чтобы удержать «лодку» на плаву и не сбиться с курса. И, как любая пара гребцов, они стремятся действовать в унисон. Однако это предположение отнюдь не бесспорно. Максимизация общей (совокупной) прибыли олигополии (дуополии) весьма проблематична даже при наличии сговора. Тем более она маловероятна в его отсутствие, когда предприятия действуют на свой страх и риск. Ведь для максимизации общей прибыли продав-

цы должны иметь представление о кривой рыночного спроса и кривых затрат (которые в действительности не являются нулевыми) друг друга. Иметь одинаковые представления о них при отсутствии сговора вряд ли возможно. Кроме того, как и модель Курно, модель Чемберлина закрыта в том смысле, что она не учитывает возможности входа в отрасль других продавцов. А ведь монопольная цена в дуополии Чемберлина является отличной приманкой для вторжения на ее рынок предприятий-новичков (англ. entrants), а тогда равновесие в модели Чемберлина окажется нестабильным. Если вход в отрасль свободен, необходимы дополнительные предпосылки относительно поведения (и взаимоотношений) изначально укоренившихся в отрасли дуополистов и новичков.

5.3.3. Модель Штакельберга

Модель асимметричной дуополии, предложенная Г. фон Штакельбергом в 1934 г., представляет развитие моделей количественной дуополии Курно и Чемберлина.

В модели Штакельберга олигополисты выбирают две линии поведения: лидера и последователя. Последователь будет реагировать на действия лидера, приспособливая свой выпуск к выпуску лидера. В свою очередь последователь предполагает, что на его действия не реагируют. Лидер придерживается противоположной точки зрения, его выбор ведет к изменению ожиданий последователя, и это он учитывает при принятии своих решений.

Алгоритм решение задачи похож на вариант модели Курно, но необходимо учитывать разделение функций лидера и последователя (как будет понятно ниже, для решения задач по модели Штакельберга необходимо вначале посчитать модель Курно).

Рассмотрим модель, в которой 1 производитель – Лидер, а 2 – Последователь.

Следовательно, $\frac{dq_1}{dq_2} = 0$, где $q_1 = f(q_2)$ и является по сути первым уравнением реакции в модели Курно, а $\frac{dq_2}{dq_1} \neq 0$, где $q_2 = f(q_1)$ и является вторым уравнением реакции в модели Курно. Предположим, что отраслевой спрос представлен формулой

$$P = a - bQ,$$

где Q – общий выпуск двух фирм $Q = q_1 + q_2$.

Подставив, получим: $P = a - b(q_1 + q_2)$. Функции затрат – прямые пропорциональности от выпуска каждой из фирм: $TC_1 = c_1q_1$, а $TC_2 = c_2q_2$, для удобства предположим, что $c_1 = c_2 = c$.

Прибыль Лидера будет равна $\pi_1 = q_1(a - bq_1 - bq_2) - cq_1$.

Прибыль Последователя будет равна: $\pi_2 = q_2(a - bq_1 - bq_2) - cq_2$.

Отсюда можно вывести уравнение реакции для Лидера и фирмы Последователя.

Так как уравнения реакции в модели Курно:

$$q_1 = \frac{a - c_1}{2b} - \frac{1}{2}q_2$$

$$q_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{1}{2}q_1,$$

то в соответствии с условиями модели $\frac{dq_1}{dq_2} = 0$, а

$$\frac{dq_2}{dq_1} = \left(\frac{a - c_2}{2b} - \frac{1}{2}q_1 \right)' = -\frac{1}{2}.$$

Следовательно условия максимизации прибыли примут вид:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - 2bq_1 - bq_2 + \frac{1}{2}bq_1 - c = 0$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = a - bq_1 - 2bq_2 - c = 0.$$

Уравнения реакции Лидера и Последователя будут иметь следующий вид:

$$q_1 = \frac{2}{3} \frac{a - c}{b} - \frac{2}{3}q_2 \quad \text{Лидер,}$$

$$q_2 = \frac{a - c}{2b} - \frac{1}{2}q_1 \quad \text{Последователь.}$$

Решив систему из уравнений реакции Лидера и Последователя, получим равновесные выпуски для них.

$$q_1^* = \frac{a - c}{2b} \quad \text{Лидер,}$$

$$q_2^* = \frac{a-c}{4b} \quad \text{Последователь.}$$

Мы видим, выпуск лидера в два раза превышает выпуск последователя. Теперь можно определить, как это отразится на прибыли дуополистов.

$$\pi_1 = \frac{(a-c)^2}{8b}$$

$$\pi_2 = \frac{(a-c)^2}{16b}.$$

Поэтому мы можем прийти к выводу, что фирме выгодно выбирать стратегию лидера.

Ниже приведены основные параметры равновесия Штакельберга:

Выпуск			Прибыль		Рыночная цена
лидера	последователя	отрасли	лидера	последователя	
$(a-c)/2b$	$(a-c)/4b$	$3(a-c)/4b$	$(a-c)^2/8b$	$(a-c)^2/16b$	$(a+c)/4$

Ценовая олигополия. Традиционно экономисты принимают не цену, а количество (величину выпуска) в качестве управляемой (или стратегической) переменной предприятия. Действительно, при совершенной конкуренции, когда предприятия являются ценополучателями, величина выпуска, как мы видим, есть единственная переменная, управляемая самим предприятием. Напротив, при несовершенной конкуренции предприятие, как мы помним, может выбрать в качестве стратегической переменной либо выпуск, либо цену (но не то и другое одновременно). Модели Курно и Чемберлина базируются на традиционном подходе, полагающем выпуски дуополистов управляемыми переменными. Модель Курно (как более раннюю) неоднократно критиковали в этой связи, подчеркивая, что именно цена, а не выпуск является стратегической переменной. Едва ли не первым с такой критикой и предложением принять в качестве стратегической переменной цену выступил в 1883г. французский математик Ж. Бертран.

5.3.4. Модель Бертрана

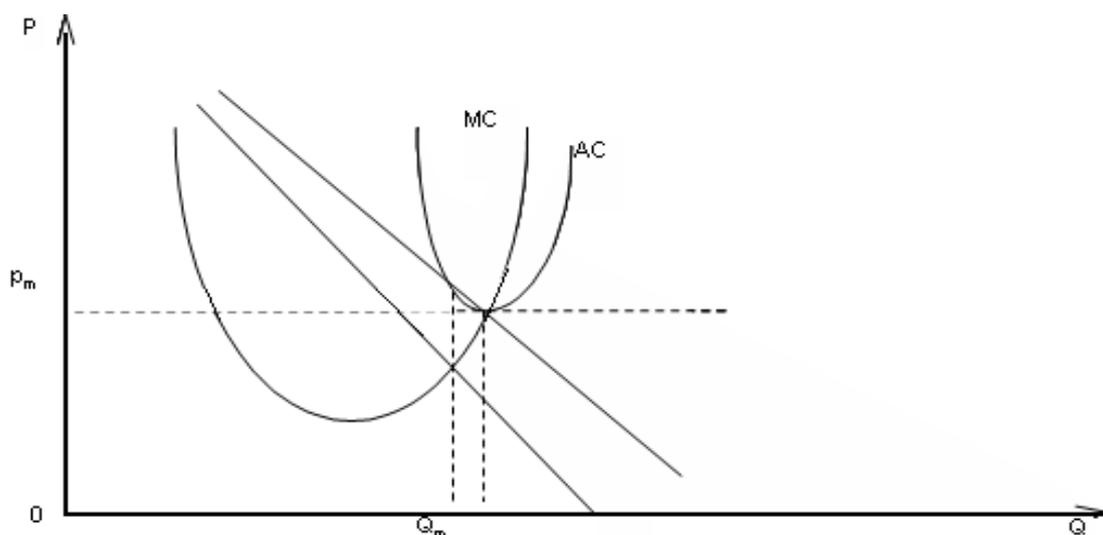


Рис. 5.13. Модель Бертрана:

Q_k – конкурентный объем выпуска, p_k – конкурентная цена

Предположим, что мы рассматриваем теперь не фирму, а всю отрасль, поэтому Q_k – суммарный выпуск всей отрасли в условиях конкуренции. AC и MC – усредненные отраслевые издержки. Все фирмы, существующие в данной отрасли, объединились в картель. В этом случае объединенный монополист получает власть над рынком, и, следовательно, он выбирает другую комбинацию «цена–рынок», отличную от конкурентной. Он должен уменьшить предложение, чтобы увеличить цену.

Предположим, что в отрасли образовались 2 картеля. Цена продукции – p_m , выпуск продукции каждого картеля $Q_M/2$.

Один из олигополистов рассуждает: если ему удастся снизить цену, то он сумеет увеличить объем продаж. Так как раньше объем производства был выше, то, следовательно, есть некоторый запас производственных мощностей.

При этом первый олигополист надеется, что за счет снижения цен он сумеет захватить большую долю рынка, т. е. он сумеет получить большую часть квазиренды за счет второго. Если второй не изменит цену, он потеряет существенную часть рынка. При этом средняя цена снизится, а отраслевой рынок несколько увеличится.

Предположим, что второй олигополист рассуждает таким же образом.

В результате открытой войны цен воспроизводится конкурентное поведение. В пределе фирмы вернутся к конкурентному равновесию, и квазицентра в отрасли исчезнет.

Обратная модель Бертрана следует из простого анализа модели Бертрана. Действие олигополиста по одностороннему увеличению экономической прибыли с учетом противодействия конкурентов убыточны для отрасли в целом. Стремление к односторонним преимуществам иначе называется стремлением к некооперативному равновесию.

Вместо некооперативного равновесия надо научиться рассматривать совместное, кооперативное равновесие. Наибольший выигрыш для производителей тогда, когда они действуют как единый монополист. Поэтому наиболее рациональная стратегия заключается в следующем:

- Определить отраслевой спрос.
- Определить возможное монополистическое равновесие, т. е. комбинацию «цена–выпуск», которая максимизирует квазицентру.
- Всем монополистам строго придерживаться этой цены и определить между собой квоты на объем производства, причем сумма всех квот должна быть равна монополистическому выпуску.
- Определить механизм распределения квот и их региональную привязку, а также санкции против нарушителей.

Таким образом каждый из олигополистов, действуя фактически в сговоре с другими, гарантирует себе определенную часть квазицентры.

Эта модель также имеет название «модель картелирования», или «модель тайного сговора».

Тайный сговор действует, когда поддерживается единая цена, выше конкурентной, и сознательно поддерживаются квоты производства, которые в сумме меньше, чем производство при конкуренции.

Эта ситуация наказуема. Вовсе не обязательен тайный сговор.

Пример: нефтяной картель ОПЕК (70-е гг. XX в.): объединились, разделили рынки, ограничили производство (нефтедобычу), установили монопольную цену.

5.3.5. Модель Эджуорта

Согласившись с критикой модели Курно Бертраном, Ф. Эджуорт предложил модель ценовой дуополии с ограничением на величину производственной мощности дуополистов. На рис. 5.14 это ограничение представлено абсциссой вертикально восходящего сегмента кривой MC (затраты на производство дополнительной – сверх ограниченного масштаба мощности – единицы продукции бесконечно велики) q^k . Как видно из рис. 5.14, мощности каждого дуополиста ограничены половиной рыночного спроса при цене, равной предельным затратам, $q^k = Q(P = MC)/2$. Поэтому, если каждый из них установит начальную цену равной предельным затратам ($P_1 = P_2 = MC$), их совместный выпуск как раз и покрывает совокупный рыночный спрос, $Q(P = MC)$.

Если теперь дуополист 1 несколько повысит свою цену, тогда как дуополист 2 сохранит цену $P_2 = MC$, все покупатели захотят перейти к нему вследствие более низкой цены.

Однако – и в этом отличие модели Эджуорта от модели Бертрана – он не сможет покрыть более половины рыночного спроса, поскольку именно такова его производственная мощность. Разочарованные неспособностью дуополиста 2 удовлетворить их спрос по относительно более низким ценам, покупатели вынуждены будут обратиться к дуополисту 1. Столкнувшись с остаточным спросом ($Q(P = MC) - q^k$), последний сможет максимизировать свою прибыль, действуя как монополист в отношении этого остаточного спроса. Его предельные затраты уравниваются с предельной выручкой в точке A , что предполагает установление им прибылемаксимизирующей цены P_1 , при которой выпуск составит $q_1 = Q(P = MC)/4$. В ответ на это дуополист 2 повысит свою цену до уровня чуть ниже P_1 , цены дуополиста 1, с тем чтобы привлечь к себе его покупателей. Однако из-за ограниченности своей производственной мощности дуополист 2 сможет покрыть спрос лишь в объеме $Q_1 - q_1 = 2/3Q_1 = Q_1(P = MC)/2$. Продавая по чуть более низкой, чем у дуополиста 1, цене вдвое больше продукции, дуополист 2 получит, вероятно, и вдвое большую прибыль. Тогда дуополист 1 в свою очередь снизит цену до уровня чуть ниже, чем цена дуополиста 2. Словом, они попытаются опередить друг друга в снижении цен. Попытки заработать

на снижении цены будут продолжаться, пока она не достигнет уровня:

$$P = MC + (P_1 - MC)(q_1/q^k).$$

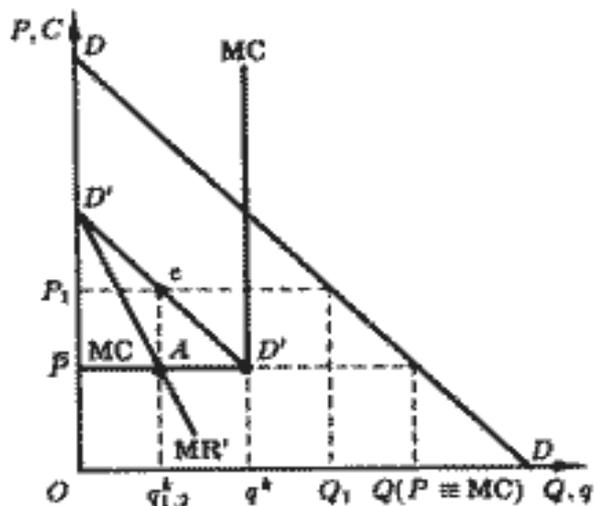


Рис. 5.14. Дуополия Эджуорта

Дуополисты будут рассуждать примерно так. Если я снижу свою цену до P , что чуть ниже цены соперника, я смогу продать максимально возможный для меня объем выпуска, q^k . С другой стороны, если я увеличу свою цену до P_1 , я смогу продать лишь q_1 единиц продукции. При какой цене P моя прибыль окажется точно такой же, как и при цене P_1 ? Ответ на этот вопрос можно получить, решив относительно P уравнение:

$$(P_1 - MC)q_1 = (P - MC)q.$$

Но как только цена действительно упадет до P , выгодным для любого дуополиста вновь становится повышение цены до P_1 , и весь ценовой цикл повторится. Таким образом, модель Эджуорта не предвещает никакого статичного равновесия. Скорее это некая «ценовая ловушка», попав в которую дуополисты втягиваются в нескончаемую ценовую войну, когда падения цен чередуются с их всплесками.

Интуитивно можно предположить, что модель ценовой конкуренции более реалистично представляет поведение олигополистов, чем модель количественной олигополии.

Причиной тому может быть большая легкость манипулирования ценами, чем объемами выпуска. Для того чтобы варьировать

объемы выпуска, могут понадобиться и дополнительные инвестиции в производственные мощности, и время. Варьировать цены проще и «дешевле», хотя и здесь существуют известные ограничения (уже заключенные договоры на поставку продукции и покупку сырья и материалов, расходы на переиздание каталогов и прейскурантов и т. п.). Так что на деле модели количественной и ценовой олигополии не противостоят, а скорее дополняют друг друга, образуя достаточно богатый (и не ограниченный, как мы увидим ниже, лишь ими) инструментарий для анализа олигопольных рынков.

Более того, если соперники выпускают не строго однородный (совершенно взаимозаменяемый), а хотя бы слабо дифференцированный продукт, поставщик которого может быть легко идентифицирован покупателем (по фирменному знаку, товарной марке), то небольшое снижение цены одним олигополистом, скорее всего, не приведет к массовому перетоку к нему покупателей, ранее потреблявших продукты соперников.

Некоторые из них, безусловно, сохранят верность ставшему относительно более дорогим продукту другого олигополиста (англ. «brand loyalty») – привычной марке сигарет, кофе, чая и т. п. В таком случае и дуополист Бертрана сможет (как и дуополист Курно) сохранить свою цену на уровне, превышающем его предельные затраты. Так что в случае не однородной, а дифференцированной олигополии цены не столь резко различаются, как в случае однородной.

Наконец, взаимодействие реальных олигополистов не статично, оно может быть достаточно продолжительным. И совсем не predetermined, что это взаимодействие всегда будет проходить по одному и тому же сценарию. Д. Крепе и Дж. Шейнкман показали, используя двухпериодную теоретико-игровую модель дуополии с ограничениями на мощности, что исход Курно может быть достигнут и в том случае, если в первом периоде дуополисты определяют выпуски (накапливают мощности), а во втором назначают цены. Обсуждение этой модели выходит за пределы нашего курса. Суть же ее состоит в том, что количественный выбор в первом периоде и ценовой во втором приводят к исходу Курно, как если бы в случае однократного взаимодействия дуополисты следовали сценарию модели Курно.

Все без исключения рассмотренные нами модели поведения олигополистов базируются, как мы помним, на предположительных вариациях, или, иначе, на определенных предположениях соперников-олигополистов о поведении друг друга.

Произвольный характер этих предположений всегда был предметом критики так называемых классических моделей дуополии, или олигополии (Курно, Штакельберга, Бертрана, Эджуорта). Одним из наиболее последовательных и авторитетных критиков основанных на концепции предположительных вариаций моделей олигополии был Дж. Стиглер.

В опубликованной в 1964 г. и ставшей знаменитой статье «Теория олигополии» он прямо провозгласил: «Приемлемая теория олигополии не может начинаться с предположений о том, как представляет каждая фирма свою зависимость от других фирм». Суть поведения дуополистов, по мнению Стиглера, сводится к стремлению их к сговору с целью максимизации всей совокупной прибыли группы олигополистов, а «общая прибыль всей группы фирм в отрасли максимизируется, когда они действуют совместно, как один монополист».

5.3.6. Олигополистические модели сговора

Сговор. Предположение о стремлении или склонности олигополистов к явному или тайному сговору нельзя считать результатом развития экономической теории XX в.

Распространенному в континентальной Европе немецкому термину «картель» в англоязычных странах соответствовали термины «пул» и «трест» (англ. «pool», «trust»). Но, поскольку уже в 1890 г. в США был принят первый антитрестовский закон Шермана, поставивший тресты как одну из форм сговора вне закона, в экономико-теоретической литературе за этой формой закрепилось наименование «картель». Сговор является родовым понятием в отношении картеля, треста и еще одного типа строения рынка – лидерства.

Картель. Картелем называют группу олигополистов, договорившихся об определенных принципах установления цен и/или распределения долей рынка, исходя из его географических или каких-либо иных характеристик. Картель может состоять из ряда

предприятий какой-либо одной или нескольких стран. Первый тип картелей был особенно распространен в Германии и Европе вообще, второй тип часто образуется и санкционируется правительствами многих стран. Хорошо известным примером картелей второго типа является Организация стран – экспортеров нефти (ОПЕК). В США, где легальные картели запрещены уже более ста лет, известны нелегальные, тайные картельные соглашения.

Основная проблема картелей достаточно проста. Олигополисты как группа всегда будут заинтересованы в сговоре, олигополисты как отдельные субъекты всегда будут заинтересованы в том, чтобы нарушить достигнутую договоренность. Стимул в том и в другом случае один и тот же – прибыль.

Рассмотрим два основных типа картелей: картели, преследующие цель максимизации совокупной, или отраслевой, прибыли, и картели, ставящие своей целью распределение и фиксацию рыночных долей.

Картели, преследующие цель максимизации общей прибыли. Мы знаем, что в условиях совершенной конкуренции предприятие максимизирует свою прибыль, когда его предельные затраты равны рыночной цене ($MC = P$), а характеристичным признаком совершенно конкурентного рынка является малость и множественность продавцов. Назовем квазиконкурентным поведение продавцов, придерживающихся того же принципа уравнивания предельных затрат и цены, но действующих на таком рынке, где вместо малости и множественности продавцов имеет место их крупность и немногочисленность. Иначе говоря, представим себе олигополию, но такую, где продавцы руководствуются правилом $MC = P$, не принимая в расчет возможной реакции на свои действия со стороны соперников.

Допустим, что в отрасли действует n идентичных во всех отношениях таких квазиконкурентных предприятий, кривые SATC и MC которых представлены на рис. 5.15, а. Очевидно, что условие $MC = P$ выполняется при выпуске q_c , который и является квазиконкурентно оптимальным.

Рыночная цена P_c , на которую ориентируются квазиконкурентные предприятия, определена пересечением кривой рыночного спроса D и кривой рыночного предложения $S(MC_S)$, пред-

ставляющей горизонтальную сумму восходящих участков индивидуальных кривых MC (рис. 5.15, б).

Квазиконкурентный выпуск отрасли, как видно на рис. 5.15, б, составит $Q_c = nq_c$, а прибыль каждого квазиконкурентного предприятия составит сумму, равную площади прямоугольника $C_c P_c AB$ (рис. 5.15, а).

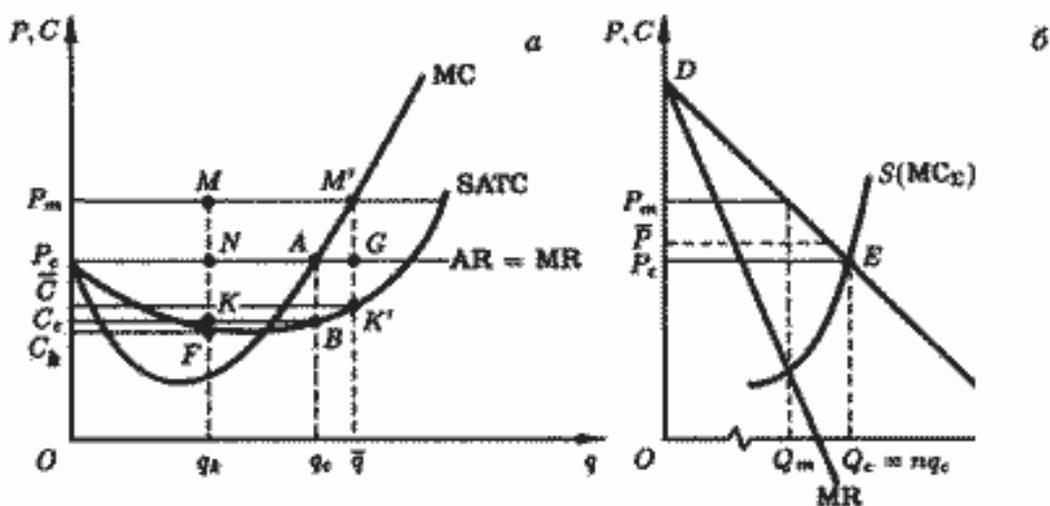


Рис. 5.15. Квазиконкурентное предприятие в картеле

Теперь представим, что все n предприятий объединились в картель, который будет вести себя на рынке подобно монополии с несколькими (n) заводами.

Оптимальным выпуском картеля будет Q_m , а оптимальной ценой – P_m (рис. 5.15, б).

Поскольку $Q_b < Q_c$, каждому вошедшему в картель предприятию будет установлена квота производства продукции $q_k < q_c$ (рис. 5.15, а). При выпуске, равном установленной квоте, прибыль прежде квазиконкурентного предприятия будет соответствовать площади $C_k P_m M F$ (рис. 5.15, а). Таким образом, его прибыль, с одной стороны, уменьшится на $KNAB$, а с другой – увеличится на сумму площадей $P_c P_m MN$ и $C_k C_c KF$. Поскольку сумма площадей $P_c P_m MN$ и $C_k C_c KF$ больше площади $KNAB$, квазиконкурентное предприятие окажется заинтересованным в картелировании.

Но после того как картельное соглашение будет достигнуто и будет установлена монополярная цена, P_m , каждое картелированное предприятие окажется заинтересованным в скрытом наруше-

нии установленной квоты. В самом деле, если ему удастся «потихоньку» продать $q > q_k$ продукции по цене P_m , его прибыль будет еще больше. Она составит $CP_mM'K'$, что значительно выше той, которая была бы получена при соблюдении установленных квотой ограничений на величину выпуска и продаж. Если же такой скрытой политике последуют и другие картелированные предприятия, рыночная цена продукции быстро упадет и после возможных колебаний вновь вернется к квазиконкурентному уровню, P_c . Таким образом, то же самое стремление к прибыли, которое и побудило квазиконкурентные предприятия к образованию картеля, приведет к его распаду.

Более того, картелированным предприятиям станет выгодным не только нарушать установленные квоты выпуска и продаж, но и продавать продукцию «налево» по более низкой, чем установленная картельным соглашением, цене ($P < P_m$). «Если, – писал В. С. Войтинский, – цена поднята слишком высоко, то понижение ее становится слишком соблазнительным. А при таких условиях слишком мало вероятно, что соглашение просуществует долгое время. Это устанавливает предел, выше которого соглашение всех купцов, торгующих данным товаром, не может поднять цены товара. Пределом повышения цены является, следовательно, то положение цен, при котором искусственное монопольное соглашение рухнет из-за недостатка выдержки купцов, из-за того, что каждому из них слишком выгодно изменить уговору».

Следствием этого поистине замечательного вывода В. С. Войтинского является весьма малая вероятность стабилизации картеля, поскольку предел повышения цены (P на рис. 5.15, б) может оказаться столь близким к уровню квазиконкурентной цены, P_c , что добавочная прибыль не оправдывает хлопот по достижению картельного соглашения и дополнительных затрат на выпуск запрашиваемой рынком продукции, объем которой при цене $P < P_m$ окажется большим, чем Q_m , соответствующее точке Курно ($MR = MC$).

Поэтому, видимо, в начале XX в., особенно в годы Первой мировой войны, получили столь широкое распространение (и реальное воплощение) идеи принудительной картелизации (Германия) или принудительного синдицирования (Россия).

Чтобы предотвратить (или, по крайней мере, ограничить) стремление предприятий к нарушению установленных соглашением квот и/или цен, а тем самым и угрозу развала картеля, те, кто заинтересован в его стабилизации, должны будут централизовать все управление картелированными предприятиями, лишив их статуса самостоятельных юридических лиц. Это предполагает переход к более высокой форме сговора – тресту.

Вырождение простого сговора в трест произошло впервые в США в 1882 г. при образовании знаменитой нефтяной компании «Standart Oil». Ее назвали трестом потому, что вошедшие в нее (т. е. трестифицированные) компании передали ведение всех своих дел совету уполномоченных, или доверенных лиц (англ. «trustees»).

Модель такого централизованного картеля, или треста, подобна модели монополии с несколькими заводами. Заметим здесь лишь, что для эффективного управления подобной многозаводской (англ. «multiplant») монополией необходима полная и совершенная информированность управляющих ею об индивидуальных функциях затрат трестируемых предприятий, тогда как у последних появляется заинтересованность в сокрытии и/или искажении информации о затратах, предоставляемой центральному органу управления трестом.

Картелями, регулирующими размежевание рынка, Д. И. Пихно называл стачки, имеющие своей целью распределение рыночных долей между «стакнувшимися», т. е. то, что в современной англоязычной литературе известно как market-sharing cartels.

Если два картелированных предприятия идентичны по уровню и структуре затрат, рыночные доли могут быть распределены между ними поровну ($q_1 = q_2 = 0,5Q$) при единой монопольной цене. Если же затраты предприятий существенно различны, производственные квоты и соответственно рыночные доли будут различны и, что особенно важно, нестабильны. В этом случае рыночные доли определяются в ходе торга (англ. «bargaining»), неизбежно возникающего между олигополистами. Поэтому решение о размежевании рынка будет зависеть не только от уровня затрат входящих в картель предприятий, но и от их способности к выторговыванию (англ. «bargaining skill») квоты и доли рынка.

Другой распространенный метод размежевания рынка допускает региональную дифференциацию цен и качества продукции. Такая практика сегментации рынка распространена и на межотраслевом уровне. Любой курильщик знает, что, скажем, сигареты «Marlboro», произведенные на одной из табачных фабрик России, существенно отличны от сигарет той же марки, произведенных в США.

Модель картеля, регулирующая размежевание рынка, – это закрытая модель, как и многие другие модели олигополии. Если прибыль, получаемая картелированными предприятиями, высока, она может стимулировать вход новичков на данный рынок, но не вступление их в картель. Напротив, установив несколько более низкую цену, чем назначенная картелем, они смогут захватить определенную долю рынка. Чтобы сохранить свою долю рынка, картелю придется несколько понизить цену или начать ценовую войну против новичка с трудно прогнозируемым исходом.

5.3.7. Модель ценового лидерства

Несмотря на все преимущества согласованных действий, иногда фирмы не имеют возможности сформировать картель на законных основаниях. В этих условиях осуществляется политика сознательного параллелизма. Стремясь к максимизации прибыли в долгосрочном периоде, фирмы координируют свою деятельность так, как если бы соглашение существовало.

Одной из форм сознательного параллелизма является ценовое лидерство, которое, в отличие от картеля,

- не противоречит антимонопольному законодательству,
- позволяет сохранять полную независимость и свободу функционирующих фирм.

В условиях ценового лидерства рынок состоит из фирмы-лидера и конкурентного окружения.

<i>Ценовой лидер</i>	<i>Конкурентное окружение</i>
Регулирует цену продукции, первым повышая или понижая ее	Следуют за решениями лидера

Ценовой лидер принимает на себя риск первым начать приспособление цены к изменившимся рыночным условиям, предполагая, что другие фирмы последуют за его решением. Если этого не произойдет и фирмы-последователи не согласятся с изменением цены, ценовой лидер будет нести потери, до тех пор пока не вернется к исходному уровню цен. Значительный риск первого шага обуславливает относительную жесткость цен в олигополистических отраслях и их незначительные колебания.

Различают две основные формы ценового лидерства, не основанного на тайном сговоре:

- лидерство доминирующей по цене фирмы;
- лидерство барометрической фирмы.

Лидерство фирмы по цене.

Если фирма

- контролирует значительную часть производства и продаж и может оказать воздействие на рынок посредством собственных решений;

если ее издержки производства

- являются наименьшими в отрасли (за счет лучшей технологии, более совершенного управления, более квалифицированной рабочей силы и т. д.);

если ее продукция

- выгодно отличается в глазах потребителей (за счет высокого качества, рекламы и т. д.), то у такой фирмы есть все шансы стать ценовым лидером рынка.

Примерами доминирующих по цене фирм могут служить такие компании, как Frito-Lay и Pizza Hut. В свое время ценовым лидером были IBM на рынке компьютеров, Coca Cola на рынке прохладительных напитков, General Motors в автомобильной промышленности, однако в настоящее время рост конкурирующих фирм ослабил их доминирующие позиции.

Что же необходимо для сохранения фирмой ее лидирующего положения?

Фирма, стремящаяся сохранить свой статус ценового лидера, должна

- избегать краткосрочной максимизации прибыли, а делать установку на долгосрочную максимизацию прибыли (это озна-

чает установление относительно низких цен, чтобы предупредить расширение малых фирм и не допустить входа на рынок новых конкурентов);

- активно использовать неценовые формы конкуренции (выпуск новой продукции, сокращение издержек, улучшение обслуживания покупателей и т. д.);

- ориентироваться на многономенклатурное, диверсифицированное производство, чтобы помешать другим фирмам выйти на рынок с аналогичной продукцией.

Лидерство барометрической фирмы. Данная форма лидерства предполагает существование в отрасли нескольких примерно равноценных предприятий, так что ни одно из них не может навязывать свои цены другим.

В этих условиях одна из фирм отрасли становится ценовым лидером не потому, что она имеет наибольшую долю на рынке или наименьшие издержки, а в силу умения правильно отслеживать изменения в рыночной ситуации (предстоящий рост или падение цен на ресурсы, используемые фирмами отрасли, изменение цен на товары, дополняющие или заменяющие).

Таким образом, другие компании отрасли воспринимают действия данной фирмы в качестве индикатора, или барометра, будущей конъюнктуры. Вместе с тем отрасль может не сразу принять новые цены, придерживаясь стратегии «подождем – увидим».

Привлекательность ценового лидерства в любой из его форм заключается в возможности устранять перегиб кривой спроса.

Фирма, являющаяся полным и признанным ценовым лидером, может быть уверена, что конкуренты последуют как за повышением, так и за понижением цен. Даже для барометрической фирмы, за которой конкуренты следуют не всегда, вероятность выпрямления ломаной кривой спроса очень высока.

5.3.8. Модель ломаной кривой спроса

Модель была разработана в 1939 г. экономистом Полем Свици (Paul Sweezy), для того чтобы объяснить жесткость цен в условиях некооперируемой олигополии.

Рассмотрим работу двух фирм на рынке минеральной воды. Каждая фирма владеет 1/2 рынка, производя практически однородный товар и реализуя его по уже сложившейся на рынке цене P^* .

Что произойдет, если один из конкурентов в одностороннем порядке решит снизить цену?

Можно предположить, что в большинстве случаев, если фирма X понижает свои цены ниже уровня сложившейся отраслевой цены, то ее конкуренты, скорее всего, последуют ее примеру, чтобы не потерять своих покупателей и не допустить укрепления конкурента за их счет (спрос на продукцию фирмы X будет неэластичным).

Напротив, если фирма X повышает свои цены выше сложившейся в отрасли цены, то, скорее всего, ее конкуренты *не последуют ее примеру*, поскольку в этом случае они, ничего не предпринимая, расширят свои доли рынка за счет части покупателей фирмы X (спрос на продукцию фирмы X будет эластичным).

Различная эластичность спроса на продукцию фирмы-олигополиста выше и ниже уровня преобладающей цены предопределяет ломаный характер кривой его спроса, и, как следствие, разрыв кривой *предельного дохода* на участке BC , как это представлено на рис. 5.16.

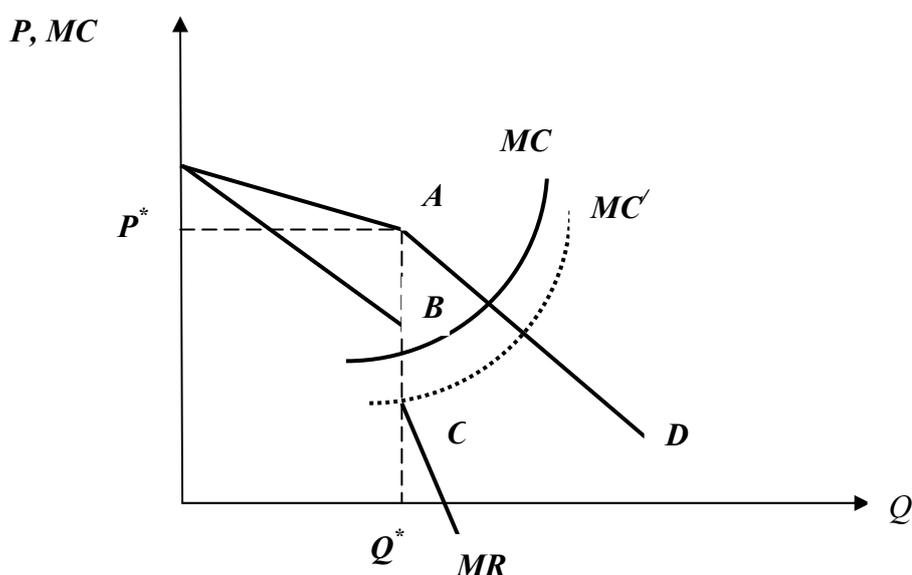


Рис. 5.16. Эластичность спроса на продукцию фирмы-олигополиста

Предположим, что кривая предельных издержек MC фирмы проходит через разрыв BC . Как видно из графика, оптимальный объем выпуска равен Q^* , а оптимальная цена P^* .

Если по каким-то причинам издержки снижаются и кривая MC' смещается вправо в пределах отрезка BC (например, в положение MC'), то ни оптимальный объем, ни оптимальная цена не изменятся.

Аналогичным образом небольшое увеличение рыночного спроса (с D до D') и соответствующее смещение кривой предельного дохода (с MR до MR') также сохранят рыночную цену на прежнем уровне, изменив лишь объем выпуска.

Таким образом, модель ломаной кривой спроса позволяет объяснить причину стабильности цен на рынке олигополии при небольшом изменении издержек или рыночного спроса. Очевидно, что, если олигополист ожидает адекватной реакции на свои действия со стороны других фирм, он постарается воздерживаться от одностороннего повышения или понижения цен.

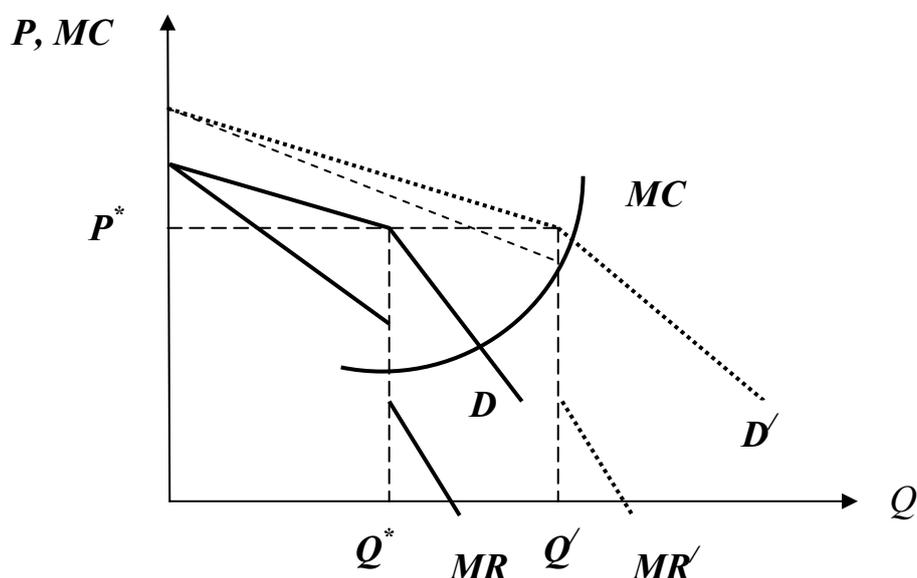


Рис. 5.17. Эластичность спроса на продукцию фирмы-олигополиста-2

Практические наблюдения подтверждают выводы из данной модели. Как правило, в чистой или слабо дифференцированной

олигополии существует тенденция к выравниванию цен (рынок алюминия, цемента, стали), в отраслях же, сильно дифференцированных, олигополисты взимают *сопоставимые* цены. Вместе с тем модель плохо работает в условиях инфляции, когда повышается общий уровень цен в экономике, или когда имеют место серьезные изменения в отраслевых издержках или рыночном спросе.

5.3.9. Теория игр

Теория игр – наука, исследующая математическими методами поведение участников в вероятных ситуациях, связанных с принятием решений. Предметом этой теории являются игровые ситуации с заранее установленными правилами. В ходе игры возможны различные совместные действия – коалиции игроков, конфликты...

Часто отмечают, что в действительности олигополия – это игра характеров, игра, в которой так же, как в шахматах или в покере, каждый игрок должен предугадать действия соперника – его блеф, контрдействия, контрблеф – настолько, насколько это возможно. Поэтому экономисты, занимающиеся теорией олигополии, были восхищены появлением в 1944 г. объемной и высоко математизированной книги под названием «Теории игр и экономическое поведение». Могло ли случиться, что Джон фон Нейман и Оскар Моргенштерн решили наконец головоломку олигополии? Конечно, Нейман и Моргенштерн сделали большой шаг вперед. Вместо того чтобы в качестве отправной точки предпринятого ими исследования выдвинуть свое предположение о том, как одна фирма отреагирует на изменения, проводимые другой фирмой, они решили выяснить, какое предположение относительно поведения своих конкурентов оптимально для фирмы.

Стратегия игроков определяется целевой функцией, которая показывает выигрыш или проигрыш участника. Формы этих игр многообразны. Наиболее простая разновидность – игра с двумя участниками. Если в игре участвуют не менее трёх игроков, возможно образование коалиций, что усложняет анализ. С точки зрения платёжной суммы игры делятся на две группы – с нулевой и ненулевой суммами. Игры с нулевой суммой называют также антагонистическими: выигрыш одних в точности равен проиг-

рышу других, а общая сумма выигрыша равна 0. По характеру предварительной договорённости игры делятся на кооперативные и некооперативные.

Наиболее известный пример некооперативной игры с ненулевой суммой – «дилемма заключённого».

Пример. С поличным поймали двух воров, которым предъявлено обвинение в ряде краж. Перед каждым из них встаёт дилемма – признаваться в старых (недоказанных) кражах или нет. Если признается только 1 из воров, то признавшийся получает минимальный срок заключения – 1 год, а другой максимальный – 10 лет. Если оба вора одновременно сознаются, то оба получают небольшое снисхождение – 6 лет, если же оба не признаются, то понесут наказание только за последнюю кражу – 3 года. Заключённые сидят в разных камерах и не могут договориться друг с другом. Перед нами игра некооперативная с ненулевой (отрицательной) суммой. Характерной чертой этой игры является невыгодность для обоих участников руководствоваться своими частными интересами.

«Дилемма заключённого» наглядно показывает особенности олигополистического ценообразования.

	2-й	Признался	Не признался
1-й			
Признался		-6	-10
Не признался	-6	-1	-3
	-10	-3	

Таким образом, не существует единой модели олигополии. В связи с этим главной задачей экономиста является выбор из всего многообразия рассмотренных моделей той, которая адекватно отражает происходящие в экономике процессы.

Глава 6. Модели оптимального распределения ресурсов

6.1. Исходная модель межотраслевого баланса

С теоретической точки зрения модель межотраслевого баланса (МОБ) представляет собой матричную экономико-математическую модель оптимального распределения ограниченных ресурсов, т. е. описывает процесс воспроизводства, который в развернутом виде отражает взаимосвязи отраслей народного хозяйства по производству, распределению, потреблению и накоплению общественного продукта.

В основе структуры МОБ лежит деление совокупного общественного продукта на две части, играющие разные роли в процессе общественного воспроизводства, – промежуточный и конечный продукты. Под промежуточным продуктом понимается часть совокупного общественного продукта, расходуемая на покрытие нужд текущего производства. Например, картофель, используемый как семенной фонд, или, скажем, мука, идущая на выпечку хлеба, стальные слябы, используемые для проката, электроэнергия для промышленности и т. п. К конечному продукту относится та часть продукции, которая выходит за пределы текущего производственного потребления.

Рассмотрим формальное отображение структуры МОБ в стоимостном выражении (МОБ может быть разработан как в стоимостном, так и в натуральном выражении), где потоки продукции измеряются в некоторых фиксированных ценах (см. табл. 6.1). Сделано это не случайно, поскольку в силу своей простоты и доступности именно статическая модель МОБ в стоимостном выражении используется в большинстве случаев в практике экономического анализа. В межотраслевом балансе производственная сфера народного хозяйства представлена в виде n «чистых» отраслей. Как и всякая экономико-математическая модель, МОБ основывается на ряде гипотез, упрощающих моделируемую систему. Общая характеристика этих гипотез

будет рассмотрена ниже. Здесь лишь отметим, что понятие «чистой» отрасли является одной из них.

Каждая отрасль в этом случае рассматривается как производитель продукта только одного типа. В МОБ каждой отрасли соответствует отдельная строка и отдельный столбец. Таким образом, каждая отрасль рассматривается в двух плоскостях:

- с точки зрения создания стоимости продукта (по столбцу) – как суммы затрат различных продуктов, расходуемых на его изготовление, а также издержек, связанных с амортизацией основных фондов, заработной платой работников, создающих этот продукт;
- с точки зрения величины чистого дохода (прибыли и налогов).

Таблица 6.1

Матричное представление межотраслевого баланса

<i>i/j</i>	Отрасли производства				Текущее производственное потребление U_i	Конечный продукт V_i	Валовой продукт $W_i = U_i + V_i$		
	1	2	...	n					
1	x_{11}	x_{12}		x_{1n}	U_1	V_1	W_1		
2	x_{21}	x_{22}		x_{2n}	U_2	V_2	W_2		
...									
n	x_{n1}	x_{n2}		x_{nn}	U_n	V_n	W_n		
Текущие производственные затраты – T_j	T_1	T_2		T_n	$\sum_{j=1}^n T_j / \sum_{i=1}^n U_i$	$\sum_{i=1}^n V_i$	$\sum_{i=1}^n W_i$		
Амортизационные отчисления *)	γ_1	γ_2		γ_n	$\sum_{j=1}^n \gamma_j$	Промежуточный продукт (суммарный)	↑		
Заработная плата *)	Z_1	Z_2		Z_n	$\sum_{j=1}^n Z_j$			Конечный продукт (суммарный)	↑
Прибыль *)	δ_1	δ_2		δ_n	$\sum_{j=1}^n \delta_j$				
Валовой продукт	W_1	W_2		W_n	$\sum_{j=1}^n W_j$				

В МОБ выделяют четыре основных его раздела.

Матрица элементов, стоящих на пересечении $(n + 1)$ первых строк и $(n + 1)$ первых столбцов МОБ, называется I-м разделом (квадрантом) межотраслевого баланса. Это важнейшая часть межотраслевого баланса, поскольку именно она по своему экономическому содержанию отражает внутренние производственные связи отраслей народного хозяйства.

Каждая величина $x_{i,j}$ в этой части МОБ несет двойную смысловую нагрузку. С одной стороны, характеризует текущие производственные затраты продукции отрасли i в отрасли j (как элемент столбца), с другой (как элемент строки) – выступает в качестве распределительной характеристики. Так, величина $x_{4,5}$ отражает величину затрат продукции четвертой отрасли на выпуск продукции пятой отрасли (интерпретация по столбцу) и объем поставок из четвертой отрасли в пятую (интерпретация по строке). Строки и столбцы, имеющие одинаковые номера, характеризуют процесс производства (столбец) и распределения (строка) продукции одной и той же отрасли экономики на нужды текущего производственного потребления. Таким образом, здесь отражаются внутрипроизводственный оборот («промежуточные» затраты и «промежуточный» выпуск) предметов труда и услуг.

В соответствии со сказанным основные балансовые уравнения 1-го квадранта МОБ будут иметь следующий вид:

$$U_i = \sum_{j=1}^n x_{i,j}, \text{ для } \forall i,$$

где U_i – сумма всех поставок отрасли i другим отраслям;

$$T_j = \sum_{i=1}^n x_{i,j}, \text{ для } \forall j,$$

где T_j – сумма текущих производственных затрат отрасли j .

Вектор-столбец, таким образом, может рассматриваться как описание соответствующего технологического способа.

Промежуточный продукт народного хозяйства:

$$\sum_{i=1}^n U_i = \sum_{j=1}^n T_j = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{i,j}, \text{ для } \forall i, \forall j -$$

это сумма текущего производственного потребления всех отраслей или, что то же самое, сумма текущих производственных

затрат по народному хозяйству. Промежуточный продукт отражает, таким образом, реальный оборот продукции в процессе материального производства, учет которого необходим для планирования процесса воспроизводства в народном хозяйстве страны.

II-й квадрант (раздел) МОБ в отраслевой разбивке раскрывает материально-вещественную структуру элементов конечного продукта, т. е. той части совокупного общественного продукта, которая отражает конечный результат процесса общественного воспроизводства. В составе конечного продукта в рамках МОБ обычно выделяются следующие статьи, представленные столбцами II-го квадранта:

- личное и общественное непроизводственное потребление (содержание государственного аппарата, затраты на оборону, обслуживание населения);
- возмещение выбытия основных фондов;
- накопление основных и оборотных фондов;
- экспортно-импортное сальдо.

Ко 2-му разделу баланса (квадранта) относится также столбец суммарных валовых объемов выпуска продукции отраслями, которые рассчитываются с помощью следующего балансового уравнения:

$$W_i = U_i + V_i,$$

т. е. как сумма промежуточного и конечного продуктов отрасли.

В III-м квадранте МОБ в отраслевой разбивке раскрывается стоимостная структура конечного продукта народного хозяйства. В том, что в данном разделе действительно речь идет о стоимостном эквиваленте конечного продукта, легко убедиться, выполнив элементарные преобразования балансовых уравнений:

$$W_i = \sum_{j=1}^n x_{i,j} + V_i, \forall i \quad \text{и} \quad W_j = \sum_{i=1}^n x_{i,j} + l_j, \forall j,$$

где l_j – условно чистая продукция отрасли, рассчитываемая как сумма амортизационных отчислений, заработной платы и дохода (прибыли) отрасли, то есть по формуле:

$$l_j = z_j + \delta_j + \gamma_j, \forall j.$$

Очевидно, что

$$\sum_{i=1}^n W_i = \sum_{j=1}^n W_j,$$

т. е. объем валового общественного продукта как сумма распределенной продукции отраслей равен объему общественного продукта как сумме всех производственных затрат. Тогда получим:

$$\sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n x_{i,j} + V_i) = \sum_{j=1}^n (\sum_{i=1}^n x_{i,j} + l_j),$$

откуда следует:

$$\sum_{i=1}^n V_i = \sum_{j=1}^n l_j,$$

Таким образом, и во II-м, и в III-м квадрантах МОБ фигурирует конечный продукт, но если во II-м квадранте характеризуется структура его потребления, то в III-м квадранте показывается, в каких отраслях народного хозяйства была произведена его стоимость. Очевидно, что обычно итоги одноименных строк и столбцов должны быть равны между собой, т. к. общий объем затрат в отрасли (сумма по столбцу) должен быть равен в денежном выражении объему валового выпуска соответствующей отрасли (сумма по строке).

IV-й квадрант МОБ характеризует перераспределительные отношения в народном хозяйстве, осуществляемые через финансово-кредитную систему. В силу трудностей статистического и методологического характера IV-й раздел МОБ, как правило, детальной разработки не получает и в большинстве случаев полностью опускается.

Обратим внимание на балансовое соотношение

$$\text{НД} = \sum_{i=1}^n V_i - \sum_{j=1}^n \gamma_j,$$

где НД – национальный доход; $\sum_{i=1}^n V_i$ – суммарный конечный продукт; $\sum_{j=1}^n \gamma_j$ – суммарные амортизационные отчисления на возмещение выбытия основных фондов.

6.2. Коэффициенты технологических и полных затрат

Рассмотренные выше балансовые соотношения включают только объемные показатели. Однако в такой постановке модель МОБ не может непосредственно использоваться в структурном анализе взаимосвязей между отраслями экономики. Такой анализ предполагает расчет коэффициентов прямых затрат (которые также называются технологическими коэффициентами) $a_{i,j} = \frac{X_{i,j}}{W_j}$, которые сводятся в соответствующую матрицу $|A|$.

Элементы $a_{i,j}$ характеризуют пропорциональный расход продукции отрасли i (в рублях) на один рубль продукции отрасли j , а матрица технологических коэффициентов в общей форме будет иметь следующий вид:

$$A = \begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,n} \end{vmatrix}_{n \times n}$$

Коэффициенты прямых затрат должны рассматриваться с учетом их экономического содержания: например, чтобы в первой отрасли произвести определенный объем продукции, на один дополнительный рубль этой продукции понадобится

$a_{2,1}$ рубля – от второй отрасли;

$a_{3,1}$ – от третьей отрасли и т. д.

Отсюда со всей очевидностью следует, что $a_{i,j} \geq 0$, а также что

$$\sum_{i=1}^n a_{i,j} \geq 1.$$

Действительно, процесс воспроизводства нельзя было бы осуществить, если бы затрачивалось большее количество продукции для собственного воспроизводства, чем создавалось в результате этого процесса.

Очевидно, что прямые затраты $a_{i,j}$ не исчерпывают общих затрат продукции отрасли i на единицу продукции отрасли j . Так,

например, расход электроэнергии на выпуск продукции металлургической отрасли не исчерпывается прямыми затратами электроэнергии. В производстве металла участвует топливо, на получение которого была использована электроэнергия, а также многие другие ингредиенты, производство которых также требует затрат электроэнергии. Все эти затраты должны быть учтены как связанные с выпуском металла. Это так называемые косвенные затраты, которые характеризуют неявные связи в процессе производства того или иного вида продукции.

Например, для пошива одежды проволока непосредственно не нужна, но при окраске тканей используются анилиновые красители, получаемые в результате переработки нефти, перекачиваемой насосами, в которых применяются электромоторы с проволочной обмоткой ротора. Не будет проволоки – не будет и электромоторов, насосов, нефти, красителей, нужного качества тканей и одежды. Все это косвенные затраты. Отсюда следует, что, только прибавив косвенные затраты к прямым, можно рассчитывать так называемые коэффициенты полных затрат на производство единицы продукции соответствующих отраслей.

Таким образом, коэффициент полных затрат $b_{i,j}$ характеризует количество продукции в отрасли i , необходимое для обеспечения выпуска единицы продукции в отрасли j . В большинстве случаев полные затраты существенно превышают прямые затраты. Степень превышения связана с характером производства того или иного продукта. В отдельных случаях это превышение может достигать десятков и даже сотен раз.

В качестве примера можно сослаться на опыт США, где в 1945 г. была сделана попытка предсказать уровень занятости в сталелитейной промышленности, в которой ожидался резкий спад спроса на сталь после закончившейся войны. Спад, предположительно не компенсируемый даже значительным ростом жилищного строительства для возвращающейся из Европы армии. Однако, используя модель МОБ, удалось рассчитать, что на жилищное строительство, действительно не требующее значительных прямых затрат стали, косвенно расходуется весьма большое ее количество, поскольку при строительстве используется большое количество материалов, для производства которых

требуется сталь. На основе такой модели был сделан правильный вывод о том, что в сталелитейной промышленности США не будет значительного избытка мощностей.

Выяснив экономический смысл коэффициентов полных затрат, необходимо определить, как их рассчитывать. Этот вопрос позволяет прояснить основную идею МОБ. Поэтому рассмотрим элементарную модель МОБ, включающую данные по пяти отраслям (реальная модель включает до 500 укрупненных отраслей).

Например, для того чтобы отрасль машиностроения смогла выпустить свою продукцию (200 единиц), она должна использовать:

- 65 единиц продукции металлургии;
- 25 единиц продукции собственной отрасли (внутрипроизводственное потребление);
- 5 единиц топливной промышленности;
- 10 единиц продукции сельского хозяйства;
- 200 единиц трудовых ресурсов.

Таблица 6.2

Элементарная модель МОБ

<i>Производящие отрасли</i>	<i>Потребляющие отрасли</i>					
	<i>Металлургия</i>	<i>Машиностроение</i>	<i>Топливная промышленность</i>	<i>Сельское хозяйство</i>	<i>Трудовые ресурсы</i>	<i>Общий объем производства</i>
Металлургия	10	65	10	5	10	100
Машиностроение	40	25	35	75	25	200
Топливная промышленность	15	5	5	5	20	50
Сельское хозяйство	15	10	50	50	525	650
Трудовые ресурсы	100	200	100	550	50	1000

Представим, что в результате увеличения спроса на продукцию машиностроения объем производства этой отрасли должен возрасти на 10%. Это означает, что потребуется увеличение производства всей перечисленной продукции также на 10%. Т. е.

для того, чтобы произвести дополнительно 20 единиц продукции машиностроения, потребуется:

- 6,5 единиц продукции металлургии;
- 2,5 единицы продукции машиностроения;
- 0,5 единицы продукции топливной промышленности;
- 1,0 единица продукции сельского хозяйства;
- 20,0 единиц трудовых ресурсов.

Все это только так называемые прямые затраты, на основании которых далее должны быть рассчитаны косвенные затраты. Так, например, 6,5 единиц металлургии, необходимые для производства 20 дополнительных единиц машиностроения, потребуют $6,5\% \left(\frac{6,5}{100} \cdot 100 \right)$ увеличения производства продукции, необходимой для производства металла, т. е.

$10 \cdot 0,065 = 0,65$ единиц продукции металлургии;

$40 \cdot 0,065 = 2,6$ единиц продукции машиностроения;

$15 \cdot 0,065 = 0,975$ единиц продукции топливной промышленности;

$10 \cdot 0,065 = 0,975$ единиц продукции сельского хозяйства;

$10 \cdot 0,065 = 0,65$ единиц трудовых ресурсов.

Аналогичные расчеты должны быть выполнены и для всех остальных отраслей рассматриваемого примера. Рассчитав косвенные затраты первого цикла, нельзя не обратить внимание на то, что они по некоторым отраслям (машиностроение, топливная промышленность, сельское хозяйство) уже превышают прямые затраты.

Очевидно, что косвенные затраты первого цикла далеко не исчерпывают всех необходимых косвенных затрат. Поэтому потребуется следующий цикл расчетов, позволяющий вычислить косвенные затраты второго цикла, и т. д. Процесс нарастания косвенных затрат является бесконечным, однако, учитывая быструю сходимость результатов этих расчетов, можно ограничиться тремя-четырьмя итерациями.

6.3. Основное балансовое соотношение модели межотраслевого баланса

Все расчеты по модели межотраслевого баланса осуществляются на основе матрицы коэффициентов прямых затрат

$$A = |a_{i,j}|, \text{ где } a_{i,j} = \frac{x_{i,j}}{w_j}.$$

Формулу расчетов по модели можно записать в матричном виде.

Для этого обозначим:

W – вектор валового выпуска отраслей;

V – вектор конечного продукта отраслей.

Тогда прямые и косвенные затраты могут быть рассчитаны следующим образом:

- прямые затраты – AV ;
- косвенные затраты первого цикла – $A(AV) = A^2V$ и т. д.

Выполненные расчеты имеют следующий смысл. Вектор AV показывает, какие прямые затраты необходимы для выпуска конечного продукта V . Вектор A^2V описывает прямые затраты, необходимые для обеспечения выпуска продукта AV , характеризуя таким образом косвенные затраты первого цикла. Вектор A^3V показывает, какие прямые затраты необходимо сделать для выпуска продукта A^2V (косвенные затраты второго цикла) и т. д.

Сумма $A^2V + A^3V$ показывает косвенные затраты на производство продукции, а сумму $A^2 + A^3 + A^4$ принято называть матрицей косвенных затрат.

Очевидно, что полные суммарные затраты могут быть рассчитаны по формуле:

$$W = V + AV + (A^2V + A^3V + \dots)$$

Конечный продукт Прямые затраты Косвенные затраты
 Конечное потребление Внутрипроизводственное потребление

После преобразований получим:

$$W = (E + A + A^2 + A^3 + \dots)V = (E - A)^{-1}V,$$

где E – единичная матрица.

$$W = (E - A)^{-1}V = BV,$$

где $(E - A)^{-1}$ – матрица коэффициентов полных затрат.

6.4. Межотраслевые балансовые модели в анализе экономических систем

При осуществлении практических расчетов по модели возникает целый ряд специфических проблем. Рассмотрим основные из них.

1. «Чистая» отрасль и проблема ее выделения (агрегирование отраслей). Для обеспечения качественной однородности показателей, содержащихся в столбцах и строках МОБ, используется принцип «чистой» отрасли, в соответствии с которым предполагается, что:

- каждая отрасль имеет только одну технологию производства, которая характеризуется соответствующим вектором коэффициентов затрат. Реальный смысл этого допущения состоит в том, что этот способ производства является комбинацией разных способов, т. е. усредненным производственным способом. Это усреднение различных технологий (расчет средневзвешенных отраслевых коэффициентов прямых затрат) осуществляется на основе изучения и прогнозирования прогрессивных технико-экономических тенденций и перспектив развития отраслей;

- все продукты, производимые одной отраслью, однородны и рассматриваются как единое целое. Считается, что каждая отрасль производит только один продукт (монопродукт). В то же самое время в ряде отраслей часто встречаются процессы производства сопряженной комплексной продукции. В межотраслевой модели отражение этих процессов осуществляется путем применения различных приемов распределения затрат между отдельными видами продукции, т. е. производство сопряженной продукции рассматривается как несколько самостоятельных производств, в которых получается только по одному виду продукции.

Для практической реализации этих допущений необходимо построить таблицу МОБ, номенклатура отраслей которого насчитывала бы несколько сотен тысяч или даже миллионов наименований. Реализация подобного проекта неизбежно столкнулась бы с трудностями чисто технического порядка, такими как:

- отсутствие необходимой информации;
- высокая стоимость работ;

- большие сроки их выполнения.

Данная проблема решается посредством укрупнения номенклатуры отраслей, их агрегирования в более или менее однородные секторы экономики. Основными факторами, влияющими на номенклатуру агрегированных отраслей, являются:

- цели составления баланса;
- возможность получения необходимых статистических материалов;
- наличие соответствующей вычислительной техники.

Практика разработки МОБ показывает, что оптимальное число номенклатуры отраслей составляет 100–150. При агрегировании конкретных отраслей (продуктов) обычно используются три подхода:

- объединение продуктов, сходных по назначению и, в ряде случаев, взаимозаменяемых для потребителя;
- объединение продуктов, имеющих сходную структуру затрат;
- объединение продуктов, связанных последовательными стадиями производственного процесса (например, объединение производства пряжи и ткани или выплавка чугуна и стали и т. д.).

Лучшей основой агрегирования является сочетание первого и второго подходов.

Трудности структуризации отраслей экономики при разработке МОБ являются поводом для критики этой модели. Но при этом забывают, что только через отраслевой баланс можно рассмотреть и проанализировать происходящие изменения, а кроме того рассредоточенность отраслей затрудняет планирование развития экономики.

2. Оценка продукции в МОБ. Различают два вида цен, используемых в экономическом анализе: цены производителей и цены потребителей. Несмотря на большую доступность статистических данных по ценам потребителей, составление МОБ в ценах производителей является предпочтительным. В этом случае точнее отражаются технологические связи в процессе производства, межотраслевые связи и структурные соотношения в экономике.

Кроме того, обеспечивается сопоставимость стоимостного и натурального балансов и исключается повторный счет торгово-транспортных расходов. Поскольку структура затрат, как правило,

является более стабильной, чем структура распределяемых объемов выпуска, то и система технологических коэффициентов МОБ в ценах производителей оказывается более устойчивой во времени.

3. *Определение плановых коэффициентов затрат.* Технологические коэффициенты $a_{i,j}$ выражают зависимость между затратами на производство и объемом выпуска продукции в пределах одного временного интервала (как правило, одного года). Для расчетов на перспективу необходимо знать, как будут изменяться эти коэффициенты в последующих интервалах. Существуют два основных подхода к решению данной проблемы: аналитический и статистический.

Первый основан на идее построения модели МОБ для отраслей, где уже известны (разработаны) нормативы затрат. Если заранее известно, какой объем продукции будут выпускать отдельные производства отрасли, то по нормативам затрат можно рассчитать среднеотраслевые коэффициенты прямых затрат.

Статистические методы реализуются на основе анализа МОБ за прошедшие годы. Как показывает практика, при правильном выборе достаточно крупных (агрегированных) отраслей коэффициенты прямых затрат оказываются достаточно устойчивыми. Среди статистических методов расчета коэффициентов прямых затрат большое распространение получил метод RAS, предложенный английским ученым Р. Стоуном. Этот метод представляет упрощенный способ экстраполяции на перспективу матрицы коэффициентов прямых затрат, исходя из известной матрицы базового периода либо интерполяции такой матрицы для года, находящегося между двумя базовыми периодами. Основные положения этого метода сводятся к следующему.

- В результате технического прогресса структура (доля) затрат материалов в общем объеме затрат меняется (пластмассы заменяют металл, синтетика – натуральные ткани). Степень изменения этих коэффициентов можно учесть на плановый период с помощью специального множителя r_i , единого для строки i матрицы коэффициентов прямых затрат.

- Развитие производства в плановом периоде связано с изменением пропорций между затратами живого и овеществленного труда. В силу этого меняется удельный вес материальных затрат в

общей стоимости выпуска. Изменение удельного веса затрат предметов труда можно учесть с помощью коэффициентов s_j , единых для столбца j матрицы коэффициентов прямых затрат.

• Коэффициенты r_i и s_j вводятся в модель экзогенно в форме диагональных матриц R и S .

$$A^{t+1} = RA^tS,$$

где r_i – элементы диагональной матрицы R , характеризующие темп изменения оцениваемых коэффициентов прямых затрат относительно базовых. Предполагается, что этот темп одинаков для всех элементов соответствующей строки матрицы A^t . Элементы s_j представляют темп изменения доли промежуточного потребления в «чистой» отрасли j . Предполагается, что все коэффициенты прямых затрат для всех элементов соответствующего столбца матрицы A^t изменяются с одним и тем же темпом (из приведенной формулы видно, что название метода образовано обозначениями входящих в нее матриц). Значение $r_i > 1$ соответствует увеличению удельного расхода продукции отрасли, как правило, в процессе замещения одних видов сырья, топлива и т. п. другими. Значение $r_i < 1$ соответствует отраслям, продукция которых замещается.

Если $s_j > 1$, то это означает увеличение доли промежуточного потребления в стоимости продукции отрасли j и, соответственно, сокращение доли валовой добавленной стоимости, т. е. замещение затратами овеществленного труда затрат живого труда. Если $s_j < 1$, это свидетельствует об обратном процессе замещения.

При экстраполяции матрицы коэффициентов прямых затрат значения r_i и s_j , как правило, выбирают экспертным путем. При интерполяции обычно бывают известны общие объемы промежуточного потребления и промежуточного спроса по всем «чистым» отраслям. В данном случае матрицы R и S определяются с помощью итеративной процедуры: исходя из экзогенно задаваемого первого приближения матрицы R , находится первое приближение матрицы S , из нее – второе приближение матрицы R и т. д.

Использование данного метода предполагает строгую пропорциональность изменения коэффициентов на плановый период, что в реальной действительности не выдерживается. Однако опыт показывает, что при учете совместного влияния обоих факторов жесткость такой пропорциональности несколько снижается. Но предпосылка о двойной пропорциональной зависимости между базовыми и оцениваемыми значениями коэффициентов прямых затрат является слишком жесткой. Ее выполнение на эмпирических данных скорее исключение, а не правило. Поэтому результаты расчетов по методу RAS служат достаточно грубой оценкой.

При расчете плановых коэффициентов важно иметь в виду, что только незначительная их доля (часть) оказывает существенное влияние на объемы производства. К числу существенных относят такие коэффициенты $a_{i,j}$, изменение которых на 100% изменяет объем производства какой-либо отрасли не менее чем на 1%. Поэтому аналитические методы целесообразно применять для расчета важнейших коэффициентов, для остальных можно использовать статистические методы.

Экономико-математическая модель межотраслевого баланса может быть записана в общем случае в виде системы n уравнений с $2n$ неизвестными:

$$\sum_{j=1}^n X_{i,j} + V_j = W_i, \forall i.$$

Поставляя вместо $X_{i,j}$ его эквивалент $a_{i,j}W_j$ получим систему из n уравнений

$$\sum_{j=1}^n a_{i,j}W_j + V_i = W_i, \forall i,$$

где W_j – общий объем производства в отрасли j , V_i – конечный продукт в отрасли i .

В развернутом виде данная модель имеет вид:

$$\begin{cases} a_{1,1}W_1 + a_{1,2}W_2 + \dots + a_{1,n}W_n + V_1 = W_1 \\ a_{2,1}W_1 + a_{2,2}W_2 + \dots + a_{2,n}W_n + V_2 = W_2 \\ \dots \\ a_{n,1}W_1 + a_{n,2}W_2 + \dots + a_{n,n}W_n + V_n = W_n \end{cases}$$

Полученную систему удобнее всего записывать в компактной матричной форме:

$$AW + V = W,$$

где W – вектор-столбец валовых объемов производства; A – матрица коэффициентов прямых затрат; V – вектор-столбец объемов конечной продукции.

Данная система может иметь единственное решение, если из общего количества $2n$ переменных величин число неизвестных не больше числа уравнений, т. е. n . Принятие одних величин за известные, а другие за неизвестные вытекает не из самой модели, а из постановки конкретной экономической задачи.

При этом возможны следующие варианты расчетов:

1. $W_i \Rightarrow V_i$. Если в модели заданы валовые выпуски отраслей W_i , тогда конечная продукция каждой отрасли V_i может быть получена при решении системы уравнений.

2. $V_i \Rightarrow W_i$. Если в модели задан уровень конечной продукции каждой отрасли V_i , то, соответственно, возможно получение валовых выпусков продукции каждой отрасли W_i . Для этого необходимо решить систему $W = AW + V$. При этом $W = (E - A)^{-1}V$. Данное балансовое соотношение часто используется для определения взаимно сбалансированных уровней производства, необходимых для обеспечения выпуска того или иного объема конечной продукции отрасли. Такое использование модели МОБ позволяет рассчитать и сопоставить различные варианты сбалансированного плана. Рассмотренное балансовое соотношение используется в моделях прогнозирования развития экономики на более отдаленную перспективу. Очевидно, что для того, чтобы объемы производственных выпусков на перспективу были определены как можно более реалистично, необходимо максимально точно знать конечный спрос, т. е. определить, какой будет величина составных частей конечного продукта и весь конечный продукт V_i на конец планового периода. Основой для экзогенного задания оценок элементов конечного продукта V могут быть нормативные представления результата расчетов по макромоделям (например, спроса и предложения). Например, фонд потребления

может формироваться на базе данных рационального бюджета или исходя из необходимого покрытия доходов населения.

3. Комбинированный вариант. Если по одним отраслям заданы уровни конечного продукта V_i , по другим валового выпуска W_i , а остающиеся показатели валового и конечного продукта определяются из решения системы:

$$\sum_{j=1}^n a_{i,j}W_j + V_i = W_i, \forall i.$$

С целью упрощения решения данной системы коэффициенты прямых затрат заменяют на коэффициенты полных затрат:

$$W_i = V_i - \sum_{j=1}^n b_{i,j}V_j, \forall i.$$

В последние годы межотраслевой баланс активно используется для структурного анализа развития экономических систем. Очевидно, что сдвиги в структуре валового выпуска той или иной из отраслей экономики могут происходить под воздействием основных факторов:

1) в результате изменения технологии производства, определяющей структуру производственных затрат (матрица A);

2) в результате изменения отраслевой структуры конечного продукта;

3) в результате колебаний в соотношениях цен на продукцию различных отраслей.

С целью устранения искажающего воздействия ценового сектора показатели сопоставляемых таблиц межотраслевого баланса переводятся в постоянные цены (цены базового (нулевого) периода).

Тогда влияние технологических сдвигов может быть рассчитано следующим образом:

$$\Delta W_{\text{техн.}} = (B_t V_0 - B_0 V_0),$$

где t – характеризует год составления баланса.

Влияние состава конечного продукта определяется формулой:

$$\Delta W_{\text{кон.пр.}} = (B_t V_t - B_t V_0).$$

Модель межотраслевого баланса может быть также очень эффективным инструментом экономической политики в области ценообразования. Действительно, уравнения межотраслевых зависимостей цен могут быть достаточно легко выведены из соотношений I-го и III-го квадрантов:

$$\begin{cases} c_1 = a_{1,1}c_1 + a_{2,1}c_1 + \dots + a_{n,1}c_1 + l_1, \\ c_2 = a_{1,2}c_2 + a_{2,2}c_2 + \dots + a_{n,2}c_2 + l_2, \\ \dots \\ c_n = a_{1,n}c_n + a_{2,n}c_n + \dots + a_{n,n}c_n + l_n. \end{cases}$$

где c_j – цена за единицу продукции отрасли j ; l_j – объем добавленной стоимости на единицу продукции отрасли j .

$$c_j = \sum_{i=1}^n a_{i,j}c_i + l_j, \forall j.$$

Или в векторно-матричной форме:

$$\begin{aligned} C &= A^t C + 1, \\ C(E - A^T) &= 1, \\ C &= (E - A^T)^{-1} \cdot 1. \end{aligned}$$

Кстати, модель межотраслевых зависимостей цен

$$c_j = \sum_{i=1}^n a_{i,j}c_i + l_j, \forall j$$

можно интерпретировать как двойственную задачу по отношению к модели межотраслевых материально-вещественных связей

$$\sum_{j=1}^n a_{i,j}W_j + V_i = W_i, \forall i.$$

Обязательное выполнение равенства

$$\sum_{i=1}^n V_i = \sum_{j=1}^n l_j$$

эквивалентно условию равенства функционалов прямой и двойственной задач линейного программирования.

С помощью данной модели можно изучать влияние изменения цен в одних отраслях на уровни цен в других.

Межотраслевые зависимости цен могут быть далее конкретизированы с помощью детализации коэффициентов γ, z, δ в уравнениях

$$l_j = \gamma_j + z_j + \delta_j, \forall j.$$

Таким образом, можно определить влияние на систему цен увеличения, например, оплаты труда в какой-либо конкретной отрасли (в условиях сбалансированности цен).

Кроме того, рассмотренная модель может быть успешно использована и при решении проблем внутрифирменного управления.

Преимущества моделей межотраслевого баланса заключаются в том, что:

- 1) эти модели отличаются простотой и четкостью постановки задачи и математической формализации;
- 2) при построении моделей МОБ не представляет особых затруднений обеспечение исходной информацией;
- 3) полученная система уравнений всегда имеет решение для любой нормально функционирующей экономики;
- 4) возможно включение этой системы уравнений в более сложные модели и системы моделей макроэкономического прогнозирования;
- 5) межотраслевые модели могут формироваться с различной степенью агрегации исходной информации;
- 6) модели МОБ являются базой для развития класса моделей, основанных на анализе взаимодействия отраслей и обосновании условий технологического равновесия.

Важное место этих моделей в экономико-математическом моделировании определяется тем, что они предстают как:

- 1) основа для государственного макроэкономического регулирования;
- 2) важнейший метод экономического планирования и бюджетной политики;
- 3) главная составная часть систем национальных счетов большинства стран мира;

- 4) классический инструмент экономического анализа
- для нахождения оптимального варианта использования ограниченных ресурсов,
 - для расчета оптимального варианта налогообложения рентных (сверхприбыльных) и других отраслей экономики,
 - для расчета оптимального ценообразования в естественных монополиях с учетом необходимых капитальных инвестиций и др.

Глава 7. Модели общего макроэкономического равновесия

7.1. Понятие макроэкономического равновесия

Центральной проблемой макроэкономики является исследование условий достижения устойчивого равновесия экономики. Многие ученые предлагали свои пути ее решения. Среди них были такие известные экономисты, как Дж. Кейнс, П. Самуэльсон, М. Фридмен и др. Но до сих пор актуальной остается задача определения категории «экономическое равновесие» и построения моделей, характеризующих параметры и главные условия установления равновесия в национальном хозяйстве.

Макроэкономическое равновесие – это такое состояние национальной экономики, когда использование ограниченных производственных ресурсов для создания товаров и услуг и их распределение между различными членами общества сбалансированы, т. е. существует совокупная пропорциональность между:

- ресурсами и их использованием;
- факторами производства и результатами их использования;
- совокупным производством и совокупным потреблением;
- совокупным предложением и совокупным спросом;
- материально-вещественными и финансовыми потоками.

Следовательно, макроэкономическое равновесие предполагает стабильное использование их интересов во всех сферах национальной экономики. Такое равновесие – это экономический идеал: без банкротств и стихийных бедствий, без социально-экономических потрясений. В экономической теории макроэкономическим идеалом является построение моделей общего равновесия экономической системы. В реальной жизни происходят разнообразные нарушения требований такой модели. Но значение теоретических моделей макроэкономического равновесия позволяет определить конкретные факторы отклонений реальных процессов от идеальных, найти пути реализации оптимального состояния экономики.

В экономической науке существует множество моделей макроэкономического равновесия, отражающих взгляды разных направлений экономической мысли на эту проблему:

Ф. Кенэ – модель простого воспроизводства на примере экономики Франции XVIII столетия;

К. Маркс – схемы простого и расширенного капиталистического общественного воспроизводства;

В. Ленин – схемы расширенного капиталистического общественного воспроизводства с изменением органического строения капитала;

Л. Вальрас – модель общего экономического равновесия в условиях действия закона свободной конкуренции;

В. Леонтьев – модель «затраты – выпуск»;

Дж. Кейнс – модель краткосрочного экономического равновесия.

Макроэкономическое равновесие является центральной проблемой общественного воспроизводства.

7.2. Модель общего экономического равновесия Вальраса

Швейцарский экономист-математик Леон Вальрас (1834–1910) стремился ответить, как рынки и секторы экономики функционируют в наиболее общем (чистом) виде. На основе каких принципов устанавливается взаимодействие цен, издержек, объемов спроса и предложения на различных рынках? Принимает ли это взаимодействие формы «равновесности» или рыночный механизм действует в обратном направлении? Является ли это равновесие (если оно достижимо) устойчивым?

Вальрас исходил из того, что решение проблемы может быть достигнуто с помощью использования математического аппарата. Весь экономический мир он разделил на две большие группы: фирмы и домохозяйства. Фирмы выступают на рынке факторов как покупатели и на рынке потребительских товаров как продавцы. Домашние хозяйства – владельцы факторов производства – выступают в роли их продавцов и в то же время как покупатели потребительских товаров. Роли продавцов и

покупателей постоянно меняются. В процессе обмена расходы производителей товаров превращаются в доходы домохозяйств, а все расходы домохозяйств – в доходы производителей (фирм).

Вальрас построил довольно сложную систему взаимосвязанных уравнений. Он доказывает, что система равновесности может быть достижима как некий «идеал», к которому стремится конкурентный рынок.

Система уравнений Вальраса – одна из первых экономико-математических моделей. В ней Л. Вальрас попытался сформулировать процесс как бы автоматического стремления рыночной экономики к стабильному равновесию, показав взаимную обусловленность всех цен и количеств ресурсов и товаров, обращающихся в ней (это общее равновесие – в отличие от частного, которое может анализироваться для отдельных товаров).

Для каждого отдельного потребителя и производителя, функционирующих в экономике, Вальрас описывал условия равновесия в форме линейных уравнений, переменными в которых выступали количества товаров и ресурсов, а также цены на каждый из них, балансирующие спрос и предложение. Основное равенство утверждает, что общая величина спроса должна быть при соответствующей системе цен равна общей величине предложения. На этой основе доказывается, что необходимое число уравнений в системе не равно общему числу рассматриваемых товаров и ресурсов, как можно было бы предположить, а на единицу меньше: последнее уравнение обязательно вытекает из совокупности остальных.

Положение, получившее название закона Вальраса, гласит: в состоянии равновесия рыночная цена равна предельным издержкам. Таким образом, стоимость общественного продукта равна рыночной стоимости использованных на его выпуск производственных факторов; совокупный спрос равен совокупному предложению; цена и объем производства не увеличиваются и не уменьшаются.

Построенная на основе этой теоретической концепции модель Вальраса есть модель общего экономического равновесия, своего рода одномоментный снимок национального хозяйства в «чистом» виде.

Л. Вальрас назвал эту модель процессом нащупывания. «Нащупывание» – процесс итеративного приближения цен к равновесному уровню, «процесс Вальраса». Модель общего равновесия Л. Вальраса может быть проиллюстрирована, например, функционированием фондовой биржи или портового рынка свежей рыбы, где аукционист сравнивает спрос и предложение участников рынка и, повышая или снижая цены, регулирует куплю-продажу. Явление нащупывания математически формализовано в модели Эрроу – Гурвица.

7.3. Модель Эрроу – Гурвица

Модель Эрроу – Гурвица – имитационная экономико-математическая модель, упрощенно описывающая процесс нахождения рыночного равновесия по Вальрасу путем итеративного диалога между участниками этого процесса. После каждой итерации компьютер выдает очередные значения функции полезности, размера спроса на ресурс, объема предложения продуктов производства и совокупных размеров избыточного спроса (под последним понимается разница между спросом и предложением). Затем регулирующий рынок «аукционист» выдает новые цены: если спрос на продукцию превышает предложение, цена повышается, и наоборот. После серии таких итераций процесс «нащупывания» завершается.

Используя итеративный метод вычислений, можно имитировать действие рыночного механизма с помощью модели общего равновесия и изучить ее поведение. В качестве хозяйственных субъектов, участвующих в процессе функционирования рынка, выберем два предприятия, каждое из которых, располагая одним-единственным доступным им обоим ресурсом (например, трудом), производит по одному виду продукции конечного спроса, и одного потребителя, предъявляющего этот спрос. Обмен осуществляется через единственного посредника – аукциониста. В этом случае экономический цикл будет выглядеть так:

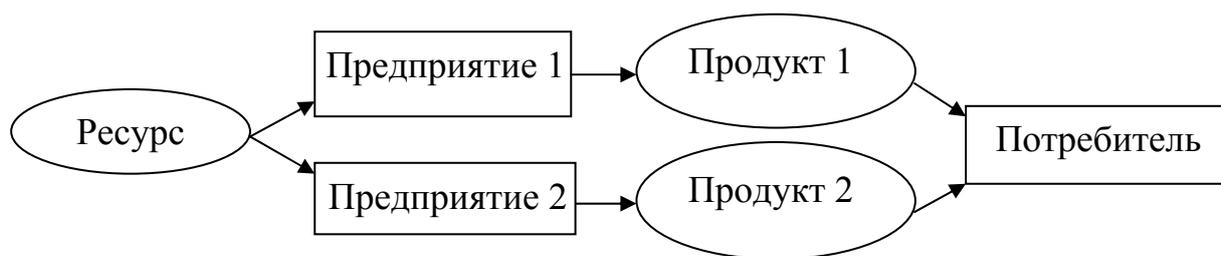


Рис. 7.1. Экономический цикл

Проблема оптимального распределения ресурсов для такой экономики формулируется следующим образом.

Условия спроса и предложения продукции:

$$Y_i^S = F_i(L_i^d) i Y_i^d.$$

Условия спроса и предложения ресурсов:

$$L_1^d + L_2^d = J L^S.$$

Функция полезности, максимизируемая потребителем:

$$U(Y_1^d, Y_2^d) \rightarrow \max.$$

Здесь Y_i^S – объем предложения i -го продукта i -м предприятием; Y_i^d – объем спроса со стороны потребителя на i -й продукт; L^S – предложение ресурса (постоянная величина); L_i^d – объем спроса на ресурс со стороны i -предприятия; F_i – производственная функция i -го предприятия; U – функция полезности потребителя.

Рыночный процесс по Вальрасу в модели Эрроу – Гурвица – это постепенное приближение к решению описанной задачи путем итеративного диалога (обмена информацией) между участниками процесса. Авторами предложена программа, где каждая итерация t будет состоять из приведенных ниже четырех шагов процесса регуляции рынка:

1. Аукционист указывает i -му предприятию цену на его продукцию $P_i(t)$ и цену ресурса $W(t)$, а также сообщает потребителю цены $P_i(t)$ и цену спроса, равную предельной полезности

$$U/Y_i^d(t-1), \text{ где } i = 1, 2.$$

2. i -е предприятие, исходя из заданных цен, выбирает сочетание затрат и результатов производства $(L_i^d(t), Y_i^S(t))$, которое

максимизирует его прибыль, и представляет это сочетание на рассмотрение аукциониста

$$p_i(t) = P_i(t) \cdot F_i(L_i^d(t)) \cdot W_i(t) \cdot L_i^d(t).$$

3. Потребитель предъявляет спрос на i -й продукт следующим образом. Если на i -й продукт спроса нет или если предельная полезность потребления меньше предельных затрат, то потребитель оставляет величину спроса без изменений. В противном случае он корректирует спрос пропорционально разнице между предельной полезностью и предельными затратами и в результате указывает соответствующую величину $Y_i^d(t)$ (рис.7.2).

4. Аукционист, руководствуясь законом спроса и предложения, изменяет цены (процесс нащупывания). Если спрос на продукт превышает предложение, он поднимает цену и наоборот. Однако, если избыточный спрос отрицателен и соответствующие ему цены равны нулю, снизить цены ниже существующего уровня невозможно.

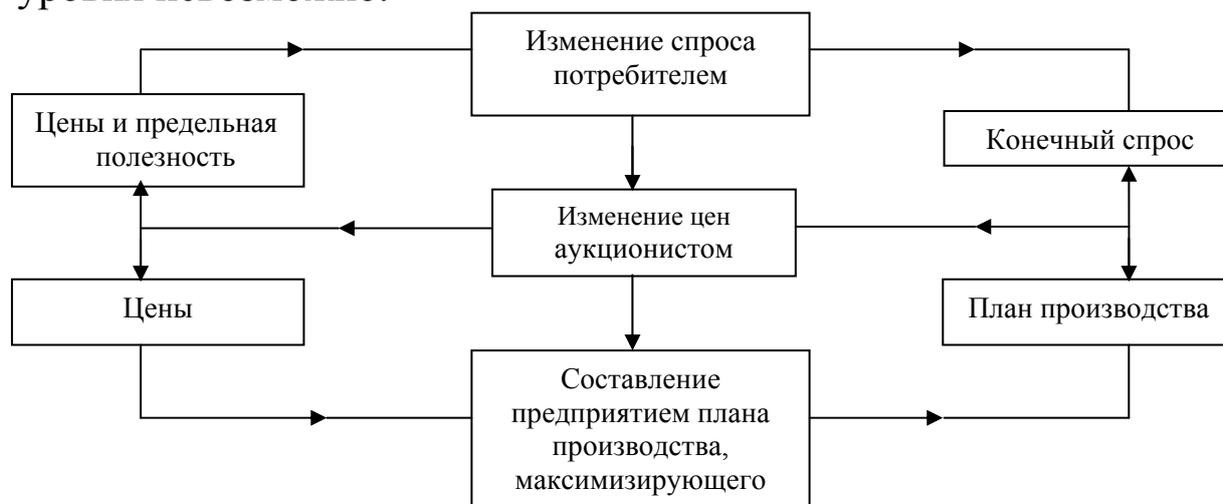


Рис. 7.2. Блок-схема модели Эрроу – Гурвица

Производственная функция и функция полезности определяются в программе следующим образом:

$$Y_i^S = c_i \cdot (L_i^d), (a_i < 1), U = b_1 \cdot \ln Y_1^d + b_2 \cdot \ln Y_2^d.$$

7.4. Модель Эрроу – Дебре

Модель Эрроу – Дебре – экономико-математическая модель общего равновесия рынка, одна из основных моделей математической экономики. В качестве компонентов модели выступают товары (характеризующиеся свойствами объективности и измеримости), потребители, обладающие строго определенными предпочтениями (допускается их изменение в соответствии с внешними условиями, т. е. «обучение» потребителей в динамике), фирмы, т. е. поставщики товаров (для которых входы отрицательны, выходы положительны), цены и др. Модель использует математический аппарат теории выпуклости (разделяющей гиперплоскости) и неподвижной точки, описывает с его помощью конкурентную экономику и дает точное определение достигаемого такой экономикой равновесия. Оно иногда также называется равновесием Эрроу – Дебре.

Рыночный механизм Эрроу – Дебре базируется на двух фундаментальных положениях:

- 1) все продукты продаются и имеют рыночную цену;
- 2) цены определяются с помощью процедуры уравнивания спроса и предложения.

В исходной формулировке модели Эрроу – Дебре ничего не говорится о времени. То есть как бы молчаливо предполагается, что все показатели относятся к одному моменту времени. На самом деле такого предположения нет. Прием состоит в том, что один и тот же продукт в разное время формально можно считать разными продуктами. Один и тот же агент считается разными, если он функционирует в другом временном интервале.

Структурно модель Эрроу – Дебре весьма близка к модели Вальраса. От последней она отличается конкретизацией природы происхождения функций предложения и спроса, а также механизма образования дохода потребителя. Покажем это по порядку.

Для каждого производителя j введем множество $Y_j \in R^n$, которое здесь будем трактовать как множество производственных функций, т. е. это есть множество n -мерных векторов $\varepsilon_j \in R^n$, часть компонентов которых описывает затраты, а другая часть – соответствующие этим затратам выпуски товаров. Компоненты,

соответствующие затратам, снабжаются отрицательными знаками. Поэтому скалярное произведение $\langle p, \varepsilon_j \rangle$ показывает прибыль, полученную производителем j в результате реализации плана $\varepsilon_j \in Y_j$. Отсюда оптимальный план ε_j^* , участвующий в определении совокупного предложения, определяется как решение задачи:

$$\langle p, \varepsilon_j \rangle \rightarrow \max \text{ при ограничении } \varepsilon_j \in Y_j .$$

Оптимальное решение этой задачи обозначим через $\varepsilon_j^* = \varepsilon_j^*(p)$, а множество всех таких решений (множество оптимальных планов) – через $Y_j^*(p)$. Если задача имеет единственное решение, то $Y_j^*(p) = \varepsilon_j^*(p)$.

Доход потребителя i складывается следующим образом. Вводится коэффициент $a_{i,j}$, который показывает долю i -го потребителя в прибыли j -го производителя. Предполагается, что прибыль каждого производителя делится между всеми потребителями полностью, т. е. для любого $j = 1, \dots, m$

$$\sum_{i=1}^j a_{i,j} = 1, a_{i,j} \geq 0.$$

Пользуясь коэффициентами $a_{i,j}$, суммарные дивиденды V_i , получаемые потребителем i от производственного сектора, можно представить как

$$V_i(p) = \sum_{j=1}^m a_{i,j} \langle p, \varepsilon_j \rangle ,$$

где $\varepsilon_j \in Y_j$. Поэтому общий доход потребителя i при реализации производственных планов $\varepsilon_j, j = 1, \dots, m$ вычисляется по формуле

$$K_i(p) = \langle p, b_i \rangle + \sum_{j=1}^m a_{i,j} \langle p, \varepsilon_j \rangle .$$

Функция спроса потребителя конкретизируется следующим образом. Вводится множество допустимых векторов потребления $X_i \subset R^n$, а предпочтение потребителя на этом множестве задается с помощью функции полезности $u_i: X_i \rightarrow R^1$. В результате вектор-функция спроса строится как решение задачи:

$$u_i(x_i) \rightarrow \max$$

при ограничениях $\langle p, x_i \rangle \leq K_i(p), x_i \geq 0$.

Оптимальное решение этой задачи обозначим через $x_i^* = x_i^*(p)$, а множество всех таких решений – через $D_i^*(p)$. Если задача имеет единственное решение, то $D_i^*(p) = x_i^*(p)$.

Таким образом, очерчены конкретные виды множеств в правых частях соотношений, определяющих функции совокупных спроса и предложения:

$$D(p) = \sum_{i=1}^j D_i^*(p).$$

$$S(p) = \sum_{i=1}^j b_i + \sum_{j=1}^m Y_j^*(p).$$

Модель, в которой функции определены в указанном виде, называется моделью Эрроу – Дебре, если выполнены следующие требования:

- условие 1, т. е. требование непрерывности функции прибыли, обеспечивающее существование решения задачи;
- условие 2, допускающее эффективность использования «смешанных» планов производства на уровне всего производственного сектора;
- условия 3–5, имеющие технический характер;
- условие 6, требующее наличия у каждого потребителя «существенного» начального запаса всех товаров. Оно считается достаточно жестким, но без него (или незначительного его ослабления) нельзя доказать существование конкурентного равновесия в модели Эрроу – Дебре.

Существование конкурентного равновесия, помимо условий 1–6, зависит от наличия положительного дохода у всех потребителей. Очевидно, что это условие слабее, чем условие 6, так как положительный доход у потребителя может существовать и при отсутствии начального запаса товаров (за счет участия в прибыли производственного сектора). Последнее условие выполняется,

если хотя бы одно производственное предприятие рентабельно и все потребители участвуют в прибыли производственного сектора (как минимум, не являются безработными). Это условие представляется не столь жестким, и, следовательно, существование экономического равновесия – реально. Однако не следует забывать, что речь идет о моделях рынка, предполагающих выполнение не совсем реальных условий совершенной конкуренции.

Таким образом, для наиболее распространенного сегодня видения основополагающих проблем экономической теории, связанных с функционированием рыночной экономики, характерны две противоречащие друг другу особенности. С одной стороны, доминирующая роль нормативных моделей общего равновесия (модель Эрроу – Гурвица, модель Эрроу – Дебре) подразумевает некий единый подход в экономическом анализе. С другой стороны, очевидны расхождения между многочисленными и часто противоречивыми подходами. Это объясняется тем, что эти модели позволяют прийти только к одному результату: демонстрации существования возможности совместить индивидуальные планы экономических агентов. Но экономический смысл этого результата не определен, модели не позволяют разрешить связанные с анализом рынка проблемы функционирования рынка и роли денег.

Существует множество частных гипотез на основе этих моделей. Вследствие этого трансформируется понятие равновесия: оно является не нормальным состоянием экономики, а решением модели, причем каждая модель предполагает наличие собственного состояния равновесия.

Тем не менее нельзя не учесть, что модель Эрроу – Дебре применяется к межвременному анализу концепции статического равновесия. У Вальраса общее равновесие позволяет анализировать состояние экономики, которое совпадает со временем функционирования рынка и является результатом решений агентов, касающихся текущего состояния экономики. В модели же Эрроу – Дебре рынок функционирует в текущем периоде, а решения агентов касаются будущей ситуации в экономике, что помогает им выстраивать свою деятельность в долгосрочном периоде.

Глава 8. Модели общего экономического развития

8.1. Общая характеристика моделей

Макроэкономика занимается изучением функционирования экономической системы как единого целого. Это означает, что внутренние связи и внутреннее устройство объекта игнорируются, а изучаются только входы и выходы, их взаимозависимость. В кибернетике такой подход связывают с понятием «черный ящик». В экономике он означает изучение обобщающих показателей функционирования экономической системы безотносительно к тому, продуктом каких взаимодействий составляющих ее элементов являются эти показатели.

Для макроэкономики характерен анализ использования макроэкономических инструментов, к которым относятся:

1) управляемые переменные, используемые в моделях экономической политики для выработки регулирующих (в частности, стимулирующих) воздействий на экономическую систему;

2) реальные рычаги, оказывающие регулирующие воздействия на экономику для преодоления факторов, нарушающих естественный ход рыночных конкурентных процессов и предназначенных для поддержания стабильного роста производства, уровня цен и занятости. К таким макроэкономическим инструментам относятся налоги, квоты, правовое регулирование поведения фирм на рынке, ограничения в области заработной платы и пенсий и другие меры финансово-денежной, антимонопольной, социальной, внешнеэкономической политики.

С этой точки зрения модели экономического роста используются при оценке народно-хозяйственной ретроспективы и в задачах прогностического характера. В основе теорий экономического роста лежат три гипотезы:

1) макроэкономическая – представление о народном хозяйстве как о целом, функционирующем по принципу единого предприятия;

2) измеримости – совокупная деятельность в народном хозяйстве может быть отражена с помощью сквозных агрегатных пока-

зателей типа валового национального продукта, национального дохода;

3) экономического роста – развитие экономики и общества допускает адекватное отражение в динамике указанных показателей.

Модели экономического роста возникают в процессе формальной конкретизации этих гипотез. Главное отличительное свойство моделей экономического роста – отражение воспроизводственных процессов. Большинство известных моделей учитывает воспроизводство основного капитала (основных фондов), а формирование других экономических ресурсов происходит вне модели.

Экономический рост является наиболее благоприятной траекторией экономического развития, поэтому большинство моделей общего экономического развития на самом деле предстают как модели экономического роста.

Экономический рост можно рассматривать как долгосрочный аспект расширения совокупного предложения, характеризующегося ростом потенциального объема выпуска. Он служит основой решения большинства социально-экономических проблем, является главным фактором прогресса и результатом развития науки, техники, институциональных факторов. Экономический рост представляет собой сложное, многогранное явление, которое изучалось и изучается экономистами-теоретиками всех поколений.

В последнее время теория общего экономического развития стала отдельным, сравнительно обособленным разделом экономической теории. Несмотря на это, окончательная интерпретация и формализация этого явления еще не завершена. Анализ факторов и закономерностей экономического роста является одним из центральных вопросов макроэкономической теории. Как и любые модели, модели роста представляют собой абстрактное, упрощенное выражение процесса с использованием математического аппарата и графиков. Целый ряд допущений, предваряющих каждую модель, уже изначально отодвигает результат от реальных процессов, но, тем не менее, даёт возможность проанализировать

отдельные стороны и закономерности такого сложного явления, как экономический рост.

Представители практически всех школ макроэкономики пытались создать собственную модель экономического роста. Наиболее широкое распространение получили кейнсианские и неоклассические модели.

Кейнсианская теория видит главное условие экономического роста прежде всего в наличии макроэкономического равновесия. Именно поэтому, рассматривая данный вопрос, Кейнс применяет в основном уже использованные им методы при исследовании макроэкономической модели краткосрочного равновесия. Следует отметить, что Кейнс рассматривал все процессы, происходящие в экономике, в рамках краткосрочного периода, что объяснялось особенностями депрессивной экономики 1930-х годов.

Первой попыткой обобщения процессов, рассматриваемых в рамках кейнсианского подхода, являются модели Е. Домара и Р. Харрода. В данных моделях рассматривается совокупность условий, обеспечивающих устойчивый темп роста национального дохода. Определяющим здесь является переход от краткосрочного периода к долгосрочному, рассмотрение важнейших процессов в динамике.

Модель устойчивого роста Домара описывает условия, обеспечивающие такой темп роста дохода, который необходим для полной загрузки увеличивающегося посредством инвестиций основного капитала. Такой подход предполагает совместное рассмотрение мультипликативного эффекта инвестиций и их влияния на расширение производственных мощностей.

Модель Харрода несколько перемещает акценты, выдвигая в центр анализа последствия прироста индуцированных инвестиций – инвестиций, которые были вызваны ростом дохода в результате действия принципа акселерации. Оба эти подхода на практике неразрывно связаны друг с другом, поскольку общие итоги этих исследований во многом схожи.

Вслед за Харродом и Домаром, показавшими возможность существования экспоненциального роста на основе накопления капитала и изменения производительности, на долгие годы главенство в теориях долгосрочного роста получила неокласси-

ческая теория во главе, прежде всего, с Р. Солоу и Т. Сваном. Основное внимание здесь уделялось вопросам накопления капитала и связям двух основных факторов производства – труда и капитала, их отношению к научно-техническому прогрессу. Позже дополненная Д. Кассом, Т. Купмансом неокейнсианская модель приобрела необходимую полноту и совершенство, позволяющее ей до сих пор оставаться той базой, от которой отталкивается вся теория роста.

Следует отметить, что на протяжении истории экономической теории производилось множество попыток создания модели экономического роста. В частности, существенный вклад внесли ученый-эмпирик С. Кузнец, приверженцы посткейнсианского течения Д. Робинсон и Н. Калдор, неоклассики – Ч. Кобб и П. Дуглас, Я. Тинберген и многие другие. Каждая модель имеет свои преимущества и, что неизбежно, некоторые недостатки, поскольку описывает сложнейшую категорию – экономический рост. Не менее важным является замечание, что создание единой, совершенной модели роста практически невозможно вследствие наличия глубоких различий в экономической ситуации, уровне развития экономики, экономической политике, истории различных государств.

8.2. Модели экономического роста Домара и Харрода

Модели, созданные этими теоретиками, по существу, эквивалентны. Домар первоначально не ставил перед собой задачу систематически разработать теорию роста, он намеревался лишь проанализировать проблему полной занятости в более широком плане. Харрод же поставил перед собой значительно более широкую задачу, а именно: заложить основы общей теории роста капиталистической экономики. Так как оба экономиста в итоге пришли к уравнению равновесного (гарантированного) роста, то в теории экономического развития часто говорят не об отдельных моделях каждого из них, а о модели экономического роста Харрода – Домара.

Сбалансированный рост – это единый темп роста, который должен равняться отношению между нормой сбережений и показателем капиталоемкости экономики. Данное определение практически описывает основное содержание модели Харрода – Домара, главная цель которой – описать механизмы, способствующие стабилизации и уменьшению безработицы, стимулированию инвестиций, достижению полной занятости.

Модель Харрода – Домара является примером модели с непрерывным временем. Она включает в себя жесткие допущения, применимые только при краткосрочном анализе. Она описывает динамику дохода Y , который рассматривается как сумма потребления C и инвестиций I . При этом инвестиции I , согласно кейнсианской теории, равны сбережениям S , а прирост инвестиций a с приростом дохода связан мультипликатором $1/s$. Экономика считается закрытой, поэтому чистый экспорт равен нулю, а государственные расходы в модели не выделяются. Основная предпосылка модели роста – формула взаимосвязи между инвестициями и скоростью роста дохода. Предполагается, что скорость роста дохода пропорциональна инвестициям. Кроме того, в модели используется ряд предпосылок:

- Инвестиционный лаг равен нулю.
- Выбытие капитала отсутствует.
- Модель Харрода включает эндогенную инвестиционную функцию с акселератором, базирующуюся на ожидаемом реальном доходе. Модель Домара включает экзогенную функцию инвестиций с мультипликатором.
- Затраты труда постоянны во времени, либо выпуск не зависит от затрат труда, поскольку труд не является дефицитным ресурсом.
- Модель не учитывает технического прогресса.

Перечисленные предпосылки существенно огрубляют описание динамики реальных макроэкономических процессов, делают затруднительным применение модели Харрода – Домара для непосредственного расчета или прогноза величины совокупного выпуска или дохода. Вместе с тем ее относительная простота позволяет достичь поставленной теоретической цели – изучить взаимосвязь динамики инвестиций и роста выпуска, получить

точные формулы изменения рассматриваемых параметров при сделанных предположениях. Рассмотрим подробнее каждую из моделей.

Модель Домара является простейшей посткейнсианской моделью экономического развития. В ней в явном виде присутствует только рынок благ. Технология производства представлена производственной функцией Леонтьева с постоянными технологическими коэффициентами затрат факторов. Предполагается, что на рынке труда существует избыточное предложение и это обеспечивает постоянство уровня цен. Рынок благ изначально сбалансирован. Фактором увеличения совокупного спроса и совокупного предложения выступает прирост инвестиций.

Если в периоде t инвестиции возросли на ΔI_t , то в результате мультипликативного эффекта в этом периоде совокупный спрос увеличится на

$$\Delta y_t^D = \Delta I_t / S_y.$$

Предложение в периоде t увеличится на $\Delta y_t^S = \sigma \cdot \Delta K_t$, где $\sigma = \Delta y / \Delta K = y / K$ – предельная производительность капитала (величина, обратная акселератору), которая при данном уровне развития техники предполагается неизменной; ΔK_t – приращение капитала на начало периода t . Чтобы на начало текущего периода капитал возрос на ΔK_t , в предшествующем периоде необходимо было осуществить определенный объем инвестиций:

$$I_{t-1} = K_t - K_{t-1} = \Delta K_t,$$

следовательно, $\Delta y_t^S = \delta \cdot I_{t-1}$.

Экономический рост будет равновесным, если $\Delta y_t^D = \Delta y_t^S$, т. е. $\Delta I_t / S_y = \sigma \cdot I_{t-1}$, или $\sigma \cdot S_y = (I_t - I_{t-1}) / (I_{t-1}) = I$.

Таким образом, в описанных условиях равновесный рост экономики достигается тогда, когда темп прироста инвестиций равен произведению значений производительности капитала и предельной склонности к сбережению. Значение σ объективно задано технологией производства, и поэтому регулировать темп равновесного роста можно только посредством S_y .

Так как при равновесии $I = S$, а $S = S_y \cdot y$, причем $s_y = const$, то

$$\Delta I_t / I_{t-1} = \Delta y_t / y_{t-1}.$$

И, наконец, учитывая, что в модели используется производственная функция с непроизводимыми факторами $K/L = \text{const}$, темп прироста предложения труда должен равняться темпу прироста капитала:

$$\Delta N_t / N_{t-1} = \Delta K_t / K_{t-1}.$$

В результате условие равновесного роста (1) можно расширить:

$$\Delta I_t / I_{t-1} = \Delta y_t / y_{t-1} = \Delta N_t / N_{t-1} = \Delta K_t / K_{t-1} = \sigma \cdot S_y.$$

Графическая интерпретация модели Домара представлена на рис. 8.1. В I квадранте изображен график производственной функции. Во II и IV квадрантах проведены вспомогательные линии под углом 45° к осям координат. В III квадранте представлен график функции сбережений. Производственная функция определяет объем предложения, а функция сбережений – объем спроса.

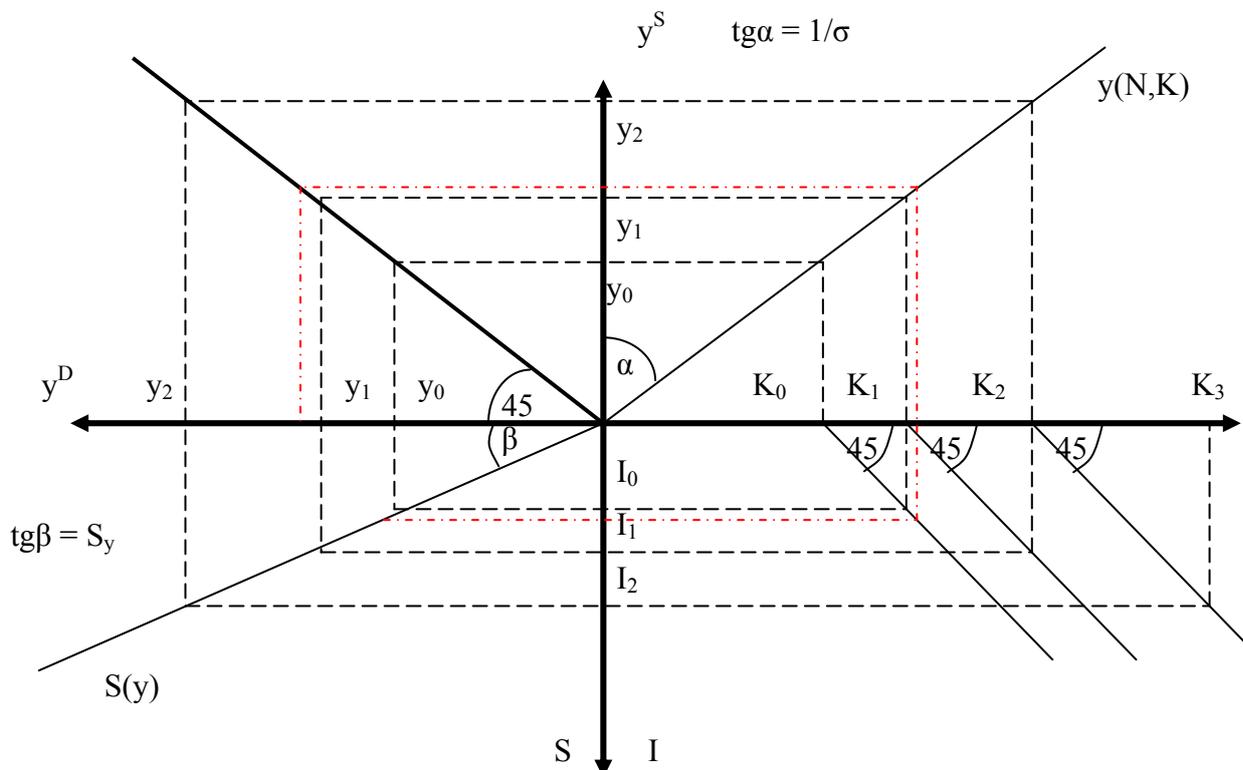


Рис. 8.1. Графическая модель Домара

В периоде t_0 при объеме капитала K_0 совокупное предложение составит y_0 . Чтобы в периоде t_0 и совокупный спрос равнялся y_0 , объем инвестиций должен равняться I_0 . Такой объем инвестиций увеличит в периоде t_1 объем капитала до $K_0 + I_0 = K_1$. В результате в периоде t_1 совокупное предложение будет равно y_1 и т. д.

Однако инвестиционные планы предпринимателей могут оказаться не столь оптимистичными: объем инвестиций может быть меньше необходимого для равновесного роста уровня или сохраняться на одном и том же уровне. В этом случае система будет все дальше отклоняться от равновесия. Следовательно, при данных условиях равновесие неустойчиво.

На рис. 8.1 пунктирная линия показывает, что при недостаточном инвестировании возникает перепроизводство, если в периоде t_1 объем инвестиций оказывается меньше I_1 , то предложение будет больше, а спрос – меньше, чем y_1 .

Итак, из теории роста Е. Домара следует, что существует равновесный темп роста, при котором гарантировано полное использование существующих в каждом периоде производственных мощностей. Равновесный темп роста тем выше, чем больше норма сбережений и чем меньше капиталоемкость продукции. Однако динамическое равновесие неустойчиво, и поэтому необходимо государственное регулирование экономического роста.

Харрод совершенствует модель устойчивого экономического роста, включая в нее эндогенную функцию инвестиций, то есть их способность изменяться (в отличие от заданных инвестиций у Домара) на основе принципа акселератора и ожиданий предпринимателей. Таким образом, данная модель отражает некоторые особенности инвестиционного спроса, который находится в прямой связи с экономическим ростом.

Как и в предыдущей модели, исследование начинается с использования традиционного условия макроэкономического равновесия:

$$S = I = s \cdot Y, 0 < s < 1,$$

где $s = S/Y = \Delta S/\Delta Y = MPS$.

Согласно принципу акселератора любой рост (сокращение) дохода вызывает рост (сокращение) капиталовложений, пропорциональный изменению дохода:

$$\Delta I = a\Delta Y.$$

Далее предприниматели планируют объем собственного производства, исходя из ситуации, сложившейся на рынке в предшествующий период: если их прошлые прогнозы относительно спроса оказались верными и спрос полностью уравновесил предложение, то в данном периоде предприниматели оставят темпы роста объема выпуска неизменными; если спрос был выше предложения, они увеличат темпы расширения производства; если предложение превышало спрос в предшествующем периоде, они снизят темпы роста. Формализовать это можно следующим образом:

$$\frac{Y_1 - Y_0}{Y_0} = k \frac{Y_0 - Y_{-1}}{Y_{-1}},$$

где $k = 1$, если спрос в предшествующем периоде был равен предложению;

$k > 1$, если спрос превысил предложение;

$k < 1$, если спрос был ниже предложения.

Отсюда получим объем предложения в динамике:

$$Y_1 = Y_0 \left(k \frac{Y_0 - Y_{-1}}{Y_{-1}} + 1 \right).$$

Для определения совокупного спроса используется модель акселератора, а также условие равенства сбережений и инвестиций:

$$Y_1 = \frac{I}{MPS} = \frac{a(Y_1 - Y_0)}{MPS}.$$

Равновесный экономический рост, как и в описанной модели, предполагает равенство совокупного спроса и совокупного предложения:

$$\frac{a(Y_1 - Y_0)}{MPS} = Y_0 \left(k \frac{Y_0 - Y_{-1}}{Y_{-1}} + 1 \right).$$

Предположим, что в соответствующем периоде спрос был равен предложению, т. е. $k=1$. Тогда, в соответствии с принятыми условиями поведения, предприниматели и в текущем периоде сохраняют темпы роста производства такими же, как и в предыдущем периоде, т. е.

$$\frac{Y_1 - Y_0}{Y_0} = \frac{Y_0 - Y_{-1}}{Y_{-1}} = \frac{\Delta Y}{Y}.$$

Тогда предыдущее выражение можно представить следующим образом:

$$\frac{a}{MPS} \cdot \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta Y}{Y} + 1.$$

После преобразований получаем:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{MPS}{a - MPS}.$$

Из последней формулы видно, что темп роста национальной экономики находится в прямой зависимости от предельной склонности к сбережению и в обратной – от коэффициента акселератора. Чем большая доля дохода сберегается, тем больше должен быть и темп роста национального продукта. Аналогично, чем меньше акселератор a , тем меньше инвестиции, индуцируемые заданным увеличением национального продукта, а следовательно, тем выше темп экономического роста.

В данной модели величина ΔY , фигурирующая в уравнении спроса на инвестиции, в сущности, представляет собой ожидаемое в будущем изменение дохода. Принимаемые в настоящее время инвестиционные решения влияют на события последующего периода, и, как бы ни формировались ожидания – исходя из анализа текущей ситуации или на основе опыта недавнего прошлого, – эти решения должны принимать в расчет ожидаемые будущие события. Следовательно, по Харроду, равновесный темп роста $\frac{MPS}{a - MPS}$ должен обеспечивать реализацию этих ожиданий, а это, в свою очередь, будет означать гарантированное осуществление инвестиционных планов. Опираясь на это, Харрод назвал выражение $\frac{MPS}{a - MPS}$ «гарантированным» темпом роста: подерживая его, предприниматели будут полностью удовлетворены своими решениями, поскольку спрос будет равен предложению и их ожидания будут осуществляться.

Помимо гарантированного темпа роста, Харрод вводит понятие «естественного» темпа роста, который в условиях

полной занятости определяется темпами роста предложения и производительности труда, представляя собой сумму этих величин. При таком темпе роста достигается полная занятость труда и капитала. Иначе говоря, естественный темп – это максимальный темп роста, которого может достичь экономика при заданных возможностях расширения предложения труда и повышения его производительности. Во избежание недоразумений, которые может вызвать термин «естественный», необходимо подчеркнуть, что в модели Харрода такой темп роста складывается не в результате свободного взаимодействия рыночных сил, а вследствие лишь максимальных темпов расширения производства.

Харрод уделяет большое внимание и вопросу соотношения гарантированного и естественного темпов роста. Так, если темп гарантированного роста окажется выше естественного, экономика будет тяготеть к долговременному состоянию стагнации. Причина этого заключается в следующем: из-за недостатка трудовых ресурсов фактический темп окажется ниже гарантированного, снизится объем инвестиций. В такой ситуации сбережения будут превышать инвестиции, в результате чего совокупное предложение превысит совокупный спрос.

В обратной ситуации фактический темп может превысить гарантированный, поскольку существующий избыток трудовых ресурсов даст возможность увеличить инвестиции. Экономическая система будет переживать бум. Однако возникающие в данном случае избыток предложения инвестиций и напряженность в использовании производственных мощностей могут привести к увеличению инфляции.

Фактический темп роста может быть равен гарантированному. Экономика в таком случае будет развиваться в условиях динамического равновесия, вполне удовлетворяющего предпринимателей, но при наличии вынужденной безработицы.

В результате всех рассуждений Харрод приходит к выводу, что в принципе существует такая линия развития (линия динамического равновесия, выраженная в гарантированном темпе роста), придерживаясь которой производители останутся удовлетворенными результатами своей деятельности. Однако на

практике существует тенденция ко все большему удалению производства от этой величины либо в сторону повышения, либо в сторону понижения. Это утверждение в историко-экономической литературе получило наименование «парадокса Харрода».

Обобщая сказанное, можно выделить три ключевых компонента модели экономического роста Харрода – Домара, анализ которых позволяет сделать ряд принципиальных выводов относительно регулирования экономического роста.

1. *Фундаментальное уравнение роста*, из которого следует очевидный вывод: темп роста прямо пропорционален доле сбережений и обратно пропорционален капиталоемкости. Ему можно придать и более содержательную интерпретацию с точки зрения исследуемой проблемы стабильности экономического роста в каждой конкретной экономике.

2. *Гарантированный (равновесный) рост*, т. е. такой рост, при котором ожидания (планы) предпринимателей в точности реализуются и у них нет никакого стимула расширять или сокращать свои производственные мощности (которые загружены полностью). Для каждого момента времени величина гарантированного роста определена однозначно.

Фактический рост вовсе не обязательно должен быть равен гарантированному, хотя, конечно, всякая фирма стремится к тому, чтобы ее планы были максимально точно реализованы. Расхождение фактического и гарантированного роста в модели имеет тенденцию не сглаживаться, а, напротив, нарастать, что ведет к неустойчивости системы, т. е.

- если рост (G) оказался больше ожидаемого (G_w), то капиталоемкость a будет меньше требуемой a_r . Это приведет в действие эффект акселератора – возрастут заказы на инвестиционные товары. В свою очередь, инвестиционный мультипликатор приведет к дальнейшему росту производства;

- если фактический рост окажется меньше гарантированного (ожидания производителей окажутся невыполненными), то мощности окажутся недогруженными, что запустит механизм акселератора-мультипликатора в сторону понижения.

Возрастающее отклонение фактического роста от гарантированного можно было бы предотвратить, если бы норма сбере-

жения s изменилась во столько же раз, что и фактический темп роста G , но в противоположном направлении. Однако на практике это не реализуемо. Таким образом, ситуация сбалансированного роста, когда фактический рост равен гарантированному, оказывается, говоря словами Харрода, «равновесием на лезвии ножа». Действием этих центробежных сил, заставляющих систему отклоняться дальше от равновесного роста, Харрод объяснял феномен экономического цикла.

3. *Естественный (максимальный) рост*, т. е. темп экономического роста при полной занятости труда (максимально возможный уровень среднего значения G за долгосрочный период).

Если гарантированный рост обеспечивает полную загрузку производственных мощностей, то естественный рост гарантирует полную занятость другого фактора производства – трудовых ресурсов – и определяется темпом роста предложения труда и темпом роста его производительности. При предпосылке экспоненциального роста предложения и производительности труда естественный темп роста равен сумме темпов роста этих величин.

Чтобы были полностью загружены и труд, и капитал, необходимо, чтобы соблюдалось равенство $G_w = G_n$. Однако гарантированный и естественный темпы роста определяются независимо друг от друга совершенно разными факторами и совпасть могут только случайно. «Лезвие ножа», на котором находится равновесие в модели Харрода – Домара, оказывается «обоюдоострым» – необходимо дополнительно рассматривать случаи неравенства G_w и G_n .

• Для начала предположим, что $G_w = G_n$. Если $G > G_w$, возникает самоподдерживающийся бум. Если же при этом $G_n < G_n$, т. е. $G_w < G < G_n$, то этому буму не видно никаких границ в долгосрочном периоде. Структурная безработица присутствует, т. к. уровень G_n не достигнут, но сокращается. Однако это состояние нельзя назвать беспроблемным, поскольку ситуация, когда производственные мощности хронически перегружены, чревата инфляцией.

• Конечно, намного хуже, если $G_n > G_n$. Тогда G просто не может быть больше, так как величина G_n – его физический предел. Это означает одновременное существование безработицы

($G < G_n$) и недогрузки мощностей ($G_n < G_w$), т. е. преимущественно депрессивное состояние экономики в течение долгого времени.

Таким образом, если расхождение фактического и гарантированного роста создает циклические колебания, то расхождение гарантированного и естественного роста ведет к хронической безработице.

Анализируя данную модель, следует отметить, что при всем огромном значении её результатов, имеются некоторые недостатки. Во-первых, модель Харрода – Домара довольно абстрактна, так как несет в себе слишком много неприемлемых допущений. Важнейшее из них – некоторая абсолютизация роли инвестиций, в то время как прирост общественного продукта зависит от изменения всех факторов производства – труда, капитала и природных ресурсов. Ключевую роль в процессе роста играет также научно-технический прогресс, который в данном исследовании не учитывался вообще.

Во-вторых, не менее сомнительным допущением является постоянство коэффициента капиталоемкости и иных показателей, применяемых в исследовании. Ограниченность моделей задана отсутствием в них взаимозаменяемости факторов производства – труда и капитала, что в современных условиях не всегда соответствует действительности.

Модель Харрода – Домара и последующие неокейнсианские модели приводят к выводу о том, что даже в долгосрочном периоде экономическая система будет в лучшем случае находиться в состоянии очень шаткого равновесия, что выражается в неспособности системы к саморегулированию. Таким образом, без государственного вмешательства достижение устойчивого равновесия практически невозможно. По сути, небольшое отклонение значений таких ключевых параметров, как норма сбережений и фондоотдача, от равновесных значений приводит либо к увеличению безработицы, либо к длительной инфляции. Объяснением этому служит жесткая взаимозаменяемость труда и капитала или отсутствие её вообще.

Нередко критика модели сводится к тому, что в исследовании акцентируется внимание прежде всего на количественных

взаимосвязях расширенного воспроизводства, без должного внимания к социальной сфере. Так, резко осуждается отсутствие анализа общественных конфликтов, порождаемых процессами накопления капитала, и тому подобное.

Все же, несмотря на то, что многие из приведенных аргументов представляются справедливыми, исследования Е. Домара и Р. Харрода имеют огромное значение для экономической теории. Прежде всего, с данных исследований начинается изучение нового класса динамических моделей, несущее в себе все более тонкие количественные закономерности экономического роста. На них базируется целый класс более сложных моделей роста. Многие категории используются при прогнозировании экономического роста в ряде стран. Их можно встретить и в новейших публикациях западных экономистов.

В модели, созданной представителями неокейнсианства Р. Харродом и Е. Домаром, впервые предпринята попытка рассмотреть именно динамический аспект экономического роста. Целью исследователей являлось изучение условий, при которых обеспечивается устойчивый, т. е. равновесный, темп роста национального дохода. Важная роль модели, по выражению самого Р. Харрода, состоит, прежде всего, в создании «динамического» образа мышления. Данная модель не претендует на детальное объяснение процесса экономического роста, однако она представляет собой важную методологическую базу для последующих исследований.

В научной литературе несовпадение гарантированного и естественного темпов экономического роста и невозможность их приспособления друг к другу получили название «первой проблемы Харрода», которую попытался решить в своей модели Роберт Солоу.

Из модели Харрода – Домара можно сделать вывод о возможности влияния на темпы экономического роста при помощи политики накопления и инвестирования, а также стимулирования ускорения или замедления процесса обновления основного капитала. Кейнсианской концепции управляемого экономического роста представители неоклассического направления противопоставили свою точку зрения о невозможности воздействовать

на темпы экономического роста с помощью мер государственного регулирования.

8.3. Модель экономического роста Р. Солоу

Р. Солоу полагал, что основной причиной неустойчивости экономики в модели Харрода – Домара является фиксированная величина капиталоемкости (a), отражающая жесткое соотношение между факторами производства – трудом и капиталом (K/L). Неудивительно, что в этом случае один из факторов остается «недогруженным». В соответствии же с принципами неоклассической теории пропорции между капиталом и трудом должны быть переменными (именно в этом заключается неоклассический характер теории роста Солоу). Рассмотрим некоторые особенности модели Солоу. Данная модель:

- использует нелинейную производственную функцию, отражающую закон убывания предельной производительности;
- учитывает выбытие основного капитала;
- включает описание динамики трудовых ресурсов и технического прогресса и их влияние на экономический рост;
- позволяет решать задачу максимизации уровня потребления на некотором множестве устойчивых траекторий.

Модель строится на основе следующих допущений:

- норма сбережений и норма выбытия капитала считаются постоянными;
- инвестиционные лаги отсутствуют;
- производственная функция имеет постоянную отдачу от масштаба;
- на начальном уровне анализа ищутся характеристики состояний устойчивого равновесия, к которым система выходит в долгосрочном периоде.

Основные положения модели Солоу:

- производственная функция имеет вид $Y = F(K, L)$. Отдача от масштаба постоянна. Предельная производительность факторов положительна, но убывает;
- величина выбытия капитала W пропорциональна его величине K : $W = b \cdot K$, где b – норма выбытия;

- норма сбережений (инвестиций) s постоянна, инвестиции $I = s \cdot Y$;
- доход Y распределяется на потребление и инвестиции: $Y = C + I$;
- численность занятых L растет с постоянным темпом n ;
- трудосберегающий технический прогресс имеет темп g , т. е. число условно высвобождаемых работников из расчета постоянной эффективности одного занятого растет с темпом g .

Исходя из этого выводится фундаментальное уравнение Солоу:

$$\frac{dk}{k} = \frac{dK}{K} - \frac{dL}{L} = \frac{s \cdot Y}{K} = s - \frac{L}{K} \cdot f(k) - n$$

или

$$dk' = s \cdot f(k) - n \cdot k$$

Если $s \cdot f(k) = n \cdot k$, то капиталовооруженность остается прежней ($dk=0$), т. е. экономика растет без каких-либо структурных изменений в соотношении между факторами. Это и есть сбалансированный рост.

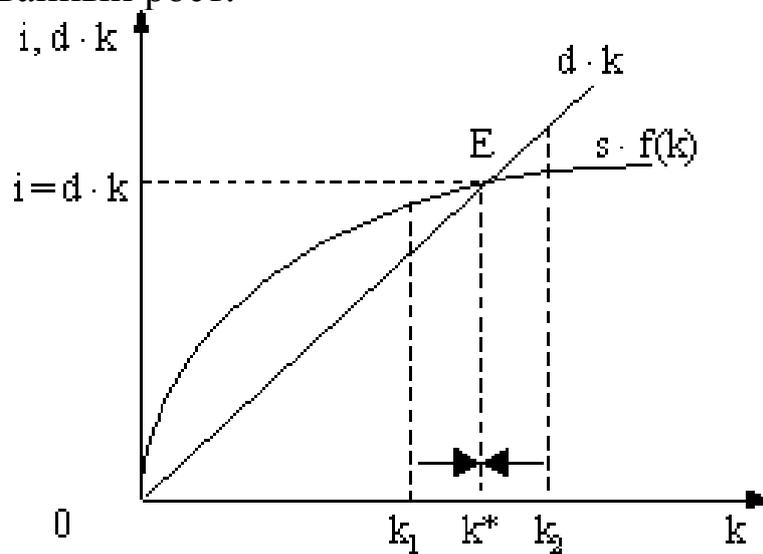


Рис. 8.3. Графическое изображение модели Солоу

Опираясь на изложенное, можно констатировать, что:

- траектория сбалансированного роста в данной модели является устойчивой, в отличие от модели Харрода – Домара;

- прямая dk на этом графике показывает, сколько должен сберегать и инвестировать каждый работник из своего дохода, чтобы обеспечить будущих работников капитальными благами;
- кривая $Sf(k)$ демонстрирует, каковы фактические сбережения работника в зависимости от достигнутого уровня капиталовооруженности;
- с ростом капиталовооруженности k темп роста инвестиций/сбережений, естественно, падает. Вертикальное расстояние между кривой и прямой обозначает в соответствии с фундаментальным уравнением Солоу дифференциальное изменение показателя капиталовооруженности $d \cdot k$;
- в точке k^* капиталовооруженность равна нулю и наблюдается сбалансированный рост. Экономика постоянно сдвигается в сторону этой точки, и траектория сбалансированного роста является устойчивой.

Если $k_2 > k^*$, то это значит, что рост капитала уже недостаточен для оснащения должным образом рабочей силы. Аналогично, если отношение «капитал – труд» приобретает значение меньше, чем k^* , наблюдается избыток капитала и предприниматели выбирают технику с более интенсивным использованием капитала, чтобы вернуться к оптимальному отношению «капитал – труд»;

- как только рост становится сбалансированным, его дальнейший темп зависит только от роста населения и технологического прогресса.

Таким образом, модель Солоу гарантирует не только возможность равновесного экономического роста, т. е. развития при полной занятости и полном использовании капитала, но также и устойчивость этого роста в том смысле, что при отклонении системы от линии равновесного развития вступают в действие эндогенные механизмы, способные гарантировать возвращение к состоянию равновесия.

Различия модели экономического роста Харрода – Домара и модели Солоу

Наиболее важными представляются концептуальные различия во взглядах на характер экономического роста:

- кейнсианская модель (модель Харрода – Домара) показывает, что развитие не сбалансировано, носит неравновесный характер; экономический рост и циклические колебания имеют одну и ту же инвестиционную природу;

- неоклассическая модель (модель Солоу) показывает рост как равновесный, сбалансированный процесс; темп наращивания объемов производства определяется темпом увеличения населения.

Другое принципиальное различие между кейнсианской и неоклассической теориями заключается в оценке значения предпринимательского поведения, которое выражается через механизм принятия инвестиционных решений:

- кейнсианская парадигма признает ключевое значение механизма принятия инвестиционного решения для экономического роста;

- неоклассическая традиция склонна игнорировать этот фактор.

8.4. Модель Н. Калдора

В модели Н. Калдора причинами циклического развития экономики являются эндогенные факторы. В основе этой модели лежат специфические функции инвестиций и сбережений. Стремясь приблизить модель равновесного роста к реальности, Калдор включал в них факторы распределения национального дохода между прибылью и заработной платой, несовершенной конкуренции, инфляции, разделения продукта на потребительские и производительные блага и др.

Калдор предположил, что сбережения непостоянны и могут «подскочить» до такой величины, что коэффициент действительного роста упадет до гарантируемого уровня. Он формулирует так называемую «классо-специфическую гипотезу сбережений», в основе которой лежит идея, что норма сбережений от доходов фактора труда (зарплаты) имеет более низкое значение, чем норма доходов от прибыли.

В отличие от Харрода и Домара, Н. Калдор учитывает неравенство предельных склонностей к сбережению у предприни-

мателей (S_y^n) и у домашних хозяйств (S_y^h). Функция сбережений в его модели имеет вид:

$$S = S_y^n + S_y^h(y - m) \quad 0 < S_y^h < S_y^n < 1;$$

где m – доля предпринимателей в национальном доходе;

$y - m$ – доля домашних хозяйств.

Разделив обе части равенства на y , получим среднюю норму сбережений как функцию от удельного веса доли предпринимателей в национальном доходе:

$$\frac{S}{y} = S_y^h + (S_y^n - S_y^h) \cdot \frac{m}{y}.$$

Агрегированная квота сбережений $s = S/Y$ в этом случае не более чем экзогенная и постоянная величина. Агрегированная норма сбережений возрастает с повышением нормы прибыли, если в этом случае большая доля национального дохода приходится на обладателя дохода от прибыли, при этом классо-специфическая норма сбережений гипотетически может быть выше.

Отсюда получается условие равновесного роста: $s(\pi)/a = n + \delta$, g , δ и n – экзогенные и постоянные параметры модели.

При низкой совокупной ставке сбережений $s(\pi)$ основной капитал растет более низким, чем производительность труда, темпом. В случае линейно-лимитированной производственной технологии он выступает как относительно ограниченный фактор роста национального дохода. Возникает избыточное предложение на рынке труда, что при гибких ценах снижает ставку оплаты труда и, соответственно, доход фактора труда. На рынке капитала возникает избыточный спрос, процент на капитал возрастает, и норма прибыли понижается.

При постоянном соотношении вводимых факторов происходит перераспределение между трудом и капиталом, норма прибыли возрастает, и тем самым возрастает норма сбережений. Описанный процесс длится до тех пор, пока экономика находится в состоянии равновесия, в котором темпы роста факторов совпадают, и агрегированная норма сбережений достигает своего равновесного значения $s(\pi^*)$.

Аргументация действует в противоположном направлении для агрегированной функции сбережений в размере $s(\pi)$, т. е. если

норма прибыли экономики в исходной ситуации очень высока. В этом случае для достижения равновесия требуется перераспределение доходов труда и капитала.

Выводя функции инвестиций и сбережений, Н. Калдор исходил из того, что в коротком периоде объем инвестиций зависит от величины реального национального дохода. Причем зависимость эта нелинейна. При низком уровне занятости рост национального дохода почти не увеличивает инвестиции, так как имеются свободные производственные мощности. Малоэластичны инвестиции по доходу и в периоды избыточной занятости и высокого уровня национального дохода, так как в такие периоды инвестирование связано с большими издержками из-за высоких ставок процента и заработной платы. В фазе подъема, т. е. при переходе от низкой к высокой занятости, эластичность инвестиций по доходу больше единицы в связи с ростом реального капитала.

Графический вид функции инвестиций в модели Калдора представлен на рис. 8.4.

Сбережения в коротком периоде тоже являются нелинейной возрастающей функцией от дохода. При низком уровне дохода предельная склонность к сбережению относительно велика, так как домашние хозяйства стремятся за счет сбережений поскорее перейти на более высокий уровень благосостояния. Когда уровень дохода стабилизируется на среднем уровне, люди снижают долю сберегаемого дохода. Если доходы существенно превышают средний уровень, то предельная склонность к сбережению снова увеличивается.

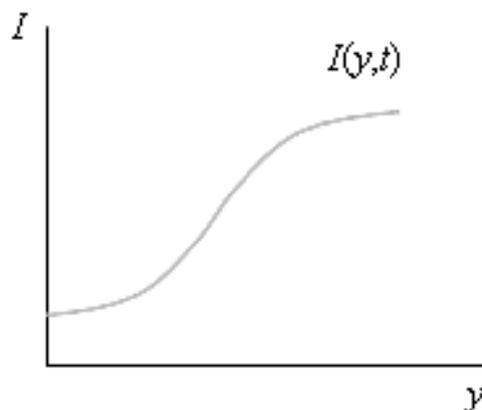


Рис. 8.4. Функция инвестиций Калдора

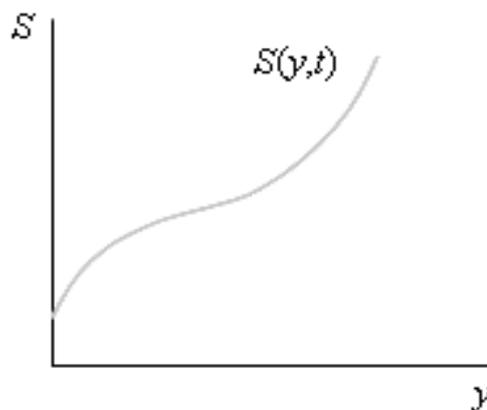


Рис. 8.5. Функция сбережений Калдора

График нелинейной функции сбережений показан на рис. 8.5.

В среднесрочном периоде объемы сбережений и инвестиций зависят также от времени: $S = S(y,t)$, $I = I(y,t)$. Если на протяжении нескольких лет экономика растет, то объем сбережений увеличивается при любом уровне дохода. На графике это отображается сдвигом кривой $S = S(y,t)$ вверх.

График функции инвестиций в периоды продолжительного роста экономической активности, наоборот, смещается вниз. Это объясняется тем, что за время продолжительного экономического роста капиталовооруженность труда приближается к своему оптимальному при данной технологии значению.

Согласно этой модели, в равновесном состоянии сумма доходов (зарботная плата плюс прибыль) равна сумме потребительских расходов сбережения: $P+W=C+I$.

Калдор предполагает, что вся зарботная плата потребляется, а из прибыли делаются некоторые сбережения, равные sP , где s – норма сбережений, так что совокупное потребление можно записать как: $C=(1-s)P+W$.

Подставляя функцию потребления в предыдущее равенство и приводя подобные, получим: $P=1/S$.

Отсюда норма прибыли: $P/K=1/S*1/K$.

Специфика функций сбережений и инвестиций в модели Калдора приводит к неоднозначности равновесия на рынке благ: равенство $I(y) = S(y)$ может существовать при трех различных значениях реального национального дохода, как показано на графике (рис. 8.6).

Точки А, В, С представляют различные варианты статического равновесия в определенный момент. Причем равновесие в точке В неустойчиво, а в точках А и С устойчиво.

В точке В равновесие неустойчиво, так как при $y_A < y < y_B$ сбережения превышают инвестиции и на рынке благ образуется

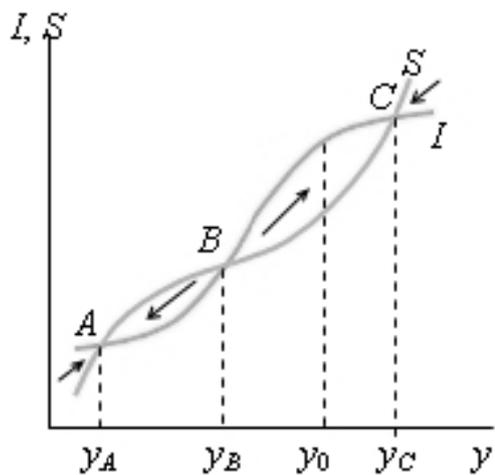


Рис. 8.6. Неоднозначность равновесия

избыток, который ведет к сокращению производства. Когда $y_B < y < y_C$, тогда объем инвестиций превышает объем сбережений и на рынке благ возникает дефицит, который стимулирует расширение производства.

Из аналогичных рассуждений следует, что в точках А и С равновесие устойчиво. Отклонение от А или С вправо приводит к избытку благ и сокращению их производства, а отклонение влево – к дефициту и расширению производства.

Хотя равновесие в точках А и С устойчиво, но это равновесие короткого периода. Состояние экономической конъюнктуры, соответствующее точке А, характеризуется малым объемом инвестиций, который недостаточен даже для полного возмещения изношенного капитала. Сокращение действующего капитала через некоторое время увеличит склонность предпринимателей к инвестициям, и спрос на них возрастет, что отображено сдвигом графика $I(y,t)$ вверх. В результате равновесие нарушится.

Точка С представляет равновесное состояние при высокой экономической активности. Если оно продлится в течение нескольких периодов, то в результате достижения оптимального размера капитала спрос на инвестиции начнет снижаться, что отображено сдвигом графика инвестиций вниз, и экономика выйдет из равновесного состояния.

Процесс изменения экономической конъюнктуры в модели Калдора отражается следующим образом. Пусть в исходном моменте национальный доход равен y_0 (см. рис. 8.6). Поскольку в этом случае инвестиции превышают сбережения, на рынке благ образуется дефицит, который стимулирует рост производства. Когда национальный доход возрастет до y_C , установится устойчивое равновесие. Если такое состояние конъюнктуры сохранится надолго, то вследствие длительного роста благосостояния домашние хозяйства увеличат размер сбережений, смещая график S вверх. Одновременно кривая инвестиций, вследствие приближения объема капитала к опти-

мальному размеру, начнет сдвигаться вниз. Встречное движение графиков функций сбережений и инвестиций приведет к совмещению точек В и С (рис. 8.7).

При такой экономической конъюнктуре через некоторое время размер сбережений начнет сокращаться, что отразится сдвигом кривой S вниз. Кроме того, если в течение ряда лет объем производства сохранится на низком уровне, то запасы готовой продукции постепенно сократятся. В определенный момент возникнет дефицит благ, и это послужит сигналом к расширению производства и увеличению спроса на инвестиции; начнется сдвиг кривой I вверх.

Встречное движение кривых S и I совместит точки A и B (рис. 8.8), и установится неустойчивое равновесие. Поэтому, когда при оживлении экономики объем производства будет превышать $y_{A,B}$, на рынке благ возникнет дефицит, стимулирующий рост национального дохода до y_C .

Так, пройдя через конъюнктурный цикл, экономика снова на некоторое время стабилизируется в условиях высокой экономической активности. Со временем по названным выше причинам кривая S начнет движение вверх при одновременном смещении кривой I вниз, и это знаменует начало очередного экономического цикла.

Модель Калдора служит примером объяснения экономического цикла на основе действия эндогенных факторов. В ней циклические изменения экономической активности являются следствием изменения спроса и предложения реального капитала в различных фазах конъюнктурного цикла.

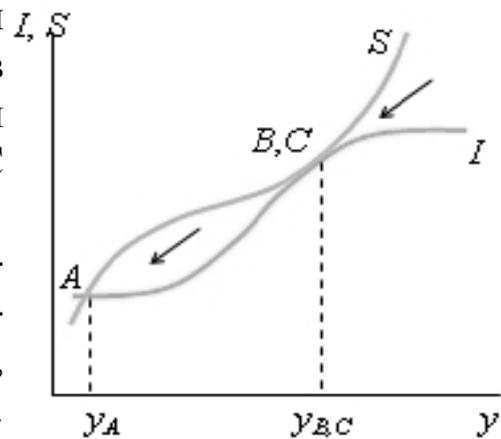


Рис. 8.7. Смещение кривых I и S в фазе бума

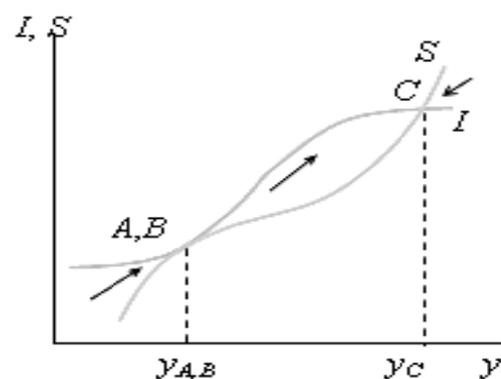


Рис. 8.8. Смещение кривых I и S в фазе подъема

Н. Калдор превратил норму сбережений в эндогенный параметр на основе следующих допущений:

- получатели прибыли (предприниматели) сберегают большую часть своего дохода, чем получатели заработной платы (рабочие);

- цены на рынках факторов производства гибко реагируют на соотношение спроса и предложения (условие совершенной конкуренции).

Согласно кейнсианской теории, инвестиции являются экзогенными – они определяют норму прибыли, а не наоборот. Поэтому ситуация, по Калдору, описывается следующим образом:

- пусть рост инвестиций приводит к их превышению над сбережениями. В этом случае инфляция ведет к тому, что прибыль начинает расти быстрее зарплаты, так как рост последней ограничен коллективным договором. Это, по определению (часть прибыли сберегается, а зарплата нет), ведет к росту сбережений, которые таким образом догоняют инвестиции;

- напротив, если инвестиции опускаются ниже сбережений, цены на товары падают быстрее, чем фиксированная трудовым договором зарплата. В результате сбережения падают и равновесие восстанавливается.

Однако реальные колебательные процессы с большой условностью можно считать циклическими, имея в виду лишь последовательное чередование стадий цикла, а не строгую периодичность этих стадий. Чтобы дать более реалистичное описание таких процессов, необходимо создать модели, позволяющие выявить иррегулярную, хаотическую динамику экономических переменных.

Объем инвестиций и их доля в национальном доходе, по мнению Калдора, малоэластичны по доле прибыли в национальном доходе. Поэтому график I/y имеет небольшой положительный наклон. Равновесное состояние экономики представляет точка E : когда доля предпринимателей в национальном доходе равна $(m / y)^*$, тогда $I = S$. Если доля предпринимателей будет превышать свое равновесное значение, то сбережения окажутся больше инвестиций. На рынке благ образуется избыток, цены начнут снижаться, и доля предпринимателей в национальном

доходе уменьшится. Когда эта доля станет меньше $(m/y)^*$, тогда на рынке благ возникнет дефицит, цены повысятся, и доля предпринимателей в национальном доходе увеличится.

Следовательно, при гибких ценах механизм рынка обеспечивает устойчивый равновесный рост экономики.

8.5. Модель Неймана

Описания экономической динамики, в которых технологические возможности и целевые установки неизменны во времени, относятся к моделям расширяющейся экономики. Основным методом их исследования является изучение стационарных траекторий, или траекторий сбалансированного роста. Первоначально анализ стационарного роста развивался по двум независимым направлениям:

- 1) в одно- и двухпродуктовых моделях, в которых технологические возможности описывались производственной функцией;
- 2) в многопродуктовой линейной модели, построенной и исследованной Дж. фон Нейманом.

Модель Неймана включает n продуктов и m способов их производства. Каждым способом при единичной его интенсивности в течение единичного интервала времени производится набор продуктов $b_j = (b_{1,j}, \dots, b_{n,j})$. При этом затрачивается набор продуктов $a_j = (a_{1,j}, \dots, a_{n,j})$, $j \in 1:m$. Все способы могут применяться с любыми неотрицательными интенсивностями. Из n -мерных векторов-столбцов a_j и b_j составляются матрицы затрат $A = (a_{i,j})$ и выпуска $B = (b_{i,j})$. Модель Неймана позволяет учесть непрямое потребление только в неявной форме. Элементы матрицы затрат A могут включать часть, направляемую на потребление, например $A = A' + C$, где a'_j – собственно технологические затраты, а c_j – векторы потребления на единицу интенсивности способа j . Векторы c_j составляют матрицу C .

Траекторией (планом), выходящей из точки $y_0 = B \cdot z_0$ называется последовательность m -мерных векторов интенсивности $\{z_t\}$, $t \in 1:T$, удовлетворяющих балансовым уравнениям

$$A \cdot z_{t+1} \leq B \cdot z_t, z_t \geq 0, t \in 0:(T-1).$$

При интенсивностях z_t непродуцированное потребление в интервале t составляет $C \cdot z_t$.

Стационарной траекторией, или траекторией сбалансированного роста, называется такая последовательность z_t , что $z_t = a^t \cdot z$, где z – m -мерный вектор, а a – положительное число. На стационарной траектории неизменны пропорции использования способов затрат и выпуска, экономика растет с постоянным темпом a . Темп a и пропорции z должны удовлетворять условиям

$$a \cdot A \cdot z \leq B \cdot z, z \geq 0, z \neq 0.$$

Особый интерес представляет стационарная траектория, которой соответствует наибольший темп – максимальный темп технологического роста. Его можно найти из решения задачи математического программирования: $a \rightarrow \max$. Вектор z^* , на котором достигается максимум, называется неймановским.

Системе балансовых соотношений сопоставляется двойственная ей система ценностных соотношений

$$p_t \cdot A \geq p_{t+1} \cdot B, p_t \geq 0, p_t \neq 0,$$

показывающая, что ценность выпуска не превосходит ценности затрат. Траектория оценок p_t такая, что $p_t = \beta^{-t} \cdot p$, называется стационарной. Для нее $\beta \cdot p \cdot A \geq p \cdot B, p \geq 0, p \neq 0$.

Оценки p^* , удовлетворяющие этим условиям при минимальном β , называются неймановскими ценами. Если модель экономики неразложима, т. е. для производства любого продукта прямо или косвенно используются все продукты, то справедлива теорема двойственности: $\max a = \min \beta = a_0$. При этом неймановские цены стимулируют неймановскую траекторию роста:

$$a_0 \cdot p^* \cdot A \cdot z \geq p^* \cdot B \cdot z$$

для всех $z \geq 0$, причём $a_0 \cdot p^* \cdot A \cdot z^* = p^* \cdot B \cdot z^*$.

Другим примером расширяющейся экономики являются однопродуктовые модели с линейно однородными производственными функциями. Примером однопродуктовой модели долговременного экономического роста является модель Рамсея. В ней поток национального дохода создается имеющимися в данный момент производственными фондами и используемыми трудовыми ресурсами.

Этот поток делится на потребляемую и накапливаемую части. Последняя определяет прирост производственных фондов, т. е.

$$F(K, L) = C + K',$$

где K' – наличные производственные фонды, C – интенсивность потребления, L – используемые трудовые ресурсы. Все показатели относятся к моменту времени t . Производственная функция F не меняется со временем, т. е. технический прогресс отсутствует.

Английский экономист Ф. П. Рамсей поставил вопрос о том, какую часть национального дохода общество должно сберегать в целях накопления, и тем самым впервые сформулировал задачу планирования экономического роста как оптимизационную. Ее целевая функция определялась как интегральная полезность за время существования экономической системы; полезность в каждый момент равнялась разности между уровнем удовлетворения потребностей $U(C)$ и «бременем труда» $V(L)$. При этом для упрощения было принято, что численность населения не меняется, вклад в целевую функцию потребления в различные моменты времени рассматривается с одинаковым весом, т. е. дисконт равен 1. Очевидно, что интегральная полезность за период $(0, \infty)$ окажется бесконечной и выбор рациональной политики сбережений будет невозможен. Чтобы преодолеть эту трудность, Рамсей допускал, что функции F , U , V предполагают достижение максимального уровня полезности в некоторый момент – уровня «блаженства». Теперь можно было бы перейти от максимизации интегральной полезности к минимизации неудовлетворенной потребности:

$$\int_0^{\infty} (B - U(C) + V(L)) dt \rightarrow \min.$$

Задача отыскания K , L , C при заданном K_0 представляет собой модель Рамсея. Рамсей показал, что произведение сбережений на предельную полезность потребления равно в каждый момент времени объему неудовлетворенной потребности (закон Кейнса – Рамсея), т. е.

$$F(K, L) - C \cdot U'(C) = B - (U(C) - V(L)).$$

Анализ модели показал, что $V'(L) = U'(C) \frac{\partial F}{\partial K}$, т. е. предельное «бремя труда» равно произведению его предельной производительности и предельной полезности потребления, а также

$$U''(C) = U'(C) \frac{\partial F}{\partial K},$$

т. е. предельная производительность производственных фондов $\frac{\partial F}{\partial K}$ равна темпу изменения предельной полезности. Отметим, что норма накопления, по Рамсею, оказывается чрезмерно высокой.

В однопродуктовых моделях стационарные траектории, т. е. пропорциональный рост производственных фондов, занятости и потребления называют золотым веком, а правило распределения национального дохода на потребление и накопление, обеспечивающее максимальное душевое потребление, золотым правилом накопления. Это правило характеризуется распределением национального дохода на потребление и накопление в постоянной пропорции. Понятие «золотое правило» было введено при анализе однопродуктовых моделей экономической динамики с линейно однородными производственными функциями.

Исследование стационарных траекторий является мощным и традиционным инструментом экономического анализа. Например, модель Неймана позволяет в различных предположениях о связи потребления с производством оценить технологически достижимый максимальный темп роста экономики и необходимую для этого отраслевую структуру. Анализ стационарных моделей роста показывает, что двойственные оценки со временем снижаются. Из модели Гейла следует, что темп роста определяется динамикой лимитирующего ресурса. Двойственные соотношения показывают, что при постоянных ценах ценность произведенной продукции складывается из материальных затрат $p \cdot A_j$, затрат труда $\omega \cdot l_j$ и платы за фонды $(p - 1) \cdot p \cdot A_j$.

Гипотеза стационарности оправдана, когда оптимальные траектории близки к стационарным, т. е. к магистралям. Теорема о магистрали доказана для ряда моделей расширяющейся экономики. Для модели Неймана с линейной терминальной целевой функцией $u(z_1, \dots, z_T) = f(z_T) = p_T \cdot z_T$ теорема утверждает, что

пропорции оптимальных интенсивностей и цен близки к неймановскому виду, исключая, быть может, некоторые отрезки времени в начале и конце планового периода. Суммарная длительность этих отрезков не зависит от продолжительности планового периода. Она верна в предположениях положительности вектора начальных условий y_0 и некоторых предположениях о матрицах A и B , из которых наиболее существенными являются требования единственности неймановских интенсивностей и цен z^*, p^* и положительности последних.

8.6. Модель Касса – Купманса – Рамсея

Данная модель также относится к моделям расширяющейся экономики, базирующимся на гипотезе эндогенного экономического роста. Рассмотрение вопроса об эндогенизации нормы сбережений требует микроэкономического обоснования в связи с тем, что накопление имущества в форме реального капитала и тем самым рост экономики являются результатом индивидуальных решений об интертемпоральной аллокации потребления и сбережений. Представляется, что доходы с течением времени не имеют постоянной величины, также варьируется и потребление, поскольку домохозяйства ориентируются на определенный уровень доходов.

Они, однако, предпочитают равномерный поток потребления, тем самым смещая некоторую часть своего имущественного накопления на определенное время. Действительно, если бы домохозяйства в настоящем хотели потратить больше доходов, чем они имеют, это означало бы необходимость получения кредитов. Отказ от текущего потребления в пользу будущего ведет к образованию сбережений. Такое смещение потребления во времени возможно в связи с существованием товаров, характеризующихся долговечностью и не теряющих своих свойств с течением времени, а кроме того, существованием финансовых рынков и рынков капитала, опосредующих обмен этих товаров.

Основы микрообоснования современной макроэкономической теории экономического роста были заложены Фрэнком Рамсеем в 1928 г. его формулировкой микроэкономического интертемпорального решения о сбережениях. Это обоснование

было продолжено в 1965 г. независимо Д. Кассом и Т. Купмансом, которые интегрировали в неоклассическую модель роста Солоу принципы модели интертемпорального оптимизирующего индивида, чтобы эндогенизировать до того рассматриваемую как экзогенную норму сбережений. Они расширили модель Солоу, с одной стороны, на экзогенно растущее население, а с другой – аспектом, согласно которому полезность лежащего в далеком будущем момента потребления взвешивается ниже (понятие дисконтирования). Результатом такой модификации является модель оптимального роста, которая обозначается как модель Касса – Купманса – Рамсея.

Существенные предпосылки модели:

1. Экономика состоит из непрерывно гомогенных (т. е. применительно к их оснащенности факторами производства и предпочтениям идентичных) индивидов, временной горизонт планирования которых является неограниченным. Экономические агенты обладают совершенной информацией. Альтернативное допущение, ведущее, впрочем, к эквивалентному результату, заключается в рассмотрении так называемых репрезентативных агентов. В этой гипотезе упрощенно представляется, что возможно так агрегировать решения гетерогенных экономических субъектов, что они могут быть отображены через репрезентативных агентов. Предпосылка о многочисленных идентичных индивидах также не является проблематичной, так как между ними фактически не происходит рыночного обмена, экономика, можно сказать, населена Робинзонами. При рассмотрении бесконечного горизонта планирования его существование может являться правдоподобным, если агенты интерпретируются как семейные династии.

2. Производительность труда растет с постоянной ставкой n . Агенты предлагают на рынке труда единицы рабочей силы неэластично. Обозначив начальное значение как $L(0) = 1$, получаем: $L(t) = e^{nt}$. Рост населения может здесь интерпретироваться как увеличение величины отдельного домохозяйства в смысле увеличения династии.

3. Отдельно взятые домохозяйства максимизируют свою полезность путем потребления. При этом более ранний момент потребления характеризуется более высоким весом в их

интертемпоральном благосостоянии, чем более поздний. Полезность досуга получается как дисконтированная сумма полезности периодов.

4. Отдельно взятое домохозяйство подпадает при интертемпоральном решении между потреблением и сбережением под ограничение своих потребительских доходов. Оно касается доходов от процента и по оплате труда. Основной капитал на душу населения увеличивается с процентной ставкой и снижается с ростом населения, так же как и с амортизацией. Имущество домохозяйств может быть представлено как сумма реального и финансового капитала, причем финансовый капитал в смысле получения кредитов может быть также и отрицательным. Следует, однако, акцентировать внимание на невозможности осуществления так называемой «Игры Понци», при которой будущие выплаты процентов и частичные погашения кредитов капитализируются (встречно рефинансируются), так что в целом рассматриваемая кредитная сумма никогда не возвращается. Но поскольку мы исходим из гомогенного домохозяйства, нет в наличии интра- и интертемпорального кредитного рынка.

5. Идентичные предприятия получают услуги в виде труда и капитала от домохозяйств, чтобы производить гомогенное благо, которое может как потребляться, так и инвестироваться и цена которого упрощенно принимается за единицу. Производят это благо согласно неоклассической производственной технологии, и оно отличается обычными свойствами, т. е. характеризуется положительным, но снижающимся предельным доходом отдельных факторов.

Помимо предпосылки о максимизирующей полезность домохозяйстве, вторым краеугольным камнем модели оптимального роста является неоклассическая производственная функция. Здесь также нет явной инвестиционной функции, которая описывает предпринимательские инвестиционные отношения.

Как было ранее отмечено, домохозяйства стремятся к своему оптимальному решению в распределении предельной полезности по времени. Так, настоящее и будущее потребление замещаются друг другом до тех пор, пока предельный доход сбережений $g\text{-}\sigma$ соответствует своим предельным издержкам в форме отказа от

текущего потребления, так что домохозяйства безразличны к соотношению между потреблением и сбережением. Они могут отклоняться от равномерного характера потребления, т. е. потребление на душу населения возрастает, если рост потребления компенсируется более высокой ставкой процента.

Основные выводы по данной модели следующие:

- на основе своего временного предпочтения индивид отказывается от настоящего предпочтения в пользу будущего, если процент высокий. В оптимуме выравнивается предельная полезность потребления и сбережений;

- темп роста потребления определяется параметрами полезности (временными предпочтениями, эластичностью замещения) и нормой дохода способных к накоплению производственных факторов;

- потребление зависит от совокупного имущества как суммы производственного капитала и личного имущества. Норма потребления из имущества определяется так называемыми структурными параметрами модели, параметрами предпочтений и технологическими параметрами, а также рыночными ценами;

- функция потребления отображает результат гипотезы перманентных доходов в значении, при котором потребление является пропорциональной величиной к совокупному имуществу. Под перманентным доходом понимается средневзвешенная величина из всех доходов, ожидаемых индивидом в будущих периодах.

Касс и Купманс показали, что при определенных предпосылках существует отчетливая равновесная траектория роста. Устойчивое состояние отличается свойством, в котором величины на душу населения более не изменяются, т. е. действует $k = y = c = 0$. Долгосрочное равновесие роста требует $c=k=0$, так что стационарная точка $c^* = k^*$ задается следующими двумя условиями: $f'(k^*) = \beta + \delta$; $c^* = f(k^*) - (n + \delta)k^*$.

Потребление на душу не изменяется с течением времени, если предельный размер сбережений соответствует через норму временного предпочтения предельным издержкам сбережений. Из второго уравнения видно, что в устойчивом состоянии потребляется столько, сколько необходимо для поддержания капиталовооруженности на постоянном уровне. Потребление соответст-

вует выпуску за вычетом дополнительных инвестиций, требуемых в размере величины амортизации и роста населения. Таким образом, можно констатировать наличие долгосрочного равновесия роста в модели экономики Касса – Купманса – Рамсея. В ней потребление на душу населения, капиталовооруженность, производительность труда и цены производственных факторов постоянны с течением времени. Агрегированные величины растут с экзогенным темпом роста населения.

Как было показано ранее, с максимизирующим полезность выбором между будущим и текущим потреблением, т. е. при эндогенно определенной норме сбережений, долгосрочное равновесие роста на совершенно конкурентном рынке Парето оптимально. Не представляется возможным увеличить полезность для одних членов династии путем перераспределения, не ухудшая положения других. Государственный орган, осуществляющий перераспределение такого рода и руководствующийся в своих решениях принципом ограниченности ресурсов, выбрал бы такую интертемпоральную аллокацию, при которой исполнялась бы вторая теорема благосостояния.

Решающая новизна модели Касса – Купманса – Рамсея состоит в эндогенизации нормы сбережений, которая вводится через два дополнительных параметра: интертемпоральную эластичность замещения и норму временного предпочтения.

Таким образом, на основании рассмотрения модели Касса – Купманса – Рамсея можно сделать следующие выводы.

1. Если предложение факторов эластично, перед домохозяйствами дополнительно возникает задача выбора оптимального временного распределения между рабочим временем и досугом. С досугом, как приносящим полезность благом, получается дальнейшая возможность замещения в решениях домохозяйств (данным обстоятельством для упрощения можно пренебречь).

2. В случае, когда население не растет, т. е. экзогенно заданный темп роста населения стремится к нулю, экономика стационарна.

3. Если интегрировать Харрод-нейтральный экзогенный технический прогресс в модель Касса – Купманса – Рамсея, то результат применительно к свойствам эластичности качественно

не изменяется. Результаты из модели Солоу могут быть перенесены без дальнейших упрощений на модель с эндогенной нормой сбережений. В устойчивом состоянии растет измеренное в физических единицах потребление на душу населения с постоянной ставкой технического прогресса. Агрегированные величины растут с суммой темпов роста технического прогресса и роста населения.

4. Представляется возможной интеграция в модель государственной деятельности, которая оказывает воздействие на индивидуальные решения о накоплении. Тем самым возможно влиять и на параметры долгосрочного роста.

8.7. Модель П. Ромера

Концепция П. Ромера опирается на постулат о том, что важнейшим фактором экономического роста являются технологические изменения, которые вызываются целенаправленной деятельностью людей и не требуют для их дальнейшего использования дополнительных затрат от производителя.

Ромер предложил деление экономики на три сектора:

- исследовательский сектор за счет использования сконцентрированного здесь знания и капитала создает знание на новом уровне, в виде новых технологий;
- промежуточный сектор организует производство средств производства, опираясь на приобретенные у исследовательского сектора научные знания;
- промышленный сектор нацелен на выпуск конечной потребительской продукции за счет использования имеющегося технологического оборудования (средств производства), затрат труда и капитала.

По Ромеру, достигнутому уровню знаний соответствует определенный уровень технологического развития, выражающийся через количество и качество используемых технологий и научных знаний. Сам запас знаний может меняться под воздействием новых знаний и технологий, а следовательно, соответственно меняется и количество используемых средств производства. Возросшие знания позволяют повысить производительность и эффективность, что приводит к экономическому росту. Достигнутый рост не ограничен

запасами природных ресурсов, потому что развитие знания позволяет найти пути их наиболее эффективного использования.

Модель Ромера показывает, что темп экономического роста находится в прямой зависимости от уровня развития человеческого капитала, сосредоточенного в производстве нового знания. Это доказывает, что сфера науки и образования не только влияет на экономику непосредственно, через новые идеи и разработки, но само ее существование является необходимым условием экономического роста, обеспечивая накопление человеческого капитала.

При этом необходимо учитывать, что массовость высшего образования, требования формируемой экономики знаний в постоянном повышении квалификации предполагают изменение временных рамок образовательного процесса: возникают новые виды образования – образование на протяжении всей жизни, дистанционное образование и другое.

Модель Ромера – это модель с постоянной нормой сбережений. Проблема существования постоянного роста выпуска на душу населения, решаемая в рамках моделей роста первого поколения за счет введения внешней (экзогенной) функции технического прогресса, имеет и другой путь решения. Как уже отмечалось, постоянный рост в этих моделях возможен при отсутствии снижения предельной производительности капитала. Однако такое допущение, игнорирующее одно из основных положений экономической теории, требует особого обоснования.

Вторым существенным препятствием для введения этого положения является необходимость предпосылки однородности первой степени (постоянной отдачи от масштаба) для производственной функции, что вытекает из необходимости соблюдения основного тождества системы национальных счетов, которое подразумевает полное распределение продукта между факторами. Линейно-однородная функция двух и более факторов предполагает убывающую предельную производительность каждого из них.

Одним из простейших вариантов совмещения этих двух противоречащих друг другу положений – неубывания предельной производительности и линейной однородности – является введение в модель внешних эффектов (экстерналий). На этом основывается одна из первых моделей эндогенного роста – модель обуче-

ния в процессе деятельности (обучения в действии, обучения в работе, на практике, на собственном опыте), впервые разработанная Кеннетом Эрроу в 1962 г. и воссозданная Полом Ромером в 1986 г.

Модель демонстрирует возможность существования устойчивого роста с постоянным темпом прироста на основе технического прогресса, который является следствием обучения работников в процессе деятельности. Результат этого процесса присваивается фирмами как внешний эффект. Постоянный темп прироста зависит (вариант модели) от поведенческих параметров: в базовом случае – от ставки межвременных предпочтений потребителей (субъективной дисконтной ставки), возможно также введение государственной политики.

Модель предполагает те же исходные посылы, которые принимались и для базовых моделей экзогенного роста. Стандартная неоклассическая производственная функция имеет те же свойства, что и базовая модель, и в нее включен нейтральный, по Харроду, технический прогресс.

Инвестиции соответствуют динамическому условию равновесия финансовых рынков. Население возрастает с постоянным темпом прироста, который может быть как положительным, так и нулевым. Технический прогресс зависит от объема знаний работников, приобретенных в процессе работы, на собственном опыте (обучение на практике). Объем приобретаемых в процессе работы знаний, навыков (в более широком понимании – возможность совершенствования оборудования в результате этого процесса) зависит от задействованного объема капитала, либо оснащенности каждого рабочего места, либо всего объема капитала в экономике. Это предполагает свободное распространение знаний между работниками – эффект переливания или растекания знаний (*spillover effect*). Фирмы получают эффект от этого процесса с нулевыми издержками, как внешний эффект от объема капитала или уровня капиталовооруженности.

Таким образом, функция обучения работника на практике может быть записана в двух вариантах: с зависимостью обучения работника на практике от общего объема капитала в экономике.

Соответственно отдача от обучения также может быть в двух вариантах: постоянная отдача либо убывающая отдача (вариант

возрастающей отдачи не рассматривается как необоснованный сколь-нибудь реалистичными предположениями, да и не дающий значимого результата в модели); обучение работника на практике зависит от уровня капиталовооруженности каждого работника. Здесь также возможны два варианта: с постоянной и убывающей отдачей от обучения.

Теория эндогенного роста позволяет преодолеть существенный недостаток традиционной неоклассической теории роста, при которой равновесная траектория роста существовала объективно. Данная ситуация характеризуется следующими словами П. Ромера: «С точки зрения советов политикам теория роста мало что могла предложить. В модели с экзогенными технологическими изменениями и экзогенным ростом населения не имело никакого значения, что делало правительство».

Один из выводов модели Ромера состоит в том, что экономика, располагающая большими ресурсами человеческого капитала и развитой наукой, имеет в долгосрочной перспективе лучшие шансы роста, чем экономика, лишенная этих преимуществ.

Обобщая, можно заключить следующее: в неокейнсианских моделях более существенное значение имеет описание инвестиционных ожиданий или инвестиций *ex ante* в форме механизмов акселеративного типа. Именно такие механизмы приводят к неустойчивой динамике макросистемы, и в частности к возникновению эндогенных циклических колебаний. В неоклассических моделях подобные колебания обусловлены характером межвременных предпочтений общества или индивида-представителя.

Общий и, пожалуй, наиболее существенный недостаток всех традиционных моделей экономической динамики состоит в том, что в них не представлены в явном виде движущие силы экономических изменений. Поведенческие соотношения заданы на макроэкономическом уровне или, в крайнем случае, на уровне производственного сектора. Неокейнсианские модели экономического роста, несомненно, более институционально насыщены, чем неоклассические. Однако именно эта сложность мешает их применению как инструмента анализа.

8.8. Модель С. Кузнецца

Саймон Кузнец является одним из основателей эмпирической экономики и количественной экономической истории. В 1971 г. ему была присуждена Премия Шведского банка памяти Альфреда Нобеля «за эмпирически обоснованное истолкование экономического роста», в основе которого лежит методика оценки национального продукта, предполагающая его рассмотрение с трех разных точек зрения:

- национальный продукт рассматривается как сумма расходов разных категорий потребителей на разные категории благ;
- национальный продукт представляется как сумма «произведенных доходов» – т. е. как сумма заработной платы, процента, ренты, выплаченных дивидендов и нераспределенной прибыли компаний во всех производственных отраслях экономики;
- представление национального дохода как суммы доходов всех видов, полученных населением, обеспечивает данные для анализа распределения доходов.

Следует отметить выводы Кузнецца о том, что при сравнении начала XX века и периода после II Мировой войны неравенство в распределении доходов резко сократилось. Сопоставляя данные по разным странам, Кузнец выдвигает следующую гипотезу: в странах, стоящих на ранних ступенях экономического развития, неравенство доходов сначала возрастает, но по мере роста экономики имеет тенденцию снижаться.

Это предположение легло в основу так называемой «кривой Кузнецца» – эмпирически выведенной зависимости, отражающей долговременные тенденции в динамике производства и цен. С. Кузнец приходит к выводу, что:

- рост выпуска отдельных товаров нередко проходит через периоды замедлений;
- в динамике выпуска и цен имеет место циклическая составляющая (продолжительность периода составляла порядка 22 лет) – «цикл Кузнецца».

Основная программа исследований Кузнецца в области экономического роста включала следующие задачи:

1. Определение природы предмета и предложение плана исследований, для чего необходимо:

- объяснить механизм развития передовых промышленных стран;
- объяснить причины, мешающие развитию отсталых стран;
- охватить страны как с рыночной, так и с плановой экономикой, страны большие и малые, развитые и развивающиеся;
- объяснить влияние на экономический рост внешне-экономических связей, войн и интервенций.

Эмпирические исследования, по мнению Кузнецца, должны иметь широкий охват как с временной, так и с пространственной точки зрения. В качестве объектов наблюдения должны выступать целые страны. Необходимо проведение широких эмпирических исследований по четырем ключевым элементам экономического роста: демографический рост, рост знаний, внутривострановая адаптация к факторам роста и внешние отношения между странами.

2. Практическая реализация планов исследования, в том числе:

- исторические и статистические исследования роста населения и национального продукта;
- исследования изменений в структуре экономики, сопровождающих рост.

Центральной темой этих эмпирических исследований было то, что рост агрегированного продукта страны неизбежно предполагает глубокое преобразование всей ее экономической структуры. Это преобразование затрагивает многие аспекты экономической жизни – структуру выпуска, отраслевую и профессиональную структуру занятости, распределение занятий на работу внутри семьи и на рыночную деятельность, структуру дохода с точки зрения факторов производства, численность, возрастной состав и территориальное распределение населения, межстрановые потоки товаров, капитала, рабочей силы и знаний, организацию промышленности и государственное регулирование.

3. Теоретические исследования.

Они нашли свое выражение прежде всего в тех теоретических гипотезах, которыми богаты эмпирические исследования С. Кузнецца. Так, Кузнецц пришел к выводу, что современный экономический рост берет свое начало в научно-техническом прогрессе, то есть технологическое развитие является экзогенным фактором по отношению к экономике. Технология представляет

собой лишь потенциал. Главное заключается именно в применении науки, причем это относится не только к результирующему экономическому росту, но почти в такой же степени к эффекту обратной связи применительно к развитию самой науки – получается что-то вроде самостимуляции экономического роста.

В этом круговороте импульс к росту, возможно, и возникает в связи с новым потенциалом, открываемым технологическим прогрессом, однако если общество хочет этим потенциалом воспользоваться, оно должно сначала изменить свою институциональную структуру. Эффективность этого кругового процесса зависит, по мнению Кузнецца, в первую очередь от благоприятного институционального климата.

8.9. Эколого-экономические модели

Новым современным направлением в моделировании экономического развития является эколого-экономическое моделирование, которое представляет собой описание экономических и экологических процессов в их взаимосвязи в виде эколого-экономических моделей. Непосредственной причиной возникновения данной области исследований явились тревожащие человечество процессы изменений в окружающей среде, связанные с научно-технической революцией, и соответственно потребность в целенаправленных действиях по регулированию этих процессов как в глобальном масштабе, так и в локальных рамках отдельных экономических объектов. Разработка показателей, характеризующих качество окружающей среды, прогнозирование возможных изменений среды в результате принятия тех или иных хозяйственных решений, прогнозирование обратного влияния экологических факторов на производство и экономические процессы в целом, планирование мероприятий по охране окружающей среды (напр., строительство очистных сооружений, создание безотходных технологий) – таковы основные сферы применения экономико-математического моделирования. Причем следует отметить, что главным принципом здесь должен быть принцип оптимизации: во всех случаях использование ресурсов природы, улучшение тех или иных объектов окружающей среды (например, устранение загрязнения воды или воздуха) должны приносить

максимум (общественной) полезности при минимуме затрат на соответствующую деятельность. В частном случае критерием оптимальности может выступать сопоставление затрат на улучшение состояния природы, уничтожение загрязнителей и т. п. с полученным экономическим эффектом. Степень участия экологических и экономических факторов в эколого-экономической модели может быть различной. В одних случаях – в «чисто» экономической модели, например, наряду с выпуском продукции учитывается и выпуск «побочной продукции» – отходов как загрязнителей среды; в других – моделируются взаимосвязи экологических факторов, однако результаты расчетов используются в тех или иных прогнозных или плановых производственных задачах. Рядом исследователей делаются попытки построения комплексов и систем эколого-экономических моделей в целях планирования и управления состоянием окружающей среды.

Практическое применение (для прогнозирования воздействия структуры экономики на окружающую среду) в ряде стран приобретают расширенные модели межотраслевого баланса, включающие наряду с производственными отраслями также отрасли, уничтожающие вредные отходы. Решающую роль в развитии этого направления сыграли работы В. В. Леонтьева, который утверждал, что «...загрязнение и другие нежелательные (или желательные) внешние эффекты производственной деятельности с чисто практической точки зрения следует рассматривать как часть экономической системы».

Наконец, существует еще более широкий подход к эколого-экономическому балансу, исходящий из законов термодинамики: количество вещества, взятого из природы для производства благ, сравнивается с количеством отходов жизнедеятельности человека в целом.

В качестве примера рассмотрим эколого-экономическую модель С. В. Дубовского, которая состоит из трех подмоделей: макромоделей экономического роста, модели межотраслевого баланса и блока загрязняющих веществ. Основными элементами модели являются следующие:

1) переменные:

x_1 – объёмы выпуска в каждой отрасли (m);

x_2 – объёмы переработки загрязняющих веществ (m);

Баланс ресурсов, m :

$$x_1 - A_1x_1 - A_2x_2 = y_1$$

Баланс загрязняющих веществ, m :

$$A_3x_1 - x_2 = y_2$$

Добавленная стоимость, тыс.руб.:

$$c_1x_1 + c_2x_2 = v$$

2) параметры:

A_1 – квадратная матрица (порядка n) затрат каждого ресурса в каждой отрасли;

A_2 – матрица порядка $n \times m$ затрат каждого ресурса на переработку каждого из m загрязнителей;

A_3 – матрица порядка $m \times n$ выброса загрязняющих веществ отраслями экономики;

y_1 – конечное потребление ресурсов;

y_2 – непереработанные загрязнители;

c_1, c_2 – добавленная стоимость на выпуск единицы ресурса и на переработку единицы загрязнителя;

v – совокупная добавленная стоимость.

Для более широкого и эффективного применения модели необходима ее детализация, связанная с учетом важных реальных факторов, таких как снижение или потеря «упругости» природной среды, т. е. потеря способности к самовосстановлению при сильных нарушениях, зависимость затрат и мощностей от состояния ресурсов и качества природной среды, влияние образования на инновационные процессы, неоднородность и случайный характер инновационных изменений, территориальное распределение и ряд других.

Все это предусматривает теоретическая конструкция модели, однако ценой значительных дополнительных трудностей – как в части математических методов, так и в части информационного обеспечения, – которые оказались непреодолимыми на первоначальном этапе исследований. Что касается математических методов, то в настоящее время проблема сложности модели решена за счет включения в общую процедуру оптимизации универсального алгоритма улучшения управления, в котором «изящное»

решение, выступает не как самостоятельное, а как начальное приближение для итерационного процесса улучшения.

С информационным обеспечением дело обстоит значительно сложнее, поскольку готовые схемы идеализированных экспериментов, как основа разработки эмпирических методик, опираются на линейную структуру модели, в то время как необходимо разрабатывать соответствующие методики для зависимостей, которые делают модель нелинейной. В первую очередь это относится к зависимостям коэффициентов прямых затрат (элементы матрицы A), фондоотдачи и самовосстановления природной среды (соответствующие элементы матрицы N) от индексов состояния природной среды и ресурсов, вектора g . Даже если их принять линейными как наиболее простые в информационном отношении, то в целом модель становится нелинейной, так же как и при учете инновационных процессов. Аналогично обстоит дело с описанием влияния образования на инновации через установление зависимости матрицы N от соответствующего социального индекса вектора g с той лишь разницей, что в данном случае происходит дальнейшее усложнение модели, уже нелинейной из-за учета инноваций.

Инновационный блок модели, будучи относительно новой ее частью, требует дальнейшего развития. Необходимо алгоритмически разработать стохастическую процедуру распределения инновационных изменений, выраженных в укрупненных индексах (вектор v), на многочисленные параметры модели и обеспечить ее соответствующей статистикой, что является предметом самостоятельного серьезного эконометрического исследования. Для отражения в модели неоднородности инновационных изменений, при которой улучшение одних параметров сопряжено с ухудшением других, возможен общий подход, состоящий в том, что в модель вводятся конкурирующие технологии за счет «вертикального» расширения матриц взаимодействий и «худшие» отбраковываются в процессе оптимизации по тому же самому критерию, что и для исходной модели.

В целом инновационный блок модели и все относящиеся к нему фрагменты общей модели, такие как матрицы затрат на инновации, требуют серьезного методического оснащения в части

информационного обеспечения. Многообещающим здесь выглядит подход, основанный на использовании банковского процента.

В настоящее время полученные результаты дают возможность перейти к новому этапу работ: созданию системы регионального моделирования (СРМ). Под этим понимается достаточно развитый программно-информационный комплекс, который бы помогал руководящим органам принимать обоснованные стратегические и оперативные управленческие решения и допускал бы дальнейшее совершенствование.

В готовом виде СРМ должна выполнять следующие функции:

- справочное обслуживание;
- прогнозирование по готовым сценариям;
- решение программных задач оптимального управления;
- решение оперативных задач оптимального управления с учетом обратных связей;
- решение других задач управления (игровых и др.);
- работа в режиме деловой игры.

Описанная модель позволяет прогнозировать изменения природной среды под влиянием хозяйственной деятельности, сравнивать альтернативные по экономической эффективности варианты развития региона с точки зрения влияния на природную среду; оптимизировать программы развития по критериям, связывающим эффективность экономики и состояние природной среды. Модель также позволяет:

- определить цены, балансирующие финансы всех отраслей, и потери экономики, обусловленные борьбой с загрязнениями, вычислив $(c_1|c_2)A^{-1}$;
- прогнозировать влияние изменения добавленной стоимости (например, в связи с изменившейся потребностью в капитальных вложениях) на цены;
- определить влияние ожидаемых изменений в ценах на величины добавленной стоимости в отраслях и, следовательно, на условия воспроизводства при той или иной природоохранной стратегии.

Рассмотренные с помощью модели оптимизационные сценарии развития региона выявили недостаточность для экономического роста только структурной перестройки экономики и показали

необходимость качественных изменений. В связи с этим внимание уделялось развитию в регионах инновационного процесса, изменяющего технологические показатели производства. Очевидно, что в загрязненной среде материалоемкость, фондоемкость, производительность труда и другие показатели отличаются от этих показателей в чистой среде. Для одних показателей эти отличия будут существенными, для других ими можно пренебречь. Но в общем случае необходимо ввести в том или ином виде зависимость всех параметров модели от состояния природной среды.

В этом случае в модели можно будет определить недополученный вследствие изменяющегося состояния среды доход и вынужденное, вследствие тех же причин, потребление, т. е. проценты по экологическому долгу. В исходном варианте модели проценты по экологическому долгу жестко фиксировались в параметрах модели – все, что общество теряло из-за неудовлетворительного состояния среды, отдельно не выделялось, а как бы относилось к технологическим характеристикам производства.

Выделение в модели процентов по экологическому долгу настраивает выработку стратегии развития на поиск компромисса между ростом экономики и состоянием среды. Если за загрязнение приходится расплачиваться упущенным доходом, то в модели эти потери будут сравниваться с эффектом от экономии на природоохранных мероприятиях, и в зависимости от результата такого сравнения либо будет активизироваться природоохранная деятельность, либо будет продолжаться загрязнение среды.

Если экологический долг рассматривать как изменение состояния окружающей среды, то перед экономикой встанет дилемма – наращивать экологический долг (ухудшать состояние среды) и платить возрастающие проценты по нему или сокращать (возвращать) долг и тем самым снижать проценты. При этом модель позволит определить и величину процентов по экологическому долгу. Она может быть получена путем сопоставления доходов, полученных в расчетах по модели, с реальным состоянием окружающей среды и с равновесным ее состоянием.

В исходном варианте модели переменные r_1 и r_2 не имели экономического смысла, и стремление к их улучшению

диктовалось исключительно экологическими целями или экологическими ограничениями. Вследствие этого природоохранная деятельность в экономическом блоке модели представлялась исключительно как нагрузка на экономику, снижающая возможности региона в максимизации его дохода. В соответствии с концепцией экологического долга теперь уже в модифицированной модели экологические ограничения (ограничения на r) могут рассматриваться как введение условий на возврат экологического долга. При этом может оказаться выгодным и дополнительный возврат долга сверх этих условий, если процедура оптимизационных расчетов покажет целесообразность для увеличения регионального дохода снижения процентов по экологическому долгу благодаря природоохранным мероприятиям, т. е. целесообразность возврата самого долга.

Изложенная модификация модели является первым этапом реализации концепции экологического долга. Второй этап – это построение и использование экологически отрегулированных показателей дохода. Экологически отрегулированный региональный доход представляет собой не искусственное, лишённое реального смысла построение, а необходимый показатель для оценки эффективности функционирования экономики.

Когда мы сравниваем традиционно подсчитанные доходы региона за разные годы, то не можем делать вывод о характере именно экономического развития региона, поскольку сравниваемые показатели включают в себя не только экономическую составляющую, но и экологическую. Например, если региональный доход вырос, но не благодаря повышению экономической эффективности функционирования предприятий, а вследствие снижения масштабов природоохранной деятельности, то в этом случае в контексте концепции устойчивого развития нельзя говорить об экономическом росте.

Для анализа именно экономической эффективности развития, как видим, нужна модификация показателя регионального дохода, состоящая в элиминировании экологического фактора. Такие показатели предлагается получать путем увеличения традиционных показателей дохода на величину процентов по

экологическому долгу и уменьшения их на величину годового приращения экологического долга.

Приращение экологического долга связано с количеством выбросов вредных веществ в окружающую среду в настоящий период, а проценты по экологическому долгу – с состоянием окружающей среды в тот же период. Из этого следует, что экономическая оценка приращения экологического долга есть оценка экономического ущерба от экологических нарушений. Под экономическим ущербом от экологических нарушений понимаются дополнительные затраты и потери, возникающие в экономике из-за ее функционирования в нарушенной природной среде и приводящие к снижению эффективности хозяйственной деятельности. В связи с этим можно утверждать и обратное: снижение экологических нарушений благодаря экологическим инновациям способно повысить эффективность экономики. Если инновации, позволившие сократить выброс, стоят меньше предотвращенного экономического ущерба, то можно говорить о том, что эти инновации повышают экономическую эффективность производства.

Основные трудности могут возникнуть из-за необычной (но неизбежной) громоздкости такой модели и системы связанных с ней описаний и методик. Скажем, если весь объект моделируется системой однородных линейных уравнений, матрица этой системы может достигать размеров тысяч строк и столбцов, что соответствует миллионам неизвестных параметров. Автоматизация позволит здесь вырабатывать за несколько итераций наилучший вариант программы за счет различных модификаций с учетом неопределяемых факторов, предусмотреть которые заранее невозможно.

Темы рефератов

1. Понятие экономико-математической модели: математическая структура и экономическое содержание.
2. Классификация экономико-математических моделей.
3. Графики в экономическом моделировании.
4. Анализ эластичности функции и его экономические приложения.
5. Анализ эластичности линейной функции и его экономические приложения.
6. Анализ эластичности степенной функции и его экономические приложения.
7. Основные этапы истории экономико-математического моделирования.
8. Математическая революция в экономической теории XIX века.
9. Вклад русских (советских) экономистов-математиков в развитие экономической науки.
10. Экономико-математическое моделирование в теории оптимального функционирования экономики (ТОФЭ).
11. Математический анализ коэффициентов эластичности спроса.
12. Модели потребительского выбора.
13. Анализ функции полезности.
14. Кривые безразличия.
15. Уравнение Слуцкого.
16. Кривые «доход – потребление».
17. Кривые «цена – потребление».
18. Производственные функции (Кобба – Дугласа, Леонтьева, CES).

19. Двойственные задачи линейного программирования в экономике.
20. Основная планово-производственная задача Л. Канторовича.
21. Оптимизационные модели производства и распределения ресурсов.
22. Построение и анализ транспортно-производственных моделей.
23. Оптимизационные модели развития и размещения производства.
24. Однопродуктовые модели развития и размещения производства.
25. Многопродуктовые модели развития и размещения производства.
26. Применение аппарата теории игр для анализа проблем микроэкономики.
27. Сравнительный анализ моделей общего экономического равновесия.
28. Модель общего экономического равновесия Л. Вальраса.
29. Модель общего экономического равновесия Эрроу – Дебре.
30. Модель общего экономического равновесия Эрроу – Гурвица.
31. Неоклассическая и кейнсианская модели ОЭР и неоклассический синтез.
32. Модель общего экономического равновесия Патинкина.
33. Межотраслевая балансовая модель и ее свойства.
34. Сравнительный анализ статической и динамической моделей межотраслевого баланса.
35. Метод анализа «затраты – выпуск» В. Леонтьева и его применение в решении экономических проблем.
36. Модели динамического равновесия в экономике.

37. Сравнительный анализ кейнсианских и неоклассических моделей экономического роста.

38. Модель макроэкономической динамики Харрода – Домара.

39. Модель экономического роста Р. Солоу.

40. Технический прогресс в моделях экономического роста.

41. Макроэкономические модели Л. Клейна.

42. Функция потребления в кейнсианской теории.

43. Модель межвременного выбора И. Фишера.

44. Неоклассическая и кейнсианская трактовки функции инвестиций.

45. Трансакционный спрос на деньги в модели Баумоля – Тобина.

46. IS-LM как модель совокупного спроса.

47. Сравнительный анализ макроэкономических моделей циклов конъюнктуры.

48. Модели взаимодействия мультипликатора и акселератора.

49. Макроэкономическая модель Самуэльсона – Хикса.

50. Экономический цикл как следствие борьбы за распределение национального дохода (модели Крафта – Вайзе, Гудвина).

51. Моделирование инфляции и выбор инструментов антиинфляционной политики.

52. Кривая Филипса как модель совокупного предложения.

53. Макроэкономическая модель новых классиков (Р. Лукаса, Т. Сарджента, Н. Уоллеса).

54. Рациональные ожидания в модели Дорнбуша.

55. Малая открытая экономика в модели Манделла – Флеминга.

Рекомендуемая литература

1. Аврех, Г.Л. Затраты и результаты / Г. Л. Аврех, Н. П. Федоренко, Е. П. Щукин. – М.: Наука, 1990.
2. Бурда, М. Макроэкономика / М. Бурда, Ч. Виплаш. – СПб.: Судостроение, 1998.
3. Войтинский, В. С. Рынок и цены: теория потребления, рынка и рыночных цен / В. С. Войтинский; предисл. М. И. Туган-Барановского. – СПб.: Изд-во М. В. Пирожкова, 1906. – С. 243.
4. Гальперин, В. М. Макроэкономика: учебник / В. М. Гальперин, П. И. Гребенников, А. И. Леусский, Л. С. Тарасевич. – СПб: Изд-во СПбУЭиФ, 1997.
5. Дадаян, В. С. Макроэкономика для всех / В. С. Дадаян. – Дубна, 1996.
6. Дадаян, В. С. Макроэкономические модели / В. С. Дадаян. – М.: Наука, 1983.
7. Дорнбуш, Р. Макроэкономика / Р. Дорнбуш, С. Фишер. – М.: Изд-во МГУ, ИНФРА-М, 1997.
8. Дорохина, Е. Ю. Моделирование микроэкономики: уч. пособие / Е. Ю. Дорохина, М. А. Халиков. – М.: Экзамен, 2003.
9. Замков, О. О. Математические методы в экономике / О. О. Замков, А. В. Толстопятенко, Ю. Н. Черемных. – М.: ДИС, 1997.
10. Интрилигатор, М. Математические методы оптимизации и экономическая теория / М. Интрилигатор. – М.: Прогресс, 1975.
11. Канторович, Л. В. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов / Л. В. Канторович. – М.: Изд-во АН СССР, 1959.
12. Канторович, Л. В. Оптимальные решения в экономике / Л. В. Канторович, А. Б. Горстко. – М: Наука, 1972.
13. Кебабджян, Ж. Макроэкономическая политика / Ж. Кебабджян. – Новосибирск, 1996.

14. Колемаев, В. А. Математическая экономика: учебник для вузов / В. А. Колемаев. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002.
15. Коршунова, Н. Математика в экономике: учеб. пособие / Н. Коршунова, В. Плясунов. – М.: Вита-Пресс, 1996.
16. Кузнец, С. Экономический рост наций. Совокупный продукт и структура производства / С. Кузнец // Новые книги за рубежом по общественным наукам. – № 7. – М., 1972.
17. Кундышева, Е. С. Математическое моделирование в экономике: учеб. пособие / Е. С. Кундышева. – М.: Дашков и Ко, 2004.
18. Лапушинская, Г. К. Микроэкономика для менеджеров: концепция эластичности / Г. К. Лапушинская, Т. Ю. Баженов. – М.: Экзамен, 2003.
19. Леонтьев, В. Будущее мировой экономики / В. Леонтьев. – М., 1979.
20. Леонтьев, В. Межотраслевая экономика / В. Леонтьев. – М., 1997.
21. Леонтьев, В. Экономические эссе: Теории, исследования, факты и политика / В. Леонтьев. – М., 1990.
22. Мэнкью, Н. Г. Макроэкономика / Н. Г. Мэнкью. – М.: Изд-во МГУ, 1994.
23. Нейман, Дж. Теория игр и экономическое поведение / Дж. Нейман, О. Моргенштерн. – М.: Наука, 1970.
24. Немчинов, В. С. Экономико-математические методы и модели / В. С. Немчинов. – М.: Наука, 1965.
25. Ненароков, А. П. Экономические взгляды В. С. Войтинского / А. П. Ненароков // Россия XXI. – 2005. – № 6. – С. 160–177.
26. Овсиенко, Ю. В. К вопросу о месте теории оптимального функционирования экономики в системе экономических наук социализма / Ю. В. Овсиенко, Ю. В. Сухотин // Экономика и математические методы. – 1979. – Т. XV, вып. 4. с.

27. Орехов, Н. А. Математические методы и модели в экономике: учеб. пособие для вузов / Н. А. Орехов, А. Г. Левин, Е. А. Горбунов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004.

28. Слуцкий, Е. Е. К теории сбалансированного бюджета потребления / Е. Е. Слуцкий // Экономико-математические методы. Народнохозяйственные модели: Теоретические вопросы потребления. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – Вып. 1. С. 212–220.

29. Стиглер, Дж. Ломаная кривая спроса олигополиста и жесткие цены / Дж. Стиглер // Вехи экономической мысли. Теория фирмы: Т. 2 / под ред. В. М. Гальперина. – СПб.: Экономическая школа, 1995. – С. 453–489.

30. Стиглер, Дж. Теория олигополии / Дж. Стиглер // Вехи экономической мысли. Теория фирмы. Т. 2 / под ред. В. М. Гальперина. – СПб.: Экономическая школа, 1995. – С. 489–490.

31. Тарасевич, Л.С. Макроэкономика: учебник / Л. С. Тарасевич, П. И. Гребенников, А. И. Леусский. – М.: Юрайт-Издат, 2003.

32. Фишберн, П. К. Теория полезности для принятия решений / П. К. Фишберн. – М.: Наука, 1978.

33. Хайман, Д. Н. Современная микроэкономика: анализ и применение: В 2 т. / Д. Н. Хайман. – М.: Финансы и статистика, 1992.

34. Шагас, Н. Л. Макроэкономика-2. Долгосрочный аспект: учеб. пособие / Н. Л. Шагас, Е. А. Туманова. – М.: Экономический факультет МГУ, ТЕИС, 2003.

35. Шагас, Н. Л. Макроэкономика-2. Краткосрочный аспект: учеб. пособие / Н. Л. Шагас, Е. А. Туманова. – М.: Экономический факультет МГУ, ТЕИС, 2003.

36. Экономико-математические методы и прикладные модели: учеб. пособие для вузов / В. В. Федосеев, А. Н. Гармаш, Д. М. Дайитбегов и др. / под ред. В. В. Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 2002.

37. Экономико-математическое моделирование: учебник для студентов вузов / под общ. ред. И. Н. Дрогобыцкого. – М.: Экзамен, 2004.

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Методологическая основа моделирования экономических систем	6
1.1. Основные понятия моделирования.....	6
1.2. Основные элементы модели	11
1.3. Система моделей	13
1.4. Агрегирование и дезагрегирование решений по системе моделей	15
1.5. Этапы экономико-математического моделирования.....	17
1.6. Классификации экономико-математических моделей.....	22
Глава 2. Моделирование и производственные функции	30
2.1. Производственные функции. Определение и назначение	30
2.2. Основные требования, предъявляемые к производственным функциям	33
2.3. Основные формы представления производственных функций	41
2.4. Моделирование научно-технического прогресса.....	47
2.5. Методы определения параметров производственных функций	53
Глава 3. Основные принципы и этапы моделирования спроса и потребления	56
3.1. Математическое моделирование функции индивидуального и совокупного спроса	56

3.2. Функции полезности и потребления на основе гипотез количественного и порядкового измерения полезности (кардиналистская и ординалистская концепция)	62
3.3. Линии «доход – потребление»	74
3.4. Линии «цена – потребление»	75
3.5. Предельный анализ и понятие эластичности в теории потребления.....	76
3.6. Уравнение Слуцкого как модель функции полезности	84
Глава 4. Модели поведения фирмы в условиях совершенной и несовершенной конкуренции	96
4.1. Допущения модели совершенной конкуренции.....	96
4.2. Предприятие и рынок совершенной конкуренции в коротком периоде	101
4.3. Предложение совершенно конкурентного предприятия в коротком периоде.....	108
4.4. Предложение совершенно конкурентной отрасли в коротком периоде	111
4.5. Модель поведения фирмы в условиях совершенной конкуренции в долгосрочном периоде	114
Глава 5. Модели поведения фирмы в условиях несовершенной конкуренции	116
5.1. Монополия и монопольная власть.....	116
5.2. Дифференциация продукта и монополистическая конкуренция	125
5.3. Олигополия и стратегическое поведение.....	132
Глава 6. Модели оптимального распределения ресурсов	159
6.1. Исходная модель межотраслевого баланса.....	159
6.2. Коэффициенты технологических и полных затрат ...	164

6.3. Основное балансовое соотношение модели межотраслевого баланса	168
6.4. Межотраслевые балансовые модели в анализе экономических систем	169
Глава 7. Модели общего макроэкономического равновесия.....	179
7.1. Понятие макроэкономического равновесия.....	179
7.2. Модель общего экономического равновесия Вальраса	180
7.3. Модель Эрроу – Гурвица	182
7.4. Модель Эрроу – Дебре	185
Глава 8. Модели общего экономического развития	189
8.1. Общая характеристика моделей.....	189
8.2. Модели экономического роста Домара и Харрода ..	192
8.3. Модель экономического роста Р. Солоу	204
8.4. Модель Н. Калдора.....	207
8.5. Модель Неймана.....	214
8.6. Модель Касса – Купманса – Рамсея	218
8.7. Модель П. Ромера.....	223
8.8. Модель С. Кузнеца	227
8.9. Эколого-экономические модели	229
Темы рефератов.....	237
Рекомендуемая литература	240

Учебное издание

Дроздова Наталия Валерьевна
Переломова Ирина Геннадьевна

**Экономико-математическое
моделирование**

Учебное пособие

Редактор, корректор М. Э. Левакова
Верстка И. Н. Иванова

Подписано в печать 05.03.10. Формат 60×84 ¹/₈.
Бум. офсетная. Гарнитура "Times New Roman".
Усл. печ. л. 14,18. Уч.-изд. л. 11,11.
Тираж 300 экз. Заказ

Оригинал-макет подготовлен в редакционно-издательском отделе
Ярославского государственного университета
им. П. Г. Демидова.
150000, Ярославль, ул. Советская, 14.

Отпечатано на ризографе.

ООО «Ремдер» ЛР ИД № 06151 от 26.10.2001.
150049, Ярославль, пр. Октября, 94, оф. 37
тел. (4852) 73-35-03, 58-03-48, факс 58-03-49.

